Anthr. 36 pm
(1.2

ELEMENTE DER PSYCHOPHYSIK.

ERSTER THEIL.

.229 G

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

ELEMENTE

DER

PSYCHOPHYSIK

VON

GUSTAV THEODOR FECHNER.

ERSTER THEIL.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON BREITKOPF UND HÄRTEL.
1860.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

VORWORT.

Unter Psychophysik verstehe ich gemäss der, im 2. Kapitel ausführlicher gegebenen, Erklärung eine Lehre, die, obwohl der Aufgabe nach uralt, doch in Betreff der Fassung und Behandlung dieser Aufgabe sich hier insoweit als eine neue darstellt, dass man den neuen Namen dafür nicht unpassend und nicht unnöthig finden dürfte, kurz eine exacte Lehre von den Beziehungen zwischen Leib und Seele.

Als exacte Lehre hat die Psychophysik wie die Physik auf Erfahrung und mathematischer Verknüpfung erfahrungsmässiger Thatsachen, welche ein Mass des von der Erfahrung Gebotenen fodert, zu fussen, und, soweit solches noch nicht zu Gebote steht, es zu suchen. Nachdem nun das Mass bezüglich der physischen Grössen schon gegeben ist, wird die erste und Hauptaufgabe dieser Schrift die Feststellung des Masses bezüglich der psychischen Grössen sein, wo es bisher noch vermisst war; die zweite, auf die Anwendungen und Ausführungen einzugehen, welche sich daran knüpfen.

Es wird sich zeigen, dass die Feststellung des psychischen Masses keine blosse Sache des Studirtisches oder philosophischen Aperçus ist, sondern eine breite erfahrungsmässige Unterlage fodert. Diese glaube ich hier nach fremden und eigenen Untersuchungen insoweit zulänglich gegeben zu haben, dass das Princip des Masses sicher gestellt ist, von den Anwendungen aber so viel, dass auch der Nutzen dieses Masses anzuerkennen sein wird. Doch

bedarf die erfahrungsmässige Unterlage zur Entwicklung der psychophysischen Masslehre noch grosser Erweiterung, und was von den Anwendungen gegeben ist, lässt nur erkennen, dass ohne Vergleich mehr wird zu geben sein.

Kurz die Psychophysik ist in der Gestalt, in der sie hier erscheint, eine Lehre noch im ersten Zustande des Werdens; also verstehe man auch den Titel dieser Schrift Elemente nicht unrecht, als wenn es sich hier um Darstellung des Wesentlichsten einer schon fundirten und formirten Lehre, um ein Elementarlehrbuch, handelte; sondern vielmehr um Darstellung der Anfänge einer Lehre, die sich noch im Elementarzustande findet. Man stelle also auch nicht Ansprüche an diese Schrift, die an ein Elementarlehrbuch zu stellen sind. Sie giebt vielfach Untersuchungen, Ausführungen, Zusammenstellungen, die in einem solchen ganz unpassend sein würden, aber beitragen können, es dahin zu bringen, dass einmal ein solches Lehrbuch möglich werde. Was zu fodern war, ein Zusammenhalten der Untersuchung auf bestimmte Puncte und Zusammenfassen der Resultate nach bestimmten Richtungen, wird man, denke ich, nicht vermissen.

Eben so wenig aber, als ein Elementarlehrbuch, hat man hier eine Sammlung des gesammten Materials der Psychophysik zu suchen, sondern vorzugsweise nur dessen, was zur Begründung der psychophysischen Masslehre gehört und in die Anwendungen derselben hineintritt. Unzähliges, was einen Gegenstand der Psychophysik bildet, konnte hier nicht Platz finden, weil es noch nicht so weit gediehen ist, um auch schon eine Aufnahme in dieselbe finden zu können.

Mag Manches in dieser Schrift schon jetzt zu viel, Manches zu wenig sein, so hat man jedenfalls Ursache, nachsichtig in dieser Hinsicht zu sein, nachdem formell fast nichts, materiell nur ganz Zerstreutes vorlag, worauf ich fussen und mich berufen konnte; ein Haus lässt sich aber nicht bauen, ohne Steine dazu herbeizufahren; und wo der Plan noch vor dem Hause zu bauen ist, kann

im ersten Versuche dazu nicht gleich Alles recht liegen und das rechte Mass haben. Jeder folgende Versuch dieser Art wird von gewisser Seite vollständiger, von der anderen kürzer und präciser sein können.

Nicht minder freilich als in Betreff der formellen Mängel habe ich die Nachsicht wegen der sächlichen Irrthümer in Anspruch zu nehmen, die in dieser Schrift übrig geblieben sein können, namentlich bei Behandlung so mancher feinen, schwierigen und neuen Fragen, wie sich solche noch mehr im folgenden als in diesem Theile darbieten werden. Ich bin im langen Laufe dieser Untersuchungen bei festgehaltenen und sich immer fester stellenden allgemeinen Principien durch so viele Irrwege und Unklarheiten im Einzelnen gegangen, — lag doch das ganze Gebiet vorher in Unklarheit begraben — dass ich nicht zu hoffen wage, sie bei der jetzigen Redaction schon alle hinter mir zu haben. Aber ich würde diese Untersuchungen gar nicht geben können, wenn ich auf eine völlige Sicherstellung in dieser Hinsicht warten wollte; und hege doch die Zuversicht, dass, nachdem sich schon so Vieles in dieser Lehre allmälig berichtigt und geklärt hat, dieselbe auch des weiteren Fortschrittes in dieser Richtung fähig sein werde.

Zuletzt wird es sich nur fragen, ob mit dem, was und wie es hier geboten wird, ein haltbarer und fruchtbarer Anfang geboten ist. Sollte man es finden, so nehme man das Fehlende und die Fehler nicht zu hoch auf; es wird mindestens ihr Verdienst sein, das Bessere hervorgerufen zu haben.

Dabei bin ich weit entfernt, zu sagen, dass das, was in dieser Schrift vorliegt, etwas schlechthin Neues sei, und es dürfte eine schlechte Empfehlung dafür sein, wenn es diess wäre. Vielmehr, um gerechten Prioritätsansprüchen von vorn herein gerecht zu werden, und zugleich zu zeigen, dass der Schrift etwas mehr als ein subjectiver Einfall unterliegt, berühre ich gleich im Vorworte kurz einige historische Puncte, auf die ich an seinem Orte und schliesslich in einem besonderen historischen Kapitel näher eingehe.

Das erfahrungsmässige Gesetz, welches die Hauptunterlage der psychischen Masslehre bildet, ist schon vorlängst von verschiedenen Forschern in verschiedenen Gebieten aufgestellt und in verhältnissmässiger Allgemeinheit namentlich von E. H. Weber, den ich überhaupt den Vater der Psychophysik nennen möchte, ausgesprochen und experimental bewährt worden. Die mathematische Function anderseits, die den allgemeinsten und wichtigsten Fall der Anwendung unseres Massprincips bildet, ist ebenfalls schon vorlängst von verschiedenen Mathematikern, Physikern und Philosophen, wie Bernoulli (Laplace, Poisson), Euler (Herbart, Drobisch), Steinheil (Pogson) für besondere, der Psychophysik zuzueignende, Fälle auf dieses Gesetz gegründet und von anderen Forschern reproducirt oder acceptirt worden. Geschahe nun auch alles diess nicht aus dem Gesichtspuncte eines psychischen Masses, und ohne bisher besondere Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen, so wird doch, nachdem das Princip dieses Masses sich folgends (Kapitel 7) ausgesprochen haben wird, ohne Schwierigkeit einleuchten, dass es schon in der, von jenen Forschern aufgestellten, Function enthalten war.

Hienach ist unser psychisches Mass in der That nur von einer Seite die Verallgemeinerung, von anderer Seite der klare Ausspruch dessen, was schon vorhanden war, in seiner Bedeutung als psychisches Mass. Die Verweisung hierauf dürfte etwas beitragen, das Misstrauen zu vermindern, was die Ankündigung eines solchen Masses von vorn herein erwecken mag. Das Problem desselben ist in der That nicht das Problem der Quadratur des Zirkels oder *Perpetuum mobile*, vielmehr schon der That nach von Forschern gelöst, deren Namen eine Gewährleistung der Triftigkeit der Lösung ist.

Nachdem ich dieser Verdienste früherer Forscher um den Hauptgegenstand dieser Schrift gedacht habe, würde ich eine Hauptpflicht versäumen, wenn ich nicht der eben so wesentlichen Stütze wie Föderung gedenken wollte, welche ich selbst bei mei-

ner Untersuchung durch Volkmann gefunden. Das bereitwillige Eingehen dieses scharfsinnigen und feinen Forschers auf die Interessen dieser Untersuchung, welches ihn übrigens weit über die zunächst dadurch gestellten Foderungen hinaus seine eigenen Bahnen geführt hat, und der Zuwachs, der dadurch zu den erfahrungsmässigen Unterlagen dieser Schrift erwachsen ist, verpflichten mich in der That zu grösstem Danke.

Zugleich aber wage ich es als ein günstiges Zeichen für das Princip und den Charakter der Lehre dieser Schrift geltend zu machen, dass sie nicht nur eine Stütze in exacten Untersuchungen der vorzüglichsten Forscher aufzuweisen, sondern auch Anknüpfungspuncte für solche zu gewähren vermag. In der That, abgesehen von denjenigen theoretischen und experimentalen Untersuchungen, auf denen sie fusst, und die sich schon daran angeknüpft haben, hat sich im Laufe dieser Schrift oft genug Veranlassung geboten, auf künftig anzustellende oder weiter fortzuführende Untersuchungen hinzuweisen, welche theils zur Weiterentwickelung der psychophysischen Masslehre nöthig sind, theils in die Anwendungen derselben hineintreten, und, ungeachtet sie zum Theil grosses Interesse darbieten, doch ohne den Gesichtspunct dieser Lehre sich nicht dargeboten haben würden. Das psychophysiche Experiment, bisher nur eine beiläufige Stelle bald in dem physikalischen, bald physiologischen Experimentirzimmer findend, nimmt nun sein eigenes Zimmer, seinen eigenen Apparat, seine eigenen Methoden in Anspruch. Auch ist fraglos, dass sich das Gebiet dieser Untersuchungen mehr und mehr erweitern wird, je mehr es bebaut wird. Und so suche ich die Hauptfrucht unserer bisherigen Untersuchung weniger in der, die sie bisher getragen hat, als der, die sie einmal zu tragen verspricht. Was hier vorliegt, ist ein dürftiger Anfang eines Anfanges.

In Betreff der Weise, wie die Mathematik in dieser Schrift eingeführt ist und namentlich im folgenden Theile derselben Platz greifen wird, wünschte ich, Mathematiker möchten diese Elemente

für Nichtmathematiker und Nichtmathematiker für Mathematiker geschrieben halten, indem mein Bestreben dahin gieng, den einen verständlich zu werden und den anderen genug zu thun, was doch nicht ganz ohne Conflict abgieng. Mögen namentlich die Mathematiker so manche etwas breite und populäre Auseinandersetzung im Interesse der Nichtmathematiker entschuldigen, wobei ich im Auge hatte, dass diese Schrift hauptsächlich Physiologen interessiren dürfte, indess sie zugleich Philosophen zu interessiren wünscht. In beiden aber selbstverständlich auch Mathematiker zu sehen, ist heutzutage noch nicht so gestattet, als es eigentlich gefodert wäre. Mögen anderseits die Nichtmathematiker Ableitungen, denen sie nicht folgen können, — wennschon nur solche von sehr geringen Ansprüchen an mathematisches Verständniss vorkommen — als mathematische Thatsachen hinnehmen, und hier und da ein Kapitel, eine Einschaltung oder Ausführung überschlagen, die sich etwas zu tief einlassen. Wenn ich nicht irre, wird doch Jeder den Gang und Inhalt dieser Schrift im Ganzen fasslich finden, wer nur weiss, was eine mathematische Gleichung ist, und die Eigenschaften der Logarithmen kennt, oder sich an die, im Eingange des folgenden Theiles gegebene, kurze Recapitulation derselben halten will. Von Anderen wünschte ich nicht, dass sie sich um diese Schrift kümmerten, am wenigsten aber, dass sie ein Urtheil darüber fällten, welches in keinem Falle ein einsichtiges sein könnte.

Mit Fleiss unterlasse ich es, in dieser Schrift irgendwie auf den Gegensatz einzugehen, den die mathematische Auffassung der psychologischen Verhältnisse in derselben gegen die Herbart'sche bieten wird. Herbart wird stets das Verdienst bleiben, die Möglichkeit einer mathematischen Auffassung dieser Verhältnisse nicht nur zuerst ausgesprochen, sondern auch den ersten scharfsinnigen Versuch der Durchführung einer solchen Auffassung gemacht zu haben; und jeder nach ihm wird in dieser Hinsicht nur ein Zweiter bleiben. In der That aber liegen dem folgenden

Versuche so wesentlich von den seinigen abweichende Grundgesichtspuncte unter, dass es eben so wenig einer besonderen Hervorhebung der Verschiedenheit beider bedarf, als es müssig und unangebracht sein würde, hier eine Auseinandersetzung zwischen beiden zu versuchen, zumal solche nicht ohne einen Streit über philosophische Grundfragen stattfinden könnte, welcher hier um jeden Preis zu vermeiden ist. Die Entscheidung zwischen beiden, die zugleich eine Entscheidung bezüglich dieser Grundfragen sein wird, habe ich der Zukunft anheimzustellen.

Vielleicht erwartet man hier vorweg auch eine Erklärung über die Stellung, welche diese Schrift zum Materialismus und Idealismus und den religiösen Grundfragen einnehmen wird, womit jede Untersuchung über die Beziehung von Leib und Seele nothwendig in Berührung treten muss. Was nun das Erste anlangt, so geht diese Schrift auf den Streit über die Grundbeziehung von Leib und Seele, welcher die Materialisten und Idealisten entzweit, überhaupt nicht ein; auch ihre Ausführungen und Consequenzen werden weder einseitig im einen noch im anderen Sinne liegen, indem sie die erfahrungsmässigen Beziehungen zwischen beiden Seiten der Existenz durch ein Functionsverhältniss darstellt, welches diese Einseitigkeit von selbst ausschliesst.

Was das Zweite anlangt, so würden alle Schlüsse, dass wir hiemit doch die Folgerungen des Materialismus betreffs der religiösen Grundfragen zu acceptiren gezwungen seien, voreilig sein. Es liegt auf der Hand, dass namentlich die, auf S. 4 kurz ausgesprochene, wennschon vielmehr den Hintergrund als Ausgangspunct der Entwickelungen dieser Schrift bildende, Grundansicht eine einseitig materialistische Auslegung und Verwerthung erfahren kann, und in Betreff der Unsterblichkeitsfrage zunächst scheint zu gleicher Folgerung führen zu müssen. Ich will aber hier nichts weiter dagegen einwenden, als dass diese ganze Schrift auf der Grundlage und im Zusammenhange einer ganz entgegengesetzten Auffassung und Auslegung jener Ansicht erwachsen ist,

der ich in früheren Schriften den Ausdruck gegeben habe, und hierauf muss ich verweisen, falls man jenem Bedenken Folge geben will, da hier nicht der Ort ist, weiter darauf einzugehen.

Der vorliegende Band dieser Schrift enthält die Unterlagen des psychischen Masses, d. i. die Aufstellung seines Princips und Darlegung der Methoden, Gesetze und Thatsachen, die zur erfahrungsmässigen Begründung desselben gehören: der folgende wird die psychische Massfunction selbst mit ihren, aus dem Aeusseren in das Innere übergreifenden, Consequenzen entwickeln. Der jetzige nimmt hienach mehr ein empirisches, der folgende mehr ein mathematisches und philosophisches Interesse in Anspruch, ein mathematisches, sofern das Feld neuer Anwendungen, was sich im vorliegenden Theile für die Mathematik eröffnet, im folgenden bis zu gewissen Gränzen beschritten wird, ein philosophisches, sofern mit diesen Anwendungen sich belangreiche Gesichtspuncte für die Auffassung der Beziehungen zwischen Leib und Seele ergeben.

Leipzig, den 7. Dec. 1859.

INHALT.

Seite

Einleitendes.

I. Allgemeinere Betrachtung über die Beziehung von Leib und Seele 1
II. Begriff und Aufgabe der Psychophysik 8
III. Eine Vorfrage . 13
IV. Begriffliches über Empfindung und Reiz 15

Aeussere Psychophysik.

Die psychophysische Masslehre.

V. Mass der körperlichen Thätigkeit. Lebendige Kraft 20
VI. Massprincip der Empfindlichkeit 45
VII. Massprincip der Empfindung 54
VIII. Massmethoden der Empfindlichkeit 69
1) Massmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit 71
a) Allgemeine Darstellung 71
b) Allgemeine Rücksichten und Vorsichten 76
c) Rücksichten in Betreff der Zeit- und Raumverhältnisse der Versuche. Constante Fehler 88
d) Specielles zur Methode der richtigen und falschen Fälle . . 94
e) Specielles zur Methode der mittleren Fehler 120
f) Mathematische Beziehung der Methoden 128
2) Massmethoden der absoluten Empfindlichkeit 130

Fundamentale Gesetze und Thatsachen.

IX. Das Weber'sche Gesetz 134
Die eigenen Angaben Weber's 136
1) Licht . 139
2) Schall . 175
3) Gewichte . 182
4) Temperatur . 201
5) Extensive Grössen. (Augenmass und Tastmass) 211
6) *Fortune morale et physique* 226

Seite
X. Die Thatsache der Schwelle . 238
1) Intensive Schwelle . 240
a) Reizschwelle . 240
b) Unterschiedsschwelle 242
2) Extensive Schwelle . 245
3) Allgemeinere Betrachtungen bezüglich der Schwelle 246
4) Folgerungen aus dem Dasein der Schwelle 249
XI. Nähere Angaben über Grösse und Abhängigkeitsverhältnisse der Schwellenwerthe in den verschiedenen Sinnesgebieten 254
1) Intensive Schwelle . 255
a) Licht und Farbe . 255
b) Schallstärke und Tonhöhe 257
c) Gewichte. 263
d) Temperatur . 267
2) Extensive Schwelle . 267
a) Gesichtssinn . 267
Specialbestimmungen über kleinste erkennbare Grössen 280
Specialbestimmungen über kleinste erkennbare Distanzen 288
α) Zwei distante Puncte 288
β) Zwei distante Fäden. 289
γ) Streifige und würflige Figuren 289
Verhalten der Seitentheile der Netzhaut im Erkennen kleinster Grössen und Distanzen 293
Distanzunterschiede (Augenmass) 294
b) Tastsinn . 295
c) Auffassung von Zeit und Bewegung 296
XII. Parallelgesetz zum Weber'schen Gesetze 300
1) Gewichtsversuche. 305
2) Erfahrungen im Gebiete der Lichtempfindung 323
3) Versuche im Gebiete der extensiven Empfindung 329
XIII. Gesetze der Mischungsphänomene 329

Einleitendes.

I. Allgemeinere Betrachtung über die Beziehung von Leib und Seele.

Indess die Lehre von der Körperwelt in den verschiedenen Zweigen der Naturwissenschaft zu einer grossen Entwickelung gediehen ist, und sich scharfer Principien und Methoden erfreut, welche ihr einen erfolgreichen Fortschritt sichern, indess die Lehre vom Geiste in Psychologie und Logik wenigstens bis zu gewissen Gränzen feste Grundlagen gewonnen hat, ist die Lehre von den Beziehungen zwischen Körper und Geist oder Leib und Seele bis jetzt fast blos ein Feld philosophischen Streites ohne festes Fundament und ohne sichere Principien und Methoden für den Fortschritt der Untersuchung geblieben.

Der nächstliegende Grund dieses ungünstigeren Verhältnisses ist meines Erachtens in folgendem factischen Umstande zu suchen, der freilich wieder nach seinem weiter rückliegenden Grunde fragen lässt. Die Verhältnisse der Körperwelt für sich können wir unmittelbar und im Zusammenhange durch Erfahrung verfolgen, die Verhältnisse der inneren oder geistigen Welt nicht minder; jene zwar nur, so weit unsere Sinne und deren verstärkende Hülfsmittel reichen, diese, so weit eines Jeden eigene Seele reicht; aber doch so, dass wir im Stande sind, Grundthatsachen, Grundgesetze, Grundverhältnisse in jedem beider Gebiete zu gewinnen, welche uns als sichere Unterlagen und Ausgangspuncte für den Schluss und weiteren Fortschritt dienen können. Nicht so mit dem Zusammenhange der körperlichen und geistigen Welt, indem von beiden unmittelbar zusammengehörigen Factoren dieses Zusammenhanges immer nur der eine auf einmal in die unmittelbare Erfahrung tritt, während der andere unter der Decke

bleibt. Denn indess wir uns unserer Empfindungen und Gedanken unmittelbar bewusst sind, können wir nichts von den Bewegungen im Gehirne wahrnehmen, welche daran gebunden sind und an welche sie ihrerseits gebunden sind, das Körperliche bleibt hier unter der geistigen Decke; und indess wir die Körper anderer Menschen, Thiere und der ganzen Natur unmittelbar der anatomischen und physiologischen, physikalischen und chemischen Untersuchung unterwerfen können, vermögen wir nichts unmittelbar von den Seelen, die den ersten, und dem Gotte, welcher der zweiten zugehört, zu erfahren; das Geistige bleibt hier unter der körperlichen Decke. Und somit bleibt auch den Hypothesen und dem Leugnen grosser Spielraum. Ist überhaupt etwas unter der einen und der anderen Decke, und was ist darunter zu finden?

Die Unsicherheit, das Schwanken, das Streiten über diese Thatfragen hat bisher noch keinen festen Ausgangspunct und Angriffspunct für eine Lehre von den Verhältnissen dessen, um dessen Thatbestand sich's grossentheils erst noch streitet, zugelassen.

Und was kann der Grund dieses eigenthümlichen Verhältnisses sein, dass wir Körper und Geist jedes für sich, und doch nie beides, wie es unmittelbar zusammengehört, auch unmittelbar zusammen beobachten können; indess wir doch sonst das, was unmittelbar zusammenhängt, am leichtesten zusammen beobachten? Nach der Unverbrüchlichkeit, in der diess Verhältniss zwischen geistigem und körperlichem Gebiete besteht, dürfen wir vermuthen, dass es ein fundamentales, in ihrer Grundbeziehung selbst begründetes sei. Aber giebt es kein ähnliches, was uns die Thatsache desselben mindestens erläutern, wenn nicht auf den Grund führen kann?

Wohl lässt sich auf diess und das hinweisen. Z. B. wenn Jemand innerhalb eines Kreises steht, so liegt dessen convexe Seite für ihn ganz verborgen unter der concaven Decke; wenn er ausserhalb steht, umgekehrt die concave Seite unter der convexen Decke. Beide Seiten gehören ebenso untrennbar zusammen, als die geistige und leibliche Seite des Menschen und diese lassen sich vergleichsweise auch als innere und äussere Seite fassen; es ist aber auch ebenso unmöglich, von einem Standpuncte in der Ebene des Kreises beide Seiten des Kreises zugleich zu erblicken, als von einem Standpuncte im Gebiete der menschlichen Existenz diese beiden Seiten des Menschen. Erst wie wir

den Standpunct wechseln, wechselt sich die Seite des Kreises, die wir erblicken, und die sich hinter der erblickten versteckt. Aber der Kreis ist nur ein Bild, und es gilt die Frage nach der Sache.

Nun ist nicht die Aufgabe und Absicht, in dieser Schrift in tiefere oder irgendwie durchschlagende Erörterungen über die Grundfrage der Beziehung von Leib und Seele einzugehen. Suche Jeder sich das Räthsel, insofern es ihm als solches erscheint, auf seine Weise zu lösen. Es wird daher auch ohne irgendwelche bindende Consequenz für das Folgende sein, wenn ich hier nur, um eine etwaige Frage nach der allgemeinen Ansicht, welche den Ausgangspunct dieser Schrift gebildet hat und noch den Hintergrund derselben für mich bildet, nicht ganz ohne Antwort zu lassen, und zugleich einen Anhaltspunct in diesem Felde schwankender Ideen denen darzubieten, die einen solchen vielmehr erst suchen, als schon gefunden zu haben glauben, mit ein paar Worten auf diese Ansicht eingehe, die doch nichts wesentlich Massgebendes für den Verfolg enthalten wird. Bei sehr grosser Verlockung, im Eingange einer Schrift wie dieser, sich in umfängliche und weitausholende Erörterungen in dieser Hinsicht zu verlieren, und nicht geringer Schwierigkeit, sie überhaupt hier zu vermeiden, wird man wenigstens die kurze Exposition der Ansicht, auf die ich mich folgends beschränke, entschuldigen.

Zuvor ein zweites Erläuterungsbeispiel zu dem ersten. Das Sonnensystem bietet von der Sonne aus einen ganz anderen Anblick dar, als von der Erde aus. Dort ist es die Copernikanische, hier die Ptolemäische Welt. Es wird in aller Zeit für denselben Beobachter unmöglich bleiben, beide Weltsysteme zusammen zu beobachten, ungeachtet beide ganz untrennbar zusammengehören, und eben so wie die concave und convexe Seite des Kreises im Grunde nur zwei verschiedene Erscheinungsweisen derselben Sache von verschiedenem Standpuncte sind. Wieder aber reicht es hin, den Standpunct zu wechseln, so tritt für die eine Welt die andere Welt in die Erscheinung.

Die ganze Welt besteht aus solchen Beispielen, die uns beweisen, dass das, was in der Sache Eins ist, von zweierlei Standpuncten als zweierlei erscheint, und man nicht vom einen Standpuncte dasselbe als vom anderen haben kann. Wer giebt es nicht zu, dass es allwegs so ist und nicht anders sein kann. Nur in

Betreff des grössten und durchschlagendsten Beispiels giebt man es nicht zu oder ist nicht darauf verfallen. Das aber bietet uns das Verhältniss der geistigen und körperlichen Welt.

Was dir auf innerem Standpuncte als dein Geist erscheint, der du selbst dieser Geist bist, erscheint auf äusserem Standpuncte dagegen als dieses Geistes körperliche Unterlage. Es ist ein Unterschied, ob man mit dem Gehirne denkt, oder in das Gehirn des Denkenden hineinsieht.*) Da erscheint ganz Verschiedenes; aber der Standpunct ist auch ganz verschieden, dort ein innerer, hier ein äusserer; unsagbar verschiedener sogar, als in vorigen Beispielen, und darum eben der Unterschied der Erscheinungsweisen unsagbar grösser. Denn die doppelte Erscheinungsweise des Kreises, des Planetensystems, wird doch im Grunde nur von zwei verschiedenen äusseren Standpuncten dagegen gewonnen; inmitten des Kreises, auf der Sonne bleibt der Beobachter ausser dem Zuge des Kreises, ausser den Planeten. Aber die Selbsterscheinung des Geistes wird von einem wahren inneren Standpuncte des ihm unterliegenden Wesens gegen sich selbst, dem der Coincidenz mit sich selbst, die Erscheinung der zugehörigen Körperlichkeit von einem wahren dagegen äusserlichen Standpuncte, dem der Nichtcoincidenz damit gewonnen.

Hiermit nun wird gleich selbstverständlich, wovon wir zuerst den Grund suchten, warum Niemand Geist und Körper, wie sie unmittelbar zusammengehören, auch unmittelbar zusammen erblicken kann. Es kann eben Niemand zugleich äusserlich und innerlich gegen dieselbe Sache stehen.

Darum nimmt auch kein Geist des anderen Geistes unmittelbar als Geistes wahr, ungeachtet man doch meinen sollte, er müsste am leichtesten des gleichen Wesens gewahren; er hat, sofern er als Anderer nicht mit ihm zusammenfällt, nur die körperliche Erscheinungsweise davon. Darum kann überhaupt kein Geist des anderen als mit Hülfe von dessen Körperlichkeit gewahren; denn was vom Geiste nach Aussen scheint, ist eben dessen körperliche Erscheinungsweise.

*) Aequivalent mit dem Hineinsehen ist, eine adäquate Vorstellung nach Schlüssen, gegründet auf äusserlich Gesehenes, fassen, wie der innere Zustand bei Wegräumung der Hindernisse des Hineinsehens erscheinen würde.

Darum ist die Erscheinungsweise des Geistes stets auf Einmal nur Eine, weil es nur Einen inneren Standpunct giebt, indess jeder Körper nach der Vielfältigkeit der äusseren Standpuncte dagegen und der Verschiedenheit der darauf Stehenden vielfältig verschieden erscheint.

Somit deckt die vorige Vorstellungsweise die fundamentalsten Verhältnisse zwischen Leib und Seele, die jede Grundansicht darüber zu decken suchen sollte.

Noch Eins: Leib und Seele gehen mit einander; der Aenderung im Einen correspondirt eine Aenderung im Anderen. Warum? Leibniz sagt: man kann verschiedene Ansichten darüber haben. Zwei Uhren auf demselben Brete befestigt richten ihren Gang durch Vermittlung dieser gemeinsamen Befestigung auf einander ein (wenn sie nämlich nicht zu viel von einander abweichen); das ist die gewöhnliche dualistische Ansicht vom Verhältnisse zwischen Leib und Seele. Es kann auch Jemand die Zeiger beider Uhren so schieben, dass sie immer harmonisch gehen, das ist die occasionalistische, wonach Gott zu den körperlichen Veränderungen die geistigen und umgekehrt in beständiger Harmonie erzeugt. Sie können auch von vorn herein so vollkommen eingerichtet sein, dass sie, ohne der Nachhülfe zu bedürfen, von selbst immer genau mit einander gehen; das ist die Ansicht von der prästabilirten Harmonie derselben. Leibniz hat eine Ansicht vergessen, und zwar die einfachstmögliche. Sie können auch harmonisch mit einander gehen, ja gar niemals aus einander gehen, weil sie gar nicht zwei verschiedene Uhren sind. Damit ist das gemeinsame Bret, die stete Nachhülfe, die Künstlichkeit der ersten Einrichtung erspart. Was dem äusserlich stehenden Beobachter als die organische Uhr mit einem Triebwerke und Gange organischer Räder und Hebel oder als ihr wichtigster und wesentlichster Theil erscheint, erscheint ihr selbst innerlich ganz anders als ihr eigener Geist mit dem Gange von Empfindungen, Trieben und Gedanken. Es darf nicht beleidigen, dass der Mensch hier eine Uhr genannt wird. Wenn er in einer Hinsicht so genannt wird, soll er nicht in jeder so genannt werden.

Die Verschiedenheit einer Erscheinung hängt aber doch nicht blos von der Verschiedenheit des Standpunctes, sondern auch von der Verschiedenheit der darauf Stehenden ab. Ein Blinder sieht bei eben so günstigem äusseren Standpuncte als ein Sehen-

der nichts von Aussen; und so sieht eine todte Uhr trotz eben so günstigen Standpunctes der Coincidenz mit sich selbst wie ein Gehirn nichts von Innen; sie ist nur für die äussere Erscheinung da.

Die Naturwissenschaft stellt sich consequent auf den äusseren Standpunct der Betrachtung der Dinge, die Wissenschaft vom Geiste auf den inneren; die Ansichten des Lebens fussen auf dem Wechsel der Standpuncte, die Naturphilosophie auf der Identität dessen, was doppelt auf doppeltem Standpuncte erscheint: eine Lehre von den Beziehungen zwischen Geist und Körper wird die Beziehungen beider Erscheinungsweisen des Einen zu verfolgen haben.

Diess die Grundpuncte einer Ansicht, durch die ich nicht sowohl das letzte Grundwesen des Körpers und Geistes aufzuklären, als die allgemeinsten factischen Beziehungen derselben unter einem einheitlichen Gesichtspuncte zu verknüpfen suche.

Doch es bleibt, wie gesagt, Jedem frei gestellt, durch welche andere Ansicht er dasselbe zu leisten versuchen, oder ob er es überhaupt zu leisten versuchen will. Was Jeder in dieser Hinsicht am passendsten findet, wird auf den Zusammenhang seiner übrigen Ansichten ankommen; und freilich selbst rückwärts die Möglichkeit oder Unmöglichkeit begründen, einen passenden allgemeinen Zusammenhang derselben zu finden. Hier aber wird von vorn herein nichts darauf ankommen, ob er Leib und Seele nur als zwei verschiedene Erscheinungsweisen desselben Wesens, oder als zwei äusserlich zusammengebrachte Wesen, oder die Seele als einen Punct in einem Nexus anderer Puncte von wesentlich gleicher oder ungleicher Natur fassen, oder auf eine einheitliche Grundansicht überhaupt verzichten will, insoweit nur Jeder die erfahrungsmässigen Beziehungen zwischen Leib und Seele anerkennt und einen erfahrungsmässigen Verfolg derselben gestattet, mag er auch die gezwungenste Repräsentation derselben versuchen. Denn nur auf den erfahrungsmässigen Beziehungen zwischen Leib und Seele werden wir im Folgenden fussen; und uns dabei überdiess zur Bezeichnung des Thatsächlichen der gewöhnlichsten Ausdrücke bedienen, welche vielmehr im Sinne einer dualistischen als unserer monistischen Ansicht gehalten sind, wenn schon eine leichte Uebersetzung darein gestatten.

Damit soll nicht gesagt sein, dass die Lehre, die sich hier entwickeln wird, überhaupt gleichgültig für die Auffassungsweise der Grundbeziehung von Körper und Geist und ohne Einfluss darauf sein werde. Im Gegentheile. Aber man verwechsele die Folgen, die dereinst aus ihr fliessen mögen, und sich zum Theil schon zu gestalten beginnen, nicht mit einer Unterlage dieser Lehre. Diese Unterlage ist in der That rein empirisch und jede Voraussetzung von vorn herein abzuweisen.

Steht nicht, kann man fragen, die Möglichkeit einer solchen Unterlage in directem Widerspruche mit der Thatsache, von der wir ausgiengen, dass die Beziehungen zwischen Leib und Seele der Erfahrbarkeit entzogen seien? Aber sie sind nicht der Erfahrbarkeit überhaupt, sondern es sind nur die unmittelbaren Beziehungen der unmittelbaren Erfahrbarkeit entzogen. Schon unsere Auffassung der allgemeinen Beziehung zwischen Leib und Seele stützte sich auf Erfahrungen allgemeinster Art, die sich über ihr Verhältniss machen lassen, mag sie auch nicht Jedem, der mit festen Voraussetzungen zu dieser Schrift kommt, als der nothwendige Ausdruck derselben erscheinen. Die Folge wird zeigen, dass uns nicht minder specielle Erfahrungen zu Gebote stehen, welche theils dienen können, uns im Gebiete der mittelbaren Beziehungen zu orientiren, theils geeignet sind, Schlüsse auf die unmittelbaren zu begründen.

In der That könnte es mit jener allgemeinen Ansicht, selbst wenn sie acceptirt werden sollte, nicht gethan sein. Die Sicherstellung, Fruchtbarkeit und Tiefe einer allgemeinen Ansicht hängt überhaupt nicht am Allgemeinen, sondern am Elementaren. Das Gravitationsgesetz und die Moleculargesetze (die unstreitig ersteres mit einschliessen) sind Elementargesetze; wären sie gründlich bekannt, und die ganze Tragweite derselben in Folgerungen erschöpft, so wäre die Lehre von der Körperwelt in grösster Allgemeinheit vollendet. Entsprechend wird es gelten, Elementargesetze für die Beziehung zwischen Körperwelt und Geisteswelt zu gewinnen, um statt einer allgemeinen Ansicht eine haltbare und entwickelte Lehre davon zu gewinnen, und sie werden hier wie dort nur auf elementare Thatsachen begründet werden können.

Die Psychophysik ist eine Lehre, welche auf diesen Gesichtspuncten zu fussen hat. Das Nähere davon im folgenden Kapitel.

II. Begriff und Aufgabe der Psychophysik.

Unter Psychophysik soll hier eine exacte Lehre von den functionellen oder Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Körper und Seele, allgemeiner zwischen körperlicher und geistiger, physischer und psychischer, Welt verstanden werden.

Zum Gebiete des Geistigen, Psychischen, der Seele rechnen wir überhaupt das, was durch innere Wahrnehmung erfasslich oder daraus abstrahirbar ist, zu dem des Körperlichen, Leiblichen, Physischen, Materiellen das, was durch äussere Wahrnehmung erfasslich oder daraus abstrahirbar ist. Hiermit sollen blos die Gebiete der Erscheinungswelt, mit deren Beziehung die Psychophysik sich zu beschäftigen haben wird, bezeichnet werden, wobei vorauszusetzen, dass man innere und äussere Wahrnehmung im Sinne des gewöhnlichen Sprachgebrauches auf die Thätigkeiten zu beziehen wisse, wodurch die Existenz überhaupt zur Erscheinung kommt.

Alle Erörterungen und Untersuchungen der Psychophysik beziehen sich überhaupt blos auf die Erscheinungsseite der körperlichen und geistigen Welt, auf das, was entweder unmittelbar durch innere oder äussere Wahrnehmung erscheint, oder aus dem Erscheinlichen erschliessbar, oder als Verhältniss, Kategorie, Zusammenhang, Auseinanderfolge, Gesetz des Erscheinlichen fassbar ist; kurz auf das Physische im Sinne der Physik und Chemie, auf das Psychische im Sinne der Erfahrungsseelenlehre, ohne dass auf das Wesen des Körpers, der Seele hinter der Erscheinungswelt im Sinne der Metaphysik irgendwie zurückgegangen wird.

Allgemein nennen wir das Psychische Function des Physischen, davon abhängig und umgekehrt, insofern eine derartige constante oder gesetzliche Beziehung zwischen beiden besteht, dass von dem Dasein und den Veränderungen des Einen auf die des Anderen geschlossen werden kann.

Die Thatsache functioneller Beziehungen zwischen Körper und Seele ist im Allgemeinen unbestritten, indess über die Gründe, die Deutung und die Ausdehnung dieser Thatsache ein noch unentschiedener Streit besteht.

Ohne Rücksicht auf die metaphysischen Gesichtspuncte dieses Streites, welche sich vielmehr auf das sogenannte Wesen als die Erscheinung beziehen, versucht die Psychophysik, die that-

sächlichen functionellen Beziehungen zwischen den Erscheinungsgebieten von Körper und Seele möglichst genau festzustellen.

Was gehört quantitativ und qualitativ, fern und nahe, in Körperwelt und geistiger Welt zusammen, nach welchen Gesetzen folgen ihre Veränderungen aus einander oder gehen mit einander? Diese Fragen stellt sich allgemein gesprochen die Psychophysik und sucht sie exact zu beantworten.

Anders gesprochen, doch nur dasselbe damit gesagt: was gehört in der inneren und äusseren Erscheinungsweise der Dinge zusammen und welche Gesetze bestehen für ihre bezugsweisen Aenderungen?

Insoweit ein functionelles Verhältniss zwischen Körper und Seele besteht, würde an sich nichts hindern, dasselbe eben so in der einen als in der anderen Richtung ins Auge zu fassen und zu verfolgen, was man sich passend durch das mathematische Functionsverhältniss erläutern kann, das zwischen den Veränderlichen x und y einer Gleichung besteht, wo jede Veränderliche beliebig als Function der anderen angesehen werden kann, und dieselbe in ihren Veränderungen von sich abhängig hat. Ein Grund aber für die Psychophysik, den Verfolg der Seite der Abhängigkeit der Seele vom Körper vor der gegentheiligen zu bevorzugen, liegt darin, dass nur das Physische dem Masse unmittelbar zugänglich ist, indess das Mass des Psychischen erst in Abhängigkeit davon gewonnen werden kann, wie später gezeigt wird. Dieser Grund ist entscheidend und bestimmt die Richtung des Ganges im Folgenden.

Die materialistischen Gründe für eine solche Bevorzugung kommen in der Psychophysik weder zur Sprache noch Geltung, und der Streit zwischen Materialismus und Idealismus, als auf Abhängigkeitsverhältnisse des Einen vom Anderen im Wesen gehend, bleibt ihr, als blos auf Erscheinungsverhältnisse bezüglich, fremd und gleichgültig.

Man kann unmittelbare und mittelbare Abhängigkeitsverhältnisse oder directe und vermittelte functionelle Beziehungen zwischen Körper und Seele unterscheiden. Sinnliche Empfindungen stehen in unmittelbarer Abhängigkeit von gewissen Thätigkeiten in unserem Gehirne, sofern mit den einen die anderen gesetzt sind, oder solche in unmittelbarer Folge haben; aber nur in mittelbarer von den äusseren Reizen, welche

diese Thätigkeiten erst durch Zwischenwirkung einer Nervenleitung zu unserem Gehirne hervorrufen. Unsere ganze geistige Thätigkeit hat unmittelbar eine Thätigkeit in unserem Gehirne von sich abhängig, führt eine solche unmittelbar mit sich, oder zieht solche unmittelbar nach sich, von der dann aber Wirkungen an die Aussenwelt durch Vermittelung unserer Nerven- und Bewegungsorgane übergehen.

Die vermittelten functionellen Beziehungen zwischen Körper und Seele erfüllen den Begriff der functionellen Beziehung nur insofern vollständig, als man die Vermittelung in das Verhältniss mit eingehend denkt, da bei Wegfall der Vermittelung die Constanz oder Gesetzlichkeit in der Relation des Körpers und der Seele wegfällt, die unter Zutritt der Vermittelung besteht. So löst ein Reiz nur insofern gesetzlich Empfindung aus, als es zum lebendigen Gehirne auch nicht an lebendigen Nerven fehlt, welche die Wirkung des Reizes zum Gehirne überpflanzen.

Insofern das Psychische als directe Function des Physischen betrachtet wird, kann das Physische der Träger, die Unterlage des Psychischen heissen. Physische Thätigkeiten, welche Träger oder Unterlage von psychischen sind, mithin in directer functioneller Beziehung dazu stehen, nennen wir psychophysische.

Die Frage nach der Natur der psychophysischen Thätigkeiten, d. i. nach Substrat und Form derselben, wird vom Anfange herein dahingestellt, und keine Voraussetztung darüber gemacht. Und zwar kann davon anfangs aus doppeltem Grunde abstrahirt werden, einmal, weil es sich in Feststellung der allgemeinen Fundamente der Psychophysik eben so blos um quantitative Verhältnisse handeln wird, als in der Physik, wo die qualitativen Verhältnisse erst von den quantitativen abhängig gemacht werden; zweitens, weil wir nach der gleich folgenden Eintheilung unserer Lehre im ersten Theile derselben auf die psychophysischen Thätigkeiten überhaupt noch keine specielle Rücksicht zu nehmen haben werden.

Der Natur der Sache nach theilt sich die Psychophysik in eine äussere und eine innere, je nachdem die Beziehung des Geistigen zu der körperlichen Aussenwelt oder der körperlichen Innenwelt, mit welcher das Geistige in nächster Beziehung steht, in Betracht gezogen wird, oder anders, in eine Lehre von den

mittelbaren und von den unmittelbaren functionellen Beziehungen zwischen Seele und Körper.

Die grundlegenden Erfahrungen für die ganze Psychophysik können nur im Gebiete der äusseren Psychophysik gesucht werden, sofern nur dieses der unmittelbaren Erfahrung zugänglich ist, und der Ausgang ist daher von der äusseren Psychophysik zu nehmen; doch kann sich diese nicht ohne stete Mitrücksicht auf die innere entwickeln, in Betracht dessen, dass die körperliche Aussenwelt nur durch Zwischenwirkung der körperlichen Innenwelt mit der Seele functionsweise verknüpft ist.

Auch so lange wir erst noch bei der Betrachtung der gesetzlichen Beziehungen zwischen äusserem Reiz und Empfindung stehen, dürfen wir nicht vergessen, dass der Reiz doch nicht unmittelbar Empfindung in uns erweckt, sondern nur durch Erweckung irgendwelcher körperlichen Thätigkeiten in uns, die zur Empfindung in directerer Beziehung stehen. Ihre Natur mag noch ganz unbekannt sein, die Frage nach dieser Natur anfangs ganz dahingestellt werden, wie es von uns erklärtermassen geschehen soll; aber ihre Thatsache muss statuirt und öfters auf diese Thatsache recurrirt werden, wenn es gilt, jene gesetzlichen Beziehungen selbst, um die es uns in der äusseren Psychophysik zunächst zu thun ist, triftig ins Auge zu fassen und zu verfolgen. Eben so werden wir, wenn schon die körperlichen Thätigkeiten, die unserer Willensthätigkeit unmittelbar unterliegen und folgen, noch gänzlich unbekannt sind, nicht vergessen dürfen, dass das, was durch den Willen in der Aussenwelt gewirkt wird, doch eben nur mittelst solcher Thätigkeiten von ihm gewirkt wird. Und werden so überall in Gedanken das unbekannte Mittelglied einzuschalten haben, was nöthig ist, die Kette der Wirkungen zu vervollständigen.

Der Psychologie und Physik schon durch den Namen verwandt, hat die Psychophysik einerseits auf der Psychologie zu fussen und verspricht andererseits, derselben mathematische Unterlagen zu gewähren. Von der Physik entlehnt die äussere Psychophysik Hülfsmittel und Methode; die innere lehnt sich vielmehr an die Physiologie und Anatomie, namentlich des Nervensystems, und setzt eine gewisse Bekannntschaft damit voraus. Leider freilich ist von den so mühsamen, genauen und werthvollen Untersuchungen in diesem Felde, welche die neuere Zeit gebracht hat,

bis jetzt noch nicht der Vortheil für die innere Psychophysik zu ziehen, welcher unstreitig dereinst davon zu ziehen sein wird, wenn jene Untersuchungen und die von einem anderen Angriffspuncte her geführten Untersuchungen, auf welche sich diese Schrift stützt, bis zu dem Puncte der Begegnung gediehen sein werden, wo sie im Stande sind, sich wechselseitig zu befruchten. Dass diess bis jetzt noch wenig der Fall ist, bezeichnet nur den unvollkommenen Zustand, in dem sich unsere Lehre noch befindet.

Der Gesichtspunct, von dem aus wir hier den Angriff auf unsere Lehre nehmen werden, ist dieser.

Bevor uns noch die Mittel gegeben sind, die Beschaffenheit der körperlichen Thätigkeiten zu ermitteln, welche in unmittelbarer Beziehung zu unseren geistigen Thätigkeiten stehen, können doch die quantitativen Abhängigkeitsverhältnisse zwischen beiden sich bis zu gewissen Gränzen ermitteln lassen. Empfindung hängt vom Reize ab; eine stärkere Empfindung hängt von einem stärkeren Reize ab; der Reiz aber wirkt nur Empfindung durch Zwischenwirkung einer inneren körperlichen Thätigkeit. Insofern sich gesetzliche Beziehungen zwischen der Empfindung und dem Reize auffinden lassen, müssen sie gesetzliche Beziehungen zwischen dem Reize und dieser inneren körperlichen Thätigkeit einschliessen, welche in die allgemeinen Gesetze, wie körperliche Thätigkeiten einander hervorrufen, hineintreten und mithin allgemeine Schlüsse auf Verhältnisse dieser inneren Thätigkeit begründen. In der That wird die Folge zeigen, dass bei aller unserer Unkenntniss über die nähere Beschaffenheit der psychophysischen Thätigkeiten doch über die Verhältnisse derselben, welche für die wichtigeren Verhältnisse des allgemeinen Seelenlebens in Betracht kommen, schon jetzt bis zu gewissen Gränzen sichere und zulängliche Vorstellungen auf fundamentale Thatsachen und Gesetze, die von der äusseren Psychophysik in die innere übergreifen, zu begründen sind.

Abgesehen aber von dieser Bedeutung für die innere Psychophysik haben die gesetzlichen Verhältnisse, die sich auf dem Gebiete der äusseren ermitteln lassen, ihre Wichtigkeit für sich. Auf Grund derselben ergiebt sich, wie man sehen wird, zum physischen das psychische Mass, und auf dieses Mass lassen sich Anwendungen gründen, die ihrerseits von Wichtigkeit und Interesse sind.

III. Eine Vorfrage.

Wenn schon alle dunklen und streitigen Fragen der inneren Psychophysik — und fast die ganze innere Psychophysik besteht zur Zeit nur aus solchen Fragen — mit ihr selbst zurückzustellen sind, bis der erfahrungsmässige Gang die Mittel zu ihrer Entscheidung bietet, so wird doch eine derselben, welche die Aussichten der ganzen Psychophysik angeht, vornweg wenigstens kurz zu berühren sein, um sie so weit zu beantworten, als sie sich aus allgemeinem Gesichtspuncte beantworten lässt, und im Uebrigen auf die Folge zu verweisen.

Bezeichnen wir Denken, Wollen, die feineren ästhetischen Gefühle als höheres Geistige, sinnliche Empfindungen und Triebe als niederes, so können jedenfalls hienieden — die Frage des Jenseits lassen wir ganz offen — die höheren geistigen Thätigkeiten eben so wenig von Statten gehen als die niederen, ohne körperliche Thätigkeiten mitzuführen, oder an psychophysische Thätigkeiten gebunden zu sein. Kein Mensch kann mit einem gefrorenen Gehirne denken. Eben so wenig ist zu bezweifeln, dass eine bestimmte Gesichts-Empfindung, Gehörs-Empfindung nur zu Stande kommen können, nach Massgabe als bestimmte Thätigkeiten unseres Nervensystemes stattfinden; auch diess wird nicht bezweifelt, ja wohl der Begriff der sinnlichen Seite der Seele darauf gegründet, dass sie in genauem Connex mit der Körperlichkeit stehe und gehe. Desto mehr aber wird bezweifelt, ob auch jeder bestimmte Gedanke an eine eben so bestimmte Bewegung im Gehirne gebunden sei, und nicht vielmehr ein thätiges Gehirn im Allgemeinen hinreiche für das Denken und die höheren geistigen Thätigkeiten überhaupt, ohne dass solche einer besonderen Art und Richtung der körperlichen Thätigkeiten im Gehirne bedürfen, um in bestimmter Art und Richtung von Statten zu gehen. Ja es wird wohl der wesentliche Unterschied des höheren vom niederen geistigen Gebiete (von Manchen als Geist und Seele im engeren Sinne unterschieden) eben hierin gesucht.

Gesetzt nun, die höheren geistigen Thätigkeiten wären wirklich einer Specialbeziehung zu körperlichen Thätigkeiten enthoben, so würde aber doch die als thatsächlich anzuerkennende allgemeine Beziehung derselben dazu der Betrachtung und Untersuchung durch die innere Psychophysik unterliegen. Denn

diese allgemeine Beziehung wird jedenfalls an allgemeine Gesetze gebunden sein und allgemeine Verhältnisse einschliessen, die es zu ermitteln gelten wird; ja diese dürften überhaupt immer das Wichtigste der Aufgabe der inneren Psychophysik bleiben. Und schon eins der nächsten Kapitel (V) wird uns auf solche Verhältnisse führen.

Ich will ein Bild brauchen: mag der Gedanke am Flusse der körperlichen Thätigkeit selbst mitwirken und nur mittelst dieses Wirkens wirklich sein, oder mag er des Flusses nur bedürfen, wie der Ruderer im Nachen, um darüber hinzusteuern, und dabei mit dem Ruder gleichgültige Wellen zu schlagen; beidesfalls wollen die Verhältnisse und Gesetze des Flusses berücksichtigt sein, wenn es sich um den Fluss oder Fortschritt des Gedankens handelt; beidesfalls freilich aus sehr anderem Gesichtspuncte. Auch die freieste Schifffahrt unterliegt Gesetzen, die sich auf die Natur des Elementes und die Mittel, die ihr dienen, beziehen. Also wird auch jedenfalls die Psychophysik mit der Beziehung des höheren Geistigen zur körperlichen Unterlage zu thun finden; aus welchem Gesichtspuncte aber und bis zu welchen Gränzen, das wird sie selber dereinst auf ihrem Gebiete zu entscheiden haben.

Möge nun Jeder die Idee und den Spielraum der inneren Psychophysik so weit und so lange beschränken, als ihn der Zwang und das Band der Thatsachen nicht nöthigt, die Beschränkung aufzugeben. Nach meinem Glauben, der doch für jetzt erst als Glauben geltend gemacht wird, giebt es in dieser Hinsicht keine Gränze.

In der That, bedenke ich, dass die Empfindung der Harmonie und Melodie, die unstreitig einen höheren Charakter als die der einzelnen Töne trägt, der Verhältnisse derselben Schwingungszahlen als Unterlage bedarf, die einzeln den einzelnen Empfindungen unterliegen, und dass sie sich nur in genauem Zusammenhange mit der Weise, wie diese zusammenklingen und sich folgen, ändern kann; so scheint mir hierin eine Andeutung nur für ein höheres, aber kein fehlendes specielles Abhängigkeitsverhältniss zwischen höherem Geistigen und physischer Unterlage zu liegen, und Alles wohl mit dieser, leicht weiter auszuführenden und zu erweiternden Andeutung zu stimmen. Aber weder die Ausführung, noch auch nur Behauptung derselben ist hier im Eingange unsere Sache.

IV. Begriffliches über Empfindung und Reiz.

Bei der noch so grossen Unvollständigkeit der bisherigen psychophysischen Untersuchungen würde eine Aufzählung, Begriffsbestimmung und Classification aller psychischen Zuständlichkeiten, die einmal Gegenstand derselben werden können, wenig Nutzen haben. Zunächst und in der Hauptsache werden wir uns mit sinnlichen Empfindungen im gewöhnlichen Wortsinne der Empfindung beschäftigen, wobei ich mich folgender unterscheidenden Nomenclatur bedienen werde.

Ich werde intensive und extensive Empfindungen unterscheiden, je nachdem es die sinnliche Auffassung von etwas gilt, dessen Grösse als intensive oder extensive fassbar ist, also z. B. zu den intensiven Empfindungen die Empfindung der Helligkeit, zu den extensiven Empfindungen die Auffassung einer räumlichen Ausdehnung mit Gesicht oder Getast rechnen, und werde demgemäss auch intensive und extensive Grösse einer Empfindung unterscheiden. Wenn uns ein Gegenstand heller als der andere erscheint, heisst uns die Empfindung, die er gewährt, intensiv grösser, wenn er uns grösser als der andere erscheint, extensiv grösser. Diess ist nur Sache der Definition, und setzt, so allgemein verstanden, noch kein bestimmtes Mass der Empfindung voraus.

Bei allen Empfindungen überhaupt, intensiven wie extensiven, können wir Grösse und Form unterscheiden; nur dass bei den intensiven die Grösse häufiger Stärke und die Form Qualität genannt wird. Bei den Tönen hat die Höhe, obwohl als Qualität des Tones fassbar, doch auch eine quantitative Seite, sofern wir eine grössere und geringere Höhe unterscheiden können.

E. H. Weber unterscheidet, unstreitig sehr triftig, das Vermögen oder den Sinn, wodurch uns extensive Empfindungen nach dem hier angenommenen Sprachgebrauche zukommen, oder den Raumsinn als Generalsinn von den Sinnen, welche uns intensive Empfindungen gewähren, als Specialsinnen, sofern erstere Empfindungen nicht wie letztere schon durch Eindruck auf einzelne, von einander unabhängige Nervenfasern oder deren respective Verzweigungskreise (Empfindungskreise), sondern nur durch eine Coordination von Eindrücken auf mehrere hervorgehen können, wobei nicht sowohl die Stärke und Qualität der

Eindrücke, als die Zahl und Anordnung derselben oder der Kreise von Nervenzweigen, auf welche dieselben geschehen, wesentlich für die Grösse und Form der extensiven Empfindung ist. Seine Auseinandersetzungen hierüber*) sind sehr geeignet, zur Klarheit über die allgemeinen Verhältnisse der Sinne beizutragen; hier kann es jedoch zunächst genügen, auf den eben bemerkten Unterschied in den Umständen, wovon intensive und extensive Empfindungen abhängen, hingewiesen zu haben; wie denn überhaupt diese kurzen Vorerörterungen blos bestimmt sind, die Erörterung über die an die Empfindlichkeit und Empfindung zu legenden Masse einzuleiten, und daher nicht weiter in die Lehre von den Empfindungen eingehen, als es dieser Zweck erfordert.

Bei der verschiedenen Natur und den verschiedenen Abhängigkeitsverhältnissen der extensiven und intensiven Empfindungen bedarf es einer besonderen Untersuchung ihrer Gesetze. Es liesse sich denken, dass die Grösse der extensiven Empfindung oder extensive Grösse der Empfindung in entsprechender Weise, nach gleichem Gesetze, von der Zahl gereizter Empfindungskreise abhienge, als die der intensiven Empfindung von der Intensität ihrer Reizung; aber weder lässt sich diess von vorn herein voraussetzen, noch ist es bis jetzt erwiesen. Unsere künftigen Untersuchungen und demgemässen Angaben werden sich vorzugsweise, wenn schon nicht ausschliesslich, auf die intensiven Empfindungen beziehen, und solche unter Empfindungen schlechthin zu verstehen sein, wo nicht das Gegentheil aus dem beigefügten Beiworte extensiv oder aus dem Zusammenhange von selbst erhellt.

Nächst der Unterscheidung der extensiven und intensiven Empfindungen ist der Unterscheidung der objectiven Empfindungen und der Gemeingefühle, der sogenannten positiven und negativen Empfindungen zu gedenken. Objective Empfindungen, wie die Empfindungen von Licht und Schall, sind solche, welche auf das Dasein einer den Empfindungsorganen äusseren Quelle der Erregung bezogen werden, indess die Modificationen des Gemeingefühles, wie Schmerz, Lust, Hunger, Durst nur als Zuständlichkeiten unseres eigenen Körpers selbst empfunden werden. Auch über dieses Verhältniss sind die classischen Unter-

*) Berichte der sächs. Soc. 1853. S. 83; im Auszuge in Fechner's Centralbl. 1853. No. 31.

suchungen *Weber's* in seiner Abhandlung über Tastsinn und Gemeingefühl nachzusehen.

Als *positive* und *negative* Empfindungen pflegt man die Empfindungen von Wärme und Kälte, Lust und Schmerz sich entgegenzustellen, welche das Gemeinsame haben, dass die Weise ihrer Erregung oder der Bezug zu dem, was sie erregt, einen Gegensatz einschliesst, indem das Gefühl der Kälte durch Entziehung der Wärme, wie das der Wärme durch vermehrte Aufnahme von Wärme, entsteht und wächst, die Empfindung der Lust mit einem Anstreben der sie erregenden Ursache, wie die Unlust mit einem Gegenstreben in Beziehung steht.

Indem man jene Benennung positiver und negativer Empfindungen als Sprachgebrauch gelten lassen kann, hat man aber dabei nicht ausser Acht zu lassen, dass die sogenannten negativen Empfindungen psychisch genommen an sich nichts Negatives haben, nicht einen Mangel, ein Weniger von Empfindung, eine Entfernung von Empfindung repräsentiren, da sie vielmehr eben so heftig oder selbst heftiger als die sogenannten positiven sein, und eben so starke positive körperliche Wirkungen äussern oder mitführen können, wie denn die Empfindung des Frostes eine Erschütterung des ganzen Körpers, die des Schmerzes Geschrei und sonst andere lebhafte körperliche Aeusserungen veranlassen kann.

Der Ausdruck *Reiz* ist in engerem Sinne nur auf die körperlichen Erweckungsmittel, Anregungsmittel intensiver Empfindungen zu beziehen. Insofern sie unserer körperlichen Aussenwelt angehören, sind es *äussere* Reize; insofern sie unserer körperlichen Innenwelt angehören, sind es *innere* Reize. Der Begriff der ersteren ist durch Aufzeigung äusserer Reize, wie Licht, Schall, sächlich zu erläutern, der Begriff der letzteren wird erst noch genauer zu klären und vielleicht schliesslich, bis zu gewissen Gränzen, zu eliminiren sein. Ein Rauschen im Ohre kann durch äussere Einwirkung der Luftschwingungen entstehen, die ein Wasserfall in unser Ohr sendet. Ein ähnliches Rauschen kann ohne äussere Einwirkung durch Ursachen in unserem Körper entstehen. Sie sind im Allgemeinen unbekannt; aber insofern sie das Aequivalent der Wirkung eines äusseren Reizes erzeugen, sind sie auch als Aequivalent eines solchen in Rechnung zu ziehen, und aus diesem Gesichtspuncte wird uns der Ausdruck innerer Reiz öfters bequem sein, die unbekannten, aber nach ihrer Wir-

kung als factisch anzuerkennenden, inneren körperlichen Ursachen von Empfindungen mit den äusseren unter gemeinsame Begriffe, Gesichtspuncte, Formeln zu fassen.

Sollte die Seele von äusseren und inneren Anregungen nur nach Massgabe gerührt werden, als deren Wirkungen bis zu einem bestimmten Puncte des Körpers gelangt sind, so würden alle Empfindungen, insoweit eine Abhängigkeit derselben vom Körper zugestanden wird, nur Folgewirkungen körperlicher Bewegungen sein, und hiernach selbst die innerlichsten körperlichen Bedingungen der Empfindungen unter den Begriff der Reize treten. Wogegen im Falle des Gebundenseins der Empfindungen an wesentlich mitgehende, in functioneller Beziehung dazu stehende, körperliche Bewegungen es nicht statthaft sein würde, solche Simultanbedingungen der Empfindung, mit denen die Empfindung unmittelbar gesetzt ist, auch noch mit unter die Reize zu zählen, sondern nur solche, welche selbst erst zu deren Hervorrufung dienen, will man nicht Verschiedenes vermengen. Inzwischen brauchen wir uns zwischen beiden Ansichten hier noch nicht zu entscheiden, und es hat die danach sich verschieden stellende Auffassung innerer Reize auf unsere factischen Betrachtungen keinen Einfluss, so lange wir das Dasein und den Grössenwerth der inneren Reize eben nur nach ihrer äquivalenten Wirkung mit äusseren Reizen annehmen und in Rechnung ziehen. Sie sind uns zunächst ein ihrem Orte und ihrer Qualität nach unbekanntes x, das aber doch mit einer bestimmten, der der äusseren Reize vergleichbaren, quantitativen Wirkung in den Erscheinungskreis eintritt, und seinen Namen und Werth nach dieser empfängt.

Manches, was man im gewöhnlichen Leben sich scheuen würde, unter dem Namen Reiz mit zu begreifen, werden wir doch kein Bedenken tragen, mit darunter zu fassen, als z. B. Gewichte, insofern sie drückend die Empfindung des Druckes oder gehoben die Empfindung der Schwere verursachen. Dagegen hätte eine Uebertragung des Wortes Reiz auf die Ursachen, wodurch extensive Empfindungen in uns hervorgerufen werden, ihr Missliches, zumal über diese Ursachen noch wenig Klarheit überhaupt vorhanden ist. Auch ohne Zutritt äusserer Ursachen haben wir im geschlossenen Auge ein mit Schwarz erfülltes Gesichtsfeld von gewisser Ausdehnung, und auch ohne Berührung mit Zirkelspitzen oder dergl. können wir uns bei darauf gerichteter Aufmerk-

samkeit einer gewissen Ausdehnung unserer Körperoberfläche bewusst werden. Was äusserlich zutritt, markirt theils Gränzen in diesem von Natur schon gegebenen Empfindungsfelde, theils bestimmt es Formen, theils giebt es Anhalt zu verhältnissmässigen Grössen- und Distanzschätzungen, ohne doch die Empfindung der Ausdehnung selbst erst zu erzeugen. Diese scheint in der Zusammenordnung und organischen Verknüpfung thätiger Nerven, respectiv ihrer centralen Endigungen, angeborenerweise begründet zu sein, obschon hierüber noch nichts Sicheres entschieden ist. Wenn man nun nach dieser Voraussetzung von Reiz hier überhaupt noch sprechen wollte, könnte wohl nur die Coordination der inneren Erregungen dieser Nerven in Anschlag zu bringen sein. Da es aber wahrscheinlich Simultanbedingungen der Empfindung sind, würde der Ausdruck hierdurch wieder uneigentlich werden. Auch kann, worauf Manche Gewicht legen, die Erfahrung unter Mithülfe von Bewegungen zu der Ausdehnungsschätzung mitwirken. Es wäre aber nicht am Orte, hier, wo es blos sprachliche Bestimmungen gilt, in diesen noch ziemlich dunkeln Gegenstand weiter einzugehen.

Ohne Rücksicht auf diese Dunkelheit und auf die Frage, inwiefern das Wort Reiz hier irgendwie noch eine Stelle findet, kann man sagen, dass die Grösse des Reizes bei intensiven Empfindungen insofern durch die Zahl der zwischen gegebenen Puncten enthaltenen thätigen Empfindungskreise bei extensiven vertreten wird, als die empfundene Extension in Abhängigkeit davon ab- und zunimmt, so dass betreffs quantitativer Abhängigkeitsverhältnisse diese Zahl mit der Grösse des Reizes unter einen gemeinsamen, freilich nur sehr allgemeinen, Gesichtspunct für beiderlei Empfindungen gefasst werden kann; ohne dass jedoch damit behauptet werden kann, sei es, dass das Gesetz der Abhängigkeit beidesfalls ein gleiches sei, oder dass nicht die extensive Empfindungsgrösse noch von anderen Umständen als jener Zahl mitabhängig sein könne, welche Puncte vielmehr selbst erst ein Gegenstand wichtiger psychophysischer Untersuchung sind.

Bei Einwirkung der meisten äusserlichen Potenzen, wovon Empfindung abhängt, steigt die Empfindung, nachdem sie überhaupt merklich geworden ist, mit Verstärkung der einwirkenden Potenz continuirlich in demselben Sinne und sinkt mit Schwächung derselben continuirlich bis ins Unmerkliche. In Betreff eini-

ger aber, wie Wärme und Druck auf die Haut, ist der Organismus so eingerichtet, dass vielmehr nur nach Massgabe der Differenz von einer gegebenen mittleren oder gewohnten Einwirkung, wie der gewöhnlichen Temperatur, dem gewöhnlichen Luftdrucke, Empfindung entsteht, und diese ebensowohl, aber mit verschiedenem Charakter, als Empfindung von Wärme oder Kälte, Druck oder Zug, wächst, je nachdem man die Einwirkuug über diesen Grad steigert, oder unter diesen Grad erniedrigt. In diesem Falle wird man passend als Reiz nicht die absolute Grösse des Wirkenden, sondern seine positive oder negative Differenz von dem Grade, welcher die Empfindungen mit entgegengesetztem Charakter scheidet, und bei welchem keine Empfindung stattfindet, anzusehen haben, und die erste als positiven, die letzte als negativen Reiz bezeichnen können.

Insofern im Folgenden die Wirkungsbeziehungen zwischen Reiz und Empfindung in Betracht gezogen werden, sind die Reize auch stets als wirklich einwirkende und zwar als unter vergleichbaren Umständen einwirkende vorausgesetzt, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt ist oder aus dem Zusammenhange von selbst erhellt. Es kann aber die Vergleichbarkeit ebensowohl durch eine verschiedene Anbringungsweise der Reize, als einen verschiedenen Zustand des Subjectes oder Organes, worin der Reiz dasselbe trifft, aufgehoben werden, womit der Begriff einer verschiedenen Empfindlichkeit in Beziehung steht, von deren Begriff und Mass im sechsten Kapitel näher die Rede sein wird.

Der Kürze halber sagt man von einem Reize, der eine Empfindung anregt, sowie einem Reizunterschiede, der einen Empfindungsunterschied mitführt, er werde empfunden, stärker oder schwächer, je nachdem die Empfindung, der Empfindungsunterschied stärker oder schwächer ist, eine Ausdrucksweise, deren wir uns ebenfalls, ohne Missverständnisse besorgen zu dürfen, bedienen können.

Aeussere Psychophysik.

Die psychophysische Masslehre.

V. Mass der körperlichen Thätigkeit. Lebendige Kraft.

Kein Reiz wirkt als ein träger; vielmehr sind manche Reize, wie Licht und Schall, unmittelbar als Bewegungen fassbar; und wenn von anderen, wie Gewichten, Geruchs- und Geschmacksreizen diess nicht gilt, so dürfen wir doch voraussetzen, dass sie nur durch Hervorrufung oder Abänderung irgendwelcher Thätigkeiten in unserem Körper Empfindung erzeugen oder solche abändern, und also ihrer Grösse nach Repräsentanten der Grösse körperlicher, mit Empfindung in Beziehung stehender, Thätigkeiten sind, welche in irgend einem Verhältnisse der Abhängigkeit dazu stehen.

Ohne uns nun hier mit dem Specialmasse der verschiedenen Reize und dadurch anregbaren körperlichen Thätigkeiten zu beschäftigen, vielmehr, soweit ein solches vorliegt, solches aus Physik und Chemie als bekannt voraussetzend, wollen wir aber über das allgemeine Mass körperlicher Thätigkeit in einige, für das Folgende belangreiche, Erörterungen eingehen.

Schon im gewöhnlichen Leben legt man einen gewissen Massstab an die Grösse oder Stärke einer körperlichen Thätigkeit, und sucht diesen theils in der Schnelligkeit der vollzogenen Bewegungen, theils der Grösse der fortbewegten Masse, ohne jedoch bestimmtere Vorstellungen darüber zu haben. Zunächst nun scheint es am natürlichsten, als Mass der Grösse einer Thätigkeit das Product aus der Grösse der fortbewegten Masse in die Geschwindigkeit, mit der sie bewegt wird, d. h. die Quantität der Bewegung, anzunehmen. In der That ist beim Stosse und überhaupt bei der Mittheilung der Bewegung die Geschwindigkeit, welche

der angestossene Körper annimmt, oder die Grösse der Masse, welcher eine gegebene Geschwindigkeit mitgetheilt werden kann, der Quantität der Bewegung des anstossenden Körpers proportional, und wollte man also diese Wirkung als massgebend für die Grösse der Thätigkeit ansehen, so würde man allerdings in der Quantität der Bewegung ein Mass derselben finden können. Unstreitig kommt das auf die Definition der körperlichen Thätigkeit an. Inzwischen wenn man solche in dem Sinne fassen will, wie sie in der exacten Physik, Mechanik, Physiologie und selbst im gewöhnlichen Leben gefasst wird, kann nicht die Quantität der Bewegung, sondern nur die lebendige Kraft als Mass der körperlichen Thätigkeit dienen.

Die lebendige Kraft, von der hier die Rede ist, ist in keiner Weise mit der Lebenskraft der Philosophen zu verwechseln, sondern ein scharfer Massbegriff von folgender Bedeutung.

Die lebendige Kraft eines materiellen Theilchens, gleichviel ob atomistisch oder nicht atomistisch gefasst, wird erhalten, indem man seine Masse m mit dem Quadrate seiner Geschwindigkeit v multiplicirt, so dass der Ausdruck der lebendigen Kraft für das betreffende Theilchen mv^2 ist*). Die lebendige Kraft eines ganzen Systems ist dann die Summe der lebendigen Kräfte seiner Theilchen, also bei einem Systeme aus drei oder mehr Theilchen mit den Massen m, m', m''.... und Geschwindigkeiten v, v', v''....

$$= mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 \ldots.$$

was man kurz für eine beliebige Anzahl Theilchen durch

$$\Sigma mv^2$$

auszudrücken pflegt; wobei nur Acht zu haben ist, dass das Summenzeichen Σ nicht eine Summirung mehrerer gleicher Producte mv^2 bedeutet, sondern so vieler verschiedenartiger Producte als es Theilchen mit verschiedener Masse und Geschwindigkeit giebt.

Ohne hier auf die tieferliegenden Gründe für die Einführung dieses Massbegriffes eingehen zu wollen, können einige näherliegende dafür angeführt werden.

*) Streng genommen wird in der Mechanik nur die Hälfte des Productes mv^2 unter lebendiger Kraft des Theilchens verstanden; doch wenden Manche auch den Namen auf das ganze Product an, was ich hier der Bequemlichkeit halber ebenfalls thue, indem dieser verschiedene Gebrauch begreiflich keinen Einfluss auf die Verhältnisse hat, die von der lebendigen Kraft abhängen, sondern blos die Einheit derselben ändert.

Nach dem ganzen Geiste der mathematischen Bewegungslehre muss man entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten mit entgegengesetzten Vorzeichen bezeichnen; und es leuchtet hienach ein, dass, wenn man sich fragte, welche Summe Thätigkeit binnen einer gegebenen Zeit in einem Systeme entwickelt worden sei, dessen Theilchen in lebhaften Schwingungen begriffen sind, diese Summe von Thätigkeit sich merklich null finden würde, wenn man die Quantität der Bewegung zum Massstabe der Thätigkeit machen wollte, da die Geschwindigkeiten der hin- und hergehenden Bewegungen durch ihr entgegengesetztes Vorzeichen mit der stets positiven Masse Producte geben, die sich bei der Summirung compensiren; was doch keinesfalls angemessen wäre, sofern zu den hingehenden Bewegungen so viel Kraft gebraucht wird, als zu den hergehenden; dagegen bei Anwendung der lebendigen Kraft als Massstab sowohl die hin- als hergehenden Bewegungen zur Vermehrung der Thätigkeitssumme beitragen, da das Quadrat einer negativen Grösse eben sowohl positiv ist, als das einer positiven Grösse.

Zweitens thut man, indem man die körperliche Thätigkeit durch die lebendige Kraft misst, nichts anderes, als sie durch die körperliche Leistung oder Arbeit, die dadurch vollziehbar ist, messen, wodurch man mit den Begriffen des täglichen Lebens und der praktischen Mechanik in Zusammenhang und Beziehung tritt. Ein Mensch, eine Maschine hat nach den geläufigen Begriffen von Arbeit doppelt oder dreimal so viel gearbeitet, wenn er ein gegebenes Gewicht auf die doppelte oder dreifache Höhe gehoben hat; und leistet er eine andere Art Arbeit, als Heben von Gewichten, so kann man sie doch stets auf diese Art Arbeit reduciren, um ein vergleichbares Mass dafür zu haben.

Nun wächst nach bekannten Gesetzen die Höhe, welche ein vertical aufwärts geworfener Stein, abgesehen vom Luftwiderstande, erreicht, nicht im Verhältnisse der einfachen Geschwindigkeit, die man ihm im Momente des Wurfes ertheilt, sondern des Quadrates dieser Geschwindigkeit, mithin im Verhältnisse der lebendigen Kraft, die ihm im Momente des Wurfes ertheilt wird. Dieselbe Geschwindigkeit aber, die ihm beim Werfen auf einmal (oder vielmehr in sehr raschen Zuwüchsen) ertheilt wird, wird ihm beim langsamen Heben in allmäligen Zuwüchsen ertheilt, und also hängt die Hubhöhe eben so wie die Wurfhöhe von der Grösse

der lebendigen Kraft ab, welche dem Steine, allgemeiner einer Last, einem Gewichte, in der Richtung gegen die Schwere eingepflanzt wird, oder von selbst inwohnt.

Ein Mensch muss, um auf einen Berg zu steigen, abgesehen von Nebenumständen, so viel lebendige Kraft in aufwärts gehender Bewegung selbst erzeugen, als nöthig wäre, sein Gewicht auf diese Höhe zu werfen.

Und so repräsentirt ganz allgemein die lebendige Kraft, die ein Körper von gegebener Masse in einem gegebenen Momente besitzt, wie übrigens auch seine Geschwindigkeit gerichtet sei, eine gewisse Höhe, die diese oder eine gleiche Masse vermöge derselben Geschwindigkeit über einem gegebenen Puncte erlangen wird, wenn man derselben diese Geschwindigkeit an diesem Puncte gegen die Richtung der Schwere eingepflanzt dächte. Und zwar, was wohl zu beachten, unter der Voraussetzung, dass die bisherige Krafteinwirkung, welche der Masse die Geschwindigkeit einpflanzte, aufhörte, und ausser der direct entgegenwirkenden constanten Schwere keine neue Krafteinwirkung zuträte. An jedem Puncte der Steighöhe des Körpers kann man für die an diesem Puncte stattfindende lebendige Kraft die demgemässe Repräsentation durch eine über diesem Puncte erreichbare Höhe vornehmen, ohne dadurch in Widerspruch mit der ersten Bestimmung zu gerathen, indem mit der sich immer mehr vermindernden lebendigen Kraft auch die über dem betreffenden Puncte noch erreichbare Höhe sich immer mehr vermindert.

Beim aufwärts gehenden Wurfe oder der Hebung einer Last im leeren Raume ist es blos die Gegenwirkung der Schwere, welche dem Körper von der einmal erzeugten Geschwindigkeit fortgehends etwas entzieht, bis endlich bei Erreichung einer gewissen Höhe alle Geschwindigkeit entzogen ist, über welchen Punct hinaus demgemäss die Leistung nicht gehen kann. Anstatt oder in Verbindung mit der Gegenwirkung der Schwere kann aber auch der Widerstand der Elasticität, der Reibung, der sogenannte Widerstand der Mittel, oder irgend ein anderer Widerstand — und bei jeder Leistung gilt es, einen Widerstand zu überwinden — denselben Erfolg äussern, als die Gegenwirkung der Schwere; eben dadurch aber jede Ueberwindung eines gegebenen Widerstandes und mithin jede Leistung der Hubhöhe oder Wurfhöhe einer gegebenen Last mittelst einer gegebenen lebendigen Kraft im leeren Raume

vergleichbar werden. Jede Leistung heisst gleich gross, zu deren Bewirkung eine gleich grosse lebendige Kraft gebraucht und verbraucht wird.

Dächten wir uns einen Körper im leeren Raume ohne Widerstand eines Mittels und Gegenwirkung einer Kraft sich bewegend, so würde er vermöge der einmal erlangten Geschwindigkeit und mithin lebendigen Kraft ins Unendliche fort ohne Minderung der Geschwindigkeit fliegen, und gar keine lebendige Kraft dabei *verbraucht* werden. Diess nennt man zwar eine Bewegung, aber keine *Leistung*, welche stets die Ueberwindung einer Gegenwirkung und einen demgemässen Verbrauch lebendiger Kraft voraussetzt. Es bleibt aber doch die lebendige Kraft dieses Körpers das Mass der Leistung, welche er hervorzubringen vermögend sein *würde*, sowie eine solche Gegenwirkung Platz griffe. Bei vielen Leistungen, z. B. dem gleichförmigen Zuge eines Wagens durch das Pferd, besteht dieselbe Grösse der lebendigen Kraft fort; aber nur desshalb, weil immer durch die Widerstände eben so viel verbraucht wird, als durch die Anstrengung des Pferdes dem Wagen zuwächst, wodurch die lebendige Kraft des Wagens continuirlich wachsen würde, wenn nicht eben die Widerstände den Zuwachs continuirlich verzehrten.

Lebendige Kraft kann sich in einem Systeme durch die Wechselwirkung seiner Theile entwickeln, so im Planetensysteme, in jedem Organismus; — durch Mittheilung und Fortpflanzung der Bewegung übertragen und fortgepflanzt werden; so beim Wurfe eines Steines; bei der Fortpflanzung der Bewegung durch feste und flüssige Mittel; — endlich die innerlich erzeugte durch äussere Einwirkungen abgeändert werden; so die lebendige Kraft, die das System je zweier Weltkörper durch ihre Wechselwirkung erzeugt, durch die Einwirkung eines dritten; so die innere lebendige Kraft eines lebendigen Organs durch jeden äusseren Reiz.

Schliesslich aber hat, so weit wir es zu verfolgen vermögen, nicht nur alle Entstehung, sondern auch Uebertragung, Fortpflanzung, Abänderung der lebendigen Kraft ihren Grund in Wechselwirkung der Theile. Wirft eine Hand den Stein, so entsteht die lebendige Kraft, die ihm eingepflanzt wird, durch organische Wechselwirkungen, und pflanzt sich über auf den Stein durch eine Wechselwirkung zwischen seinen Theilen und denen der

Hand; und jede Fortpflanzung der Bewegung beruht nicht minder auf Wechselwirkung der Theile.

Die ganze Natur ist ein einziges, in sich zusammenhängendes System von wechselwirkenden Theilen, in dem aber verschiedene Partialsysteme die lebendige Kraft unter verschiedenen Formen erzeugen, verwenden, auf einander übertragen, unter Wahrung allgemeiner Gesetze, wodurch der Zusammenhang beherrscht und erhalten bleibt. Insofern in der exacten Naturlehre alle physischen Vorgänge, Thätigkeiten, Processe, welchen Namen sie auch führen mögen, die chemischen, die imponderabeln, die organischen nicht ausgeschlossen, auf Bewegungsvorgänge, sei es grösserer Massen oder kleinster Theilchen, reducirt werden, können auch alle einen Massstab ihrer Lebendigkeit oder Stärke in der lebendigen Kraft finden, welche, wenn nicht überall direct, aber nach davon abhängigen Wirkungen, jedenfalls überall principiell, messbar ist.

Die Unbestimmtheit, in der wir uns von vorn herein über die Natur der körperlichen Vorgänge befinden, an deren Zustandekommen unsere Empfindung hängt, und die mit unseren Gedanken mitgehen, kurz der psychophysischen Thätigkeiten, führt also jedenfalls keine Unbestimmtheit über das Mass mit sich, was wir daran anzulegen haben. Falls sie überhaupt noch unter den physischen Platz finden, findet auch das Mass durch die lebendige Kraft dabei Platz; falls sie nicht darunter Platz finden, gehen sie uns hier nicht an.

Diess ist aus doppeltem Gesichtspuncte wichtig, einmal, sofern es uns eine Grundlage der Klarheit, zweitens, sofern es uns eine Grundlage der Gesetzlichkeit bietet, auf der wir bauen können.

Ohne die besondere Natur der psychophysischen Thätigkeiten zu kennen, wissen wir doch, was wir unter Grösse derselben zu verstehen haben, um die Psychophysik mit der Physik, der Physiologie, der Mechanik, dem gewöhnlichen Leben, in klarer Beziehung zu erhalten, und können auf die allgemein gültigen Verhältnisse und Gesetze der lebendigen Kraft allgemeingültige Folgerungen begründen. Insofern aber ein Zweifel entstehen kann, ob nicht doch die psychophysischen Thätigkeiten sich dieser Allgemeingültigkeit entziehen, hat die Untersuchung selbst sich mit hierauf zu richten.

Ziehen wir demnach einige der wichtigsten allgemeinen Verhältnisse und Gesetze der lebendigen Kraft hier in Betracht,

welche einen Anhalt zu dieser Untersuchung bieten, oder sonst naheliegende Anwendungen auf unser Gebiet zulassen.

Ein System kann scheinbar ruhig sein, und doch eine sehr grosse lebendige Kraft in unmerklich kleinen Bewegungen entwickeln, die vermöge der Uebertragbarkeit und Umsetzbarkeit der lebendigen Kraft in verschiedene Formen oft nur der Umsatz grosser mächtiger Bewegungen sind.

Wenn eine schwere Glocke angeschlagen wird, so sieht man ihre kleinen Erzitterungen nicht. Und doch repräsentirt die lebendige Kraft dieser Erzitterungen (einschliesslich der mit erzeugten Wärmeschwingungen) die ganze lebendige Kraft des Schlages, der auf sie fiel; und wollte man die hin- und hergehenden Bewegungen derselben nach Einer Richtung summiren, so würde sie dadurch ein gutes Stück fortgeschleudert werden.

Scheinbar eine ganz unbedeutende oder gar keine, in Wirklichkeit aber unstreitig eine sehr grosse, lebendige Kraft wird im Acte chemischer Verbindungen entwickelt. Wir bemerken dabei keine auffallenden Bewegungen; aber die Licht- und Wärmephänomene, die dabei stattfinden, beruhend auf Schwingungen des Aethers, lassen uns voraussetzen, dass auch die wägbaren Theilchen im Acte dieser Verbindung in lebhafte Schwingungen gerathen, welche sich dem Aether mittheilen oder von ihm mitgetheilt werden. Wie nun die lebendige Kraft des Schlages in den unsichtbaren Erzitterungen der Glocke scheinbar verschwinden kann, so kann umgekehrt die lebendige Kraft unmerklich kleiner Erzitterungen durch angemessene Vermittelungen in mächtige sichtbare Bewegungen ausschlagen.

So ist die ganze lebendige Kraft des dahinrollenden Dampfwagens nur ein Formumsatz der lebendigen Kraft der unmerklich kleinen Erzitterungen, welche durch den Verbrennungsprocess im Heizmaterial (einschliesslich des Aethers, welcher dasselbe durchdringt) hervorgerufen, von da auf die Theile der Maschine, und von da auf den Wagen übertragen worden sind. Und was hier von lebendiger Kraft in sichtbaren Bewegungen zu Tage tritt, verschwindet im Reiche der unsichtbaren Bewegungen des Heizmaterials, womit die fortgehende Unterhaltung und Schürung des Heizungsprocesses durch neues Material und steten Zug nöthig wird, soll er selbst in Gang bleiben. Auch ohne Hinzufügung der Maschine und des Wagens würde sie dazu nöthig werden,

indem die Schwingungen sich durch Mittheilung an die Umgebung, Ausstralung in den umgebenden Raum, von selbst schwächen; die Anbringung der Maschine und des Wagens macht aber die lebendige Kraft, die sonst nutzlos verloren gehen würde, bestimmten Zwecken in bestimmter Richtung dienstbar.

So ist auch die lebendige Kraft der sichtbaren Bewegungen, welche der Mensch äusserlich mit Armen und Beinen vollführt, nichts Anderes als ein Umsatz oder eine Resultante der lebendigen Kraft der kleinen inneren Bewegungen, die durch den Chemismus des Ernährungsprocesses hervorgerufen werden. Zu jeder äusseren Leistung verbraucht der Mensch etwas von dieser innerlich entwickelten lebendigen Kraft; denn die lebendige Kraft, welche die in Bewegung gesetzten Körper annehmen, entgeht ihm, und selbst ohne sichtbare Bewegung verliert er davon continuirlich durch Mittheilung an die Aussenwelt, Excretionen, Ausstralung, was Alles einen continuirlichen Wiederersatz durch den Ernährungsprocess nöthig macht, soll die organische Maschine in Gang bleiben.

Sowie die lebendige Kraft der unmerklich kleinen Erzitterungen nicht gegen die unsichtbaren Bewegungen vernachlässigt werden darf, vielmehr einen Haupttheil der lebendigen Kraft der Welt bildet, darf die lebendige Kraft der Bewegungen im Gebiete des Unwägbaren nicht gegen die im Gebiete des Wägbaren vernachlässigt werden, sondern bildet ihrerseits einen Haupttheil der lebendigen Kraft der Welt, und hat selbst einen Hauptantheil an den Vorgängen und Leistungen, die wir im Gebiete des Wägbaren wahrnehmen, vermöge der Umsetzbarkeit und Uebertragbarkeit der lebendigen Kraft aus einem Gebiete in das andere.

Denn, obschon wir die Masse der Aethertheilchen als fast verschwindend klein anzunehmen haben, ist sie doch nicht nichts, und wird durch eine unsäglich grosse Geschwindigkeit, die wir ihr von anderer Seite bei ihren Schwingungen beizulegen haben, in soweit compensirt, dass doch eine grosse lebendige Kraft in diesen Schwingungen entwickelt und in der Uebertragung auf das Wägbare eine erhebliche Leistung dadurch erzielt werden kann.

Die lebendige Kraft erfährt im Acte der Uebertragung von einem Körper auf den anderen, von einem Theile eines Systemes auf den anderen, gleichviel ob wägbar oder nicht, durch Stoss,

durch Reibung, Widerstand der Mittel, wie sehr auch die Form, in der sie auftritt, dadurch geändert werde, weder Vermehrung, noch Verminderung.

Scheinbar zwar verschwindet bei jedem Stosse, jeder Reibung, durch jeden Widerstand lebendige Kraft: die lebendige Kraft aller Steine, die zur Erde fallen, scheint verschwunden; die lebendige Kraft einer schwingenden Saite vermindert sich fortgehends durch den Widerstand der Luft; ein in Gang befindlicher Wagen vermöchte unter dem Einflusse der Reibung am Boden seine lebendige Kraft nicht unvermindert zu erhalten, wenn nicht das Zugthier immer neue Zuwüchse zufügte, die ihm selbst durch den Fortgang des Ernährungsprocesses zuwachsen müssen.

Aber alle lebendige Kraft, die hierbei für die sichtbare Bewegung verloren geht, findet sich in unsichtbaren Erzitterungen wägbarer und unwägbarer Theile wieder. Letzterem entspricht eine gewisse Wärmeerzeugung, so dass der ganze Verlust, der im Acte des Stosses, der Reibung u. s. w. an lebendiger Kraft Seitens der wägbaren Theile erlitten wird, durch ein gewisses genau bestimmbares und bestimmtes Aequivalent Wärme gedeckt wird, durch dessen angemessene Verwendung dann eben jenes Quantum lebendiger Kraft im Gebiete des Wägbaren, durch dessen Verschwinden die Wärme entstand, auch wieder erzeugt zu werden vermag. Ja es ist diess einer der bindendsten Gründe, die Wärmeerscheinungen von Schwingungen eines Substrates abzuleiten, was mit wägbaren Substraten nicht unvergleichbar ist, dass ein gegebenes Aequivalent Wärme für jedes verschwundene Quantum lebendiger Kraft wägbarer Substanzen im Acte der Mittheilung der Bewegung wie umgekehrt eintritt.

Eine, unstreitig Manchem willkommene, populäre Darstellung der Principien der wichtigen Lehre von dem mechanischen Aequivalente der Wärme enthält folgende Abhandlung von Baumgartner: »Das mechanische Aequivalent der Wärme und seine Bedeutung in den Naturwissenschaften. Ein Vortrag gehalten bei der feierlichen Sitzung der kaiserl. Akad. d. Wiss. am 30. Mai 1856« in Grunert's Arch. f. Math. 1858 p. 261; woraus ich hier einige Stellen entlehne. Dabei ist als Arbeitseinheit 1 Fusspfund vorausgesetzt, d. i. die Arbeitsleistung, durch welche 1 Pfund 1 Fuss gehoben wird, und als Wärmeeinheit das Wärmequantum, welches 1 Pf. Wasser zu 0° auf 1° C. zu bringen vermag.

»Durch Verbrauch eines bestimmten Wärmequantums wird auch eine bestimmte Arbeitsgrösse erzeugt und umgekehrt, und es entsprechen nach

den Ergebnissen zahlreicher, mit allen Vorsichten angestellter Versuche, bei denen theils Arbeit in Wärme, theils Wärme in Arbeit umgesetzt wurde und wo man es mit Wärme von dem mannichfaltigsten Ursprunge zu thun hatte, dem Verbrauche einer Wärmeeinheit 1367 Arbeitseinheiten und umgekehrt. Hierbei sind österreichische Masse und Gewichte zu Grunde gelegt.«

»In die Sprache des gemeinen Lebens übersetzt, heisst dieses: Die Wärme, welche 1 Pf. Wasser von 0° um 1° erwärmt, übt dieselbe mechanische Kraft aus, wie ein Gewicht von 1367 Pfund, das 1 Fuss hoch herabfällt.«

»Die Umsetzung der Wärme in Arbeit und umgekehrt erfolgt nicht nach Laune und Zufall, sondern nach bestimmten Regeln, welche die Bedingungen ausdrücken, unter welchen der Wechsel statt hat. Es kann nämlich Wärme nur in sofern in Arbeit verwandelt werden, als sie einem Körper zugeführt wird. Dieses geschieht aber bei geleiteter Wärme nur in der Richtung vom wärmeren Körper zum kälteren und nur insofern als Temperaturdifferenzen bestehen. Die zugeführte Wärme zerfällt aber hierbei in zwei Theile. Einer davon dient zur Erhöhung der Temperatur bei constantem Volumen, der andere aber verrichtet Arbeit, indem er z. B. eine Last vor sich hinschiebt. Wo es eine solche nicht giebt, da findet auch kein Kräftewechsel statt. Hieraus erklärt es sich, warum eine Luftmasse erkaltet, wenn sie sich ausdehnt und dabei einen Druck überwindet, während ihre Temperatur unverändert bleibt, wenn die Ausdehnung ohne Ueberwindung eines Widerstandes erfolgt, wie dieses der Fall ist, wenn sie in einen leeren Raum überströmt.«

»Jeder Gran Kohle, der unter dem Kessel der Dampfmaschine oder Luftmaschine vollkommen verbrennt, liefert in Folge des chemischen Processes der Verbrennung 0,908 Wärmeeinheiten oder 1241 Fusspfund Arbeit, wenn alle Wärme zur Erzeugung von Dampf oder zur Erhöhung der Spannkraft der Luft verwendet und vollständig in Arbeit umgesetzt wird.«

Inzwischen würde es untriftig sein, zu sagen, dass die lebendige Kraft in der Welt überhaupt eine constante Grösse sei. Nur durch den Act, im Momente der Mittheilung und Fortpflanzung der Bewegung ändert sich dieselbe nicht, falls wir auf das Aequivalent erzeugter Wärme mit Rücksicht nehmen; aber durch die continuirliche und im Laufe der Bewegung sich continuirlich ändernde Wirkung der Kräfte. Wenn ein Körper in seinem Laufe auf den anderen stösst, so wird, unter Rücksichtnahme auf die Erschütterung der wägbaren Theilchen und Zurechnung des beim Stosse erzeugten Aequivalentes Wärme, die Summe lebendiger Kraft in beiden nach dem Stosse noch so gross sein als vorher; dagegen sehen wir die lebendige Kraft jedes Planeten nach Massgabe wachsen, als er sich der Sonne nähert, abnehmen nach Massgabe als er sich davon entfernt, und die eines schwingenden

Pendels im Absteigen zunehmen, im Aufsteigen abnehmen. Wenn aber die lebendige Kraft in diesen Fällen nicht dieselbe bleibt, stellt sie sich doch immer in derselben Grösse wieder her, so wie die Körper des Systems, das erstenfalls von Sonne und Planet, zweitenfalls von Sonne und Erde gebildet wird, unter dem Einflusse der inneren Kräfte des Systemes wieder dieselbe Lage zu einander annehmen. Nun findet überhaupt auch in vielen anderen Systemen unter dem Einflusse der ihnen selbst inwohnenden Kräfte eine kreisende oder oscillirende Bewegung der Art statt, dass die Theile nach einer Zwischenzeit immer wieder zu einer gegebenen Lage zurückkehren, und für diesen Fall gilt auch allgemein das unter dem Namen des Gesetzes der Erhaltung der lebendigen Kraft bekannte Gesetz, wonach die lebendige Kraft in einem, nach irgend welchen vorgängigen Anstössen seinen inneren Kräften überlassenen Systeme sich immer wieder in der ursprünglichen Grösse herstellt, wenn die Theile des Systemes in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren, durch welche innere Vermittelungen und auf welchen Wegen auch der Rückgang erfolgt sein mag, was in complicirten Systemen in der That nicht immer auf so einfache Weise stattfinden kann, als in obigen einfachsten Systemen.

Wenn wir auf ein Stück Stahl schlagen, so wird die den Stahltheilchen eingepflanzte lebendige Kraft im Acte des Stosses zusammen mit der erzeugten Wärme die lebendige Kraft, die dem schlagenden Körper verloren gieng, vollkommen repräsentiren, und ist der Körper vollkommen elastisch, so werden die Theilchen, vom Momente des Stosses an unter dem Einflusse ihrer eigenen Kräfte hin- und herschwingend, beim Durchgange durch ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage auch immer wieder dieselbe lebendige Kraft erlangen, aber nicht während der Dauer der Schwingung behalten, indem sie die ursprüngliche Lage verlassen; und haben wir statt Stahls ein Stück wenig elastisches Blei, so wird es dauernd zusammengedrückt bleiben, und die im Acte des Stosses erzeugte lebendige Kraft, mit der die Theilchen sich aus der Gleichgewichtslage entfernten, sich nicht wieder herstellen können. Vielmehr verschwindet unter diesen Umständen wirklich lebendige Kraft, welche, wie man sich ausdrückt, dazu verwandt wird, eine dauernde Lagenveränderung der Theilchen hervorzubringen.

Das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft hindert also weder, dass die lebendige Kraft eines Systemes oder Theiles des unendlichen Weltsystemes sich zeitweis ändere, vermehre, vermindere, noch dass sie sich dauernd ändere; es stellt blos fest, dass sie sich wiederherstellt, wenn die Theile des Systemes nach beliebigen vorgängigen Anstössen unter dem Einflusse der inneren Kräfte zur ursprünglichen Lage zurückkehren; aber es kann diese Rückkehr selbst nicht allgemein verbürgen, und sie findet in vielen Fällen nicht statt. Sie findet nicht einmal in dem einfachen Systeme dreier sich nach dem Gravitationsgesetze anziehender Körper statt, ausser unter Specialbedingungen. Und bekanntlich nehmen die Planeten unseres Sonnensystemes wegen der Incommensurabilität ihrer Umlaufszeiten nie genau, sondern nur annäherungsweise in grösseren Perioden, wieder dieselbe Lage zu einander und zur Sonne ein, womit sich dann auch dieselbe lebendige Kraft unseres Planetensystemes zwar annähernd, aber nicht genau wiederherstellt.

Unstreitig nun wird in der Unendlichkeit der Welt die Abnahme der lebendigen Kraft, die ein Theil dieses unendlichen Systemes solchergestalt zeitweis oder dauernd erfährt, sich mit der Zunahme, die ein anderer Theil zugleich erfährt, mehr oder weniger compensiren können; aber es liegt kein Princip vor, welches die Abnahme bei den einen und die Zunahme bei den anderen Theilen in solche Beziehung setzte, dass auf eine genaue und bleibende Compensation zu rechnen wäre, und es ist um so weniger Grund, eine solche vorauszusetzen, als ein anderes Princip vorliegt, welches ein anderes constantes Verhältniss für die lebendige Kraft feststellt, aber nicht dieses des Beharrens auf demselben Stande.

Nicht die Grösse der eben vorhandenen lebendigen Kraft, aber die Grösse der vorhandenen lebendigen Kraft zusammen mit der Grösse der lebendigen Kraft, die vermöge der vorhandenen Bewegungsursachen noch zu erzeugen möglich ist, was wir kurz potenzielle Kraft (der üblichere Ausdruck ist Spannkraft) nennen wollen, ist für jedes, fremden Einwirkungen entzogenes, System, hiermit auch unstreitig für die Welt, eine constante Grösse.

Denken wir uns zur Erläuterung eine Saite im leeren Raume ohne Widerstand schwingend und nichts von Bewegung an die

Unterlagen, über die sie gespannt ist, abgebend, wie es der Fall wäre, wenn sie zwischen zwei einfachen festen Puncten gespannt wäre, um damit ein, fremden Einwirkungen entzogenes, System materieller Theilchen zu repräsentiren. Die lebendige Kraft dieser Saite ist variabel. Sie ist null an den Gränzen der Excursion; aber die potenzielle Kraft zugleich hier am grössten. Denn in jedem Puncte, den die Saite von da bis zur Gleichgewichtslage durchläuft, erzeugt sie eine neue Quantität lebendiger Kraft, die sich zur früheren fügt, bis sie beim Durchgange durch die Lage des Gleichgewichts das Maximum lebendiger Kraft erlangt hat. Als sie nun an der Gränze der Excursion war, war diese, jetzt wirkliche, lebendige Kraft ihre potenzielle Kraft, d. h. die lebendige Kraft, die noch nicht erzeugt war, aber vermöge der vorhandenen Bewegungsursachen noch erzeugt werden konnte. In der Bewegung von der Gränze der Excursion bis zur Mittellage hat sich diese ganze potenzielle Kraft in lebendige Kraft umgesetzt; aber so viel an lebendiger Kraft entstand, gieng an potenzieller Kraft verloren; denn, was schon von lebendiger Kraft erzeugt war, konnte nicht mehr erzeugt werden, bis beim Anlangen in der Mittellage die ganze potenzielle Kraft erschöpft war und hiermit kein weiterer Zuwachs von lebendiger Kraft auf ihre Kosten möglich. Von da an aber wächst umgekehrt nach einem entsprechenden Gange die potenzielle Kraft auf Kosten der lebendigen Kraft u. s. f. im Wechsel bis ins Unbestimmte, so dass die Summe der lebendigen und potenziellen Kraft der Saite stets gleich gross bleibt, nur dass bald die eine, bald die andere sich auf Kosten der anderen mehrt.

Was hier von der Saite gilt, gilt von der Welt. Die lebendige Kraft kann nur auf Kosten der potenziellen und umgekehrt wachsen. Nur dass nicht alle Theile der Welt in parallelem Gange ihren Wechsel zwischen steigender und fallender, lebendiger und potenzieller Kraft vollziehen, wie die Theile der Saite; vielmehr können sich die verschiedensten Theile der Welt in dieser Hinsicht in ganz verschiedenen Verhältnissen finden; auch tragen sie nur solidarisch zur Erfüllung des Gesetzes bei, so dass das, was ein Körper durch Mittheilung an den anderen an lebendiger Kraft verliert, ihm selbst nicht an potenzieller Kraft zuwächst, und umgekehrt, was er durch Mittheilung empfängt, nicht auf Kosten seiner potenziellen Kraft von ihm gewonnen wird; nur für das

ganze System gilt die constante Summe beider Kräfte. Eine Saite kann ja durch Mittheilung ihrer Bewegung an die Luft alle lebendige Kraft zugleich mit aller potenziellen Kraft einbüssen, indem sie in der Gleichgewichtslage zur Ruhe kommt; fasst man sie aber im Zusammenhange mit der Luft auf, so ist die Summe lebendiger und potenzieller Kraft für das System aus Saite und Luft sich gleich geblieben.

Diess ist das grosse Princip der sog. Erhaltung der Kraft, zusammenhängend mit dem obigen der Erhaltung der lebendigen Kraft, doch von noch allgemeinerer Bedeutung als dieses, ein Princip, was zwar in längst bekannten allgemeinen Principien der Mechanik begründet, doch zuerst von Helmholtz mit Klarheit entwickelt, in seiner vollen Bedeutung hervorgehoben und in seinen wichtigsten Anwendungen erläutert worden ist. Seitdem hat es die ausgedehnteste Berücksichtigung und Anwendung im Gebiete der unorganischen wie organischen Physik gefunden. Es gilt allgemein nur für Centralkräfte, die keine Function der Zeit oder Geschwindigkeit sind; bis jetzt aber hat man keinen Grund gefunden, an seiner Allgemeingültigkeit im Gebiete des Organischen und Unorganischen zu zweifeln.

Diess kann zunächst auffällig erscheinen. Im Gebiete der Elektricität und des Magnetismus, insofern derselbe auf Elektricität zurückführbar ist, giebt es Kräfte, die nach W. Weber's Untersuchungen von der Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängen. Aber es hat allen Anschein, dass sich diese elementaren Kräfte so combiniren, dass das Gesetz in allen Naturwirkungen seine Gültigkeit behält. Für die magnetischen und dafür substituirbaren elektrischen Strömungswirkungen leuchtet diess von selbst ein, insofern sie sich als Wirkungen von Centralkräften, die unabhängig von Geschwindigkeit und Beschleunigung sind, wirklich repräsentiren lassen. Ausserdem hat mir Prof. W. Weber auf mein Befragen mündlich mitgetheilt, dass er überhaupt in allen Fällen, auf die seine Untersuchung geführt, auch über die Gränzen jener Wirkungen hinaus, das Gesetz in Kraft gefunden, wenn schon seine volle Allgemeingültigkeit für das Bereich dieser Kräfte noch des strengen Beweises bedürfe.

Nach diesem Gesetze kann in einem seinen inneren Wirkungen überlassenen Systeme die durch vorgängige äussere Anstösse oder die bisherige innere Kraftwirkung erzeugte lebendige Kraft nur auf Kosten seiner potenziellen Kraft ferner wachsen, und das Vermögen dieses Wachsthums erschöpft sich demnach nach Massgabe, als sich die potenzielle Kraft durch das fortgehende Wachs-

thum der lebendigen Kraft erschöpft und steigt umgekehrt mit der Verminderung der lebendigen Kraft, so dass zwar ein Wechsel der lebendigen Kraft zwischen Zunahme und Abnahme und eine Uebertragung von einem Theile des Systemes auf den anderen, aber weder ein continuirliches Wachsthum bis zu unbeschränkter Höhe, noch eine Abnahme bis zum dauernden Erlöschen in einem seinen inneren Wirkungen überlassenen Systeme, und hiermit unstreitig im Weltsysteme, stattfinden kann, wodurch die Erhaltung der Thätigkeit der Welt innerhalb bestimmter Oscillationsgränzen aus allgemeinstem Gesichtspuncte gesichert ist.

Hingegen kann die lebendige Kraft in einem Theile eines Systemes ohne Abnahme der potenziellen Kraft wachsen und ohne Zunahme derselben abnehmen, insofern sie zugleich in einem anderen Theile des Systems respectiv abnimmt oder zunimmt, vermöge der Uebertragung der lebendigen Kraft von einem Theile auf den anderen. Insofern nun jeder endliche Körper Theil des allgemeinen Weltsystemes ist, ist auch auf jeden das Gesetz nur unter dieser Rücksicht anwendbar, d. h. es gilt die constante Abwägung zwischen potenzieller und lebendiger Kraft für ihn insbesondere nur in Betreff seiner inneren Wirkungen, in Betreff der äusseren aber nur im Zusammenhange mit dem grösseren Systeme, dem er angehört, in letzter Instanz der ganzen Welt.

Man merke wohl, das Princip oder Gesetz der Erhaltung der Kraft sagt uns nichts über den Gang, die Weise des wechselseitigen Umsatzes zwischen lebendiger und potenzieller Kraft, nichts darüber, in welchem Zustande sich ein System in dieser Hinsicht zu irgend einer Zeit befinden müsse; das hängt vielmehr von den besonderen Bedingungen und Verhältnissen eines jeden Systemes, die durch kein allgemeines Princip bestimmbar, sondern nur aus der Erfahrung entnehmbar sind, zusammen; das Princip der Erhaltung der Kraft sagt uns blos, dass, wie auch der Umsatz zwischen lebendiger und potenzieller Kraft in einem seinen inneren Wirkungen überlassenen Systeme erfolge, er doch nur so erfolgen könne, dass die constante Summe derselben im Ganzen gewahrt bleibt, womit aber noch die Freiheit besteht, dass er auf unendlich verschiedene Weisen erfolge. Es bindet also nur aus einem gewissen sehr allgemeinen Gesichtspuncte; die vollständige Bestimmung des Ganges der Erscheinungen ist nicht in ihm zu suchen.

So frei der Mensch sein mag, es giebt für seinen Willen und Geist überhaupt nicht blos in der Bewältigung der äusseren, sondern auch der inneren Naturmächte factische Schranken, welche durch die allgemeinen Naturgesetze gezogen sind.

Der Mensch kann auf der Erde gehen, wohin er will, seinen Schwerpunct nach jeder ihm beliebigen Richtung verrücken, kein bekanntes Naturgesetz bindet und hindert ihn hierin. Aber er kann es doch nur soweit, dass das Gesetz der Erhaltung des Schwerpunctes gewahrt bleibt, welches selbst eine Folge des Principes der Gleichheit der Action und Reaction ist. Von einer Höhe herabfallend oder springend ist er mit aller Freiheit des Willens nicht im Stande, seinen Schwerpunct um ein Haar breit aus der Falllinie der Schwere zu verrücken, ausser sofern etwa der Luftwiderstand eine schwache Möglichkeit begründet. Denn nach jenem allgemeinen Principe kann kein körperliches System durch reine eigene innere Thätigkeit seinen Schwerpunct verrücken. Es gehört dazu eine äussere Hülfe oder ein äusserer Widerstand. Der freie Wille vermag also die Freiheit des Ganges nicht wider, sondern nur auf Grund jenes Gesetzes zu äussern.

Nicht anders wird es mit der lebendigen Kraft sein. Der Wille, der Gedanke, der ganze Geist sei so frei er will; aber er wird seine Freiheit nicht wider, sondern nur auf Grund der allgemeinen Gesetze der lebendigen Kraft äussern können. Sofern sein Gang an den Gang der psychophysischen Thätigkeit gebunden und dieser an das Gesetz der Erhaltung der Kraft gebunden ist, wird er selbst dadurch gebunden sein.

Das ist kein Unglück; denn das Gesetz der Erhaltung der Kraft ist ein Gesetz der Erhaltung der Welt; und es ist kein Unglück, dass der Geist gebunden ist, im Sinne dieser Erhaltung zu fühlen, zu denken, zu wollen.

Ein allgemeiner und scharfer Beweis für die Erstreckung der Gültigkeit des Gesetzes auf die psychophysische Thätigkeit ist zwar noch nicht geführt; wohl aber lässt sich behaupten, dass alle Erfahrungen, soweit wir solche machen können, in diesem Sinne sind, und ohne Zwang nur mittelst des Gesetzes zu deuten sind; wir werden uns daher daran zu halten haben, so lange kein Gegenbeweis geführt ist.

Ziehen wir einige Hauptverhältnisse in dieser Hinsicht in Betracht, unsere Aufmerksamkeit vornämlich auf das richtend,

was man am leichtesten geneigt sein möchte, der Gültigkeit des Gesetzes zu entziehen, d. i. das Gebiet der höheren freieren geistigen Thätigkeiten.

Von vorn herein könnte man gemeint sein, dass, wenn nicht die geistigen Thätigkeiten überhaupt, aber doch jedenfalls die höheren von Statten gehen könnten, ohne an lebendige Kraft, deren Gesetze, Ab- und Zunahme überhaupt gebunden zu sein. Alles spricht gegen diese Voraussetzung. Stellen wir auch für jetzt dahin, ob eine derartige Specialabhängigkeit zwischen körperlichen und höheren geistigen Thätigkeiten stattfinde, dass eine bestimmte geistige Bewegung nur auf Grund einer ebenso bestimmten körperlichen entstehen und bestehen könne; so hat doch zugegeben werden müssen, und wird stets zuzugeben sein, dass die höheren geistigen Thätigkeiten hienieden der körperlichen Thätigkeit so gut im Allgemeinen als Unterlage bedürfen, als die niederen; dann bedürfen sie aber auch der lebendigen Kraft dieser Thätigkeit, um von Statten zu gehen, und die Erfahrung lehrt, dass sie einer hinreichenden Stärke derselben bedürfen, um selbst kraftvoll von Statten zu gehen.

Aber man kann weiter meinen, dass der Geist aus eigenem Quelle der körperlichen Thätigkeit die für seinen Gang oder doch die kraftvolle Erhaltung seines Ganges erfoderliche lebendige Kraft zuwachsen lassen, d. h. die lebendige Kraft in der Welt absolut vermehren könne, ohne dass die lebendige Kraft anderwärts oder die potenzielle Kraft des Körpers selbst sich desshalb zu vermindern brauche, also wider das Gesetz der Erhaltung der Kraft, welches eine allgemeine Abwägung aller vorhandenen lebendigen und potenziellen Kraft in dieser Hinsicht fodert, kurz, dass er ein Erzeuger ganz neuer lebendiger Kraft im Körper sei.

Ziehen wir einige Thatsachen in Betracht, die mit der Erläuterung zugleich einen Anhalt zur Entscheidung dieser Frage geben.

Spiel und Verbrauch der lebendigen Kraft im Gehirne zu psychophysischen und in anderen Theilen zu nicht psychophysischen Thätigkeiten bestehen im gewöhnlichen Gange des Lebens thatsächlich zugleich und mit einander. Wir können denken und dabei noch Anderes mit unseren körperlichen Organen treiben, und thun es in der Regel. Jetzt aber soll die Kraft des Denkens gesteigert werden. Sofort sehen wir, wie es, statt lebendige Kraft aus eigenem Quelle zur Verstärkung der psychophysischen Thätig-

keit, die es zu seiner eigenen Verstärkung braucht, schaffen zu können, solche anderen körperlichen Thätigkeiten raubt, und ohnedem sich nicht verstärken kann. Noch eben war Jemand in einer starken körperlichen Arbeit begriffen, da kommt ihm ein Gedanke, der ihn mehr als gewöhnlich beschäftigt, sofort sinken die Arme und bleiben hängen, so lange der Gedanke und mithin die psychophysische Thätigkeit desselben innerlich stark arbeitet, um ihre äussere Arbeit von Neuem zu beginnen, wenn diese innere nachlässt. Wo war die lebendige Kraft der Armbewegungen auf einmal hin? Sie diente, die Bewegungen im Kopfe anzufachen.

So wie ein intensiver Gedanke nothwendig jede äussere Körperleistung unterbricht, unterbricht umgekehrt ein Sprung jeden Gedankengang. Die lebendige Kraft, welche der Sprung der Beine braucht, entgeht dem Gange der psychophysischen Bewegungen, die das Denken braucht; und der Geist hat weder die Macht, trotz des Verlustes den Gang wie früher fortzusetzen, noch den Verlust aus eigener Machtvollkommenheit zu ersetzen.

Wir können die lebendige Kraft, die für die Willkühr disponibel ist, zwar theilen, aber sie hat zu jeder Zeit ihr Maximum, und das kann für eine Art der Beschäftigung nur stattfinden nach Massgabe, als die anderen ruhen. Ganz eben so, wie wir, um möglichste Kraft in einem Arme zu verwenden, den anderen ruhen lassen müssen, müssen wir alle Theile des Körpers ruhen lassen, um möglichste Kraft im Kopfe zu verwenden, und umgekehrt die Thätigkeit im Kopfe möglichst ruhen lassen, um möglichst kraftvolle Bewegungen mit den Gliedmassen auszuführen. Und so sehen wir den tief Nachdenkenden so still wie möglich sitzen, und Jemand, der läuft, Lasten hebt, nie zugleich in tiefen Gedanken. Es widerspricht sich, geht nicht.

Selbst unwillkührliche Functionen, wie die Verdauung, stehen bis zu gewissen Gränzen in einem Verhältnisse der Abwägung und des Austausches der lebendigen Kraft mit derjenigen, die das Denken braucht. Obwohl nach einer heilsamen Einrichtung, deren Thatsache wir hier nur anzuerkennen, nicht zu erklären haben, der Mensch weder im Stande ist, den unwillkührlichen Functionen durch das Denken so viel lebendige Kraft zu rauben, dass der regelrechte Gang der organischen Maschine dadurch ins Stocken geräth, noch umgekehrt durch anderweite Functionen

dem Denken so viel Kraft zu rauben, um dasselbe ganz in Stillstand zu versetzen.

Das Denken ist ein Beispiel; was aber in dieser Beziehung von dem Denken gilt, gilt von jeder geistigen Thätigkeit. Intensive Gefühle, Leidenschaften, sinnliche Anschauungen verhalten sich in angegebener Hinsicht ganz eben so wie das intensive Denken; nur dass die psychophysische Thätigkeit mancher dieser geistigen Vorgänge durch die organische Einrichtung mit gewissen äusseren Thätigkeiten in natürlichem Nexus steht, die dann mit jener gemeinsam zu steigen und zu fallen pflegen, indess sie zugleich in Antagonismus zu den übrigen treten. Von diesem Associationsprincipe körperlicher Thätigkeiten wird unten weiter die Rede sein.

Dasselbe Verhältniss als zwischen den psychophysischen und nicht psychophysischen Thätigkeiten findet auch zwischen den einzelnen Gebieten der psychophysischen Thätigkeiten statt. In eine äussere Anschauung ganz versunken sein und zugleich tief nachdenken, geht nicht. Zugleich aufmerksam sehen und hören, geht nicht. Um schärfer auf etwas zu reflectiren, müssen wir von Anderem mehr abstrahiren; und wie sich die Aufmerksamkeit theilt, schwächt sie sich für das Einzelne. Hier könnte man allerdings ein Spiel rein psychologischer Gesetze sehen, wenn diese Thatsachen allein ständen. Aber sie hängen zu sehr mit den vorigen zusammen, um nicht darin zugleich eine Ausdehnung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft auf das rein psychophysische Spiel zu sehen. Das Denken braucht zu seiner Verstärkung nicht den nicht psychophysischen Thätigkeiten lebendige Kraft zu entziehen, wenn es anderen im Gange befindlichen psychophysischen Thätigkeiten solche entziehen kann. Damit wird das Bestehen der psychologischen Gesetze nicht geleugnet oder solche auf physische reducirt; es wird nur behauptet, dass die Gesetze des Ganges der geistigen und körperlichen Thätigkeiten nicht minder eng zusammenhängen, als beide selbst zusammenhängen; und diess hat nichts Befremdendes, sondern das Gegentheil würde befremdend sein.

Je nach dem Nexus, in dem die Theile stehen, können manche nur in einem gewissen Zusammenhange oder einer gewissen Folge überhaupt, und manche leichter in diesem als in jenem in Thätigkeit treten, und manche Thätigkeiten überhaupt nur, oder leichter, durch einen gegebenen Zusammenhang von Theilen, als durch

einzelne vollzogen werden, ein Princip, was mit dem vorigen insofern in Conflict kommt, als die Vertheilung der lebendigen Kraft zwischen den zur Thätigkeit zusammenwirkenden Theilen dann von einer Seite die Leistung der einzelnen schwächt, welche der Zusammenhang von anderer Seite erst möglich macht oder födert. Durch die Rücksicht auf dieses Princip erklären sich eine Menge scheinbarer Widersprüche mit dem vorigen Principe, wo man Thätigkeiten, anstatt sich durch ihre respective Steigerung wechselseitig beschränken, vielmehr mit einander steigen und sinken, und sich gemeinsam in der Höhe halten, einander mitziehen und nachziehen sieht. Im Spiele der Maschinen finden wir das ganz Entsprechende wieder; und es ist also hier nichts den Gesetzen der Erhaltung der Kraft Zuwiderlaufendes zu sehen.

In unserem Organismus können solche Verbindungen durch Gewöhnung, Uebung theils befestigt, theils neu gebildet oder gelöst werden, und mit der wachsenden Uebung, Theile isolirt in Thätigkeit zu setzen, wächst die Möglichkeit, sie in kraftvollere Thätigkeit zu setzen. Auch diess Princip greift, wie leicht weiter auszuführen, im Zusammenhange durch das Gebiet der psychophysischen und nicht psychophysischen Thätigkeiten durch.

Und so steht die Erzeugung wie Verwendung der lebendigen Kraft der psychophysischen Thätigkeit in uns, soweit wir es irgends beobachten und einen Schluss auf Beobachtung gründen können, überall unter einem gemeinsamen Gesetze mit der lebendigen Kraft der nicht psychophysischen Thätigkeiten in uns und ausser uns, und so frei der Geist sein mag, er kann nichts wider diess Gesetz, sondern Alles nur auf Grund dieses Gesetzes.

Doch wie sind Thatsachen folgender Art zu deuten?

Plötzlich sehen wir jetzt einen Menschen in Folge rein geistiger Aufregung eine gewaltige körperliche oder geistige Leistung vollziehen, nachdem er nur eben gleichgültig und ruhig dasass, also weder in psychophysischen noch nicht psychophysischen Thätigkeiten sich ein Vorrath grosser lebendiger Kraft vorhanden zeigte. Wo kommt die lebendige Kraft dazu auf einmal her? Und diese starke Thätigkeit kann unter dem Einflusse eines starken Willens auch wohl länger fortgesetzt werden. Wo ist der nachhaltige Quell dieser Kraft zu suchen, wenn es nicht der Wille selber ist?

Aber was das Erste anlangt, so können wir eine plötzliche Kraftanstrengung in gewisser Richtung nur vollziehen, indem wir

die vorher zerstreute und eben darum nirgends stark wirkende Kraft in einer Richtung plötzlich concentriren und selbst die der unwillkührlichen Functionen dazu mit in Anspruch nehmen. Und wenn wir unter dem Einflusse eines starken Willens selbst anhaltende ungewöhnliche Leistungen zu vollziehen vermögen, die wir ohne diesen Willen nicht zu vollziehen vermöchten, so erfolgt doch die Erzeugung und der Verbrauch der dazu erfoderlichen lebendigen Kraft weder wider das Gesetz der Erhaltung der Kraft, noch durch die rein geistige Macht des Willens.

In der That finden wir, dass jede willkührliche Kraftanstrengung uns um so mehr auch körperlich erschöpft, d. h. das Vermögen der ferneren Kraftäusserung um so mehr abnimmt, je stärker und länger sie fortgesetzt wird, was beweist, dass die willkührliche Entwickelung lebendiger Kraft in unserem Körper so gut nur auf Kosten potenzieller Kraft, das ist der Kraft, die es noch zu erzeugen möglich ist, also nach dem Gesetze der Erhaltung der Kraft, geschehen kann, als die Entwickelung lebendiger Kraft in Gebieten, wo kein Wille Platz greift. Es wird also nicht bestritten, dass unter dem Einflusse des freien Willens wirklich lebendige Kraft entstehen kann, die ohnedem nicht entstanden wäre, aber eben nur auf Kosten potenzieller Kraft, d. i. aus dem Quelle, aus dem sie sonst entsteht, wenn kein Wille mitwirkt. Unstreitig lag im Willen, oder psychophysisch ausgedrückt, den Thätigkeiten, die selbst dem Willen unterliegen, ein Anlass, dass der Umsatz der potenziellen Kraft in lebendige erfolgte und Dauer gewann; nur der Wille aus sich selbst kann die lebendige Kraft nicht ohne die sonst allgemein gültigen Bedingungen dazu schaffen.

Die lebendige Kraft unseres Organismus ist überhaupt je nach dem veränderlichen Zustande der Ernährung, der Gesundheit, Wachen und Schlaf, in einem Auf- und Abschwanken begriffen, wodurch sie im Ganzen hoch steigen und tief sinken kann; scheint aber unter normalen Verhältnissen keiner plötzlichen starken Abänderungen im Ganzen, sondern nur plötzlicher anderer Vertheilung fähig, welche theils durch Reize, theils durch willkührliche Richtung der Aufmerksamkeit oder Verlegung der Thätigkeitssphäre bewirkt wird. Der Idealist kann auch die Wirkung der Reize auf einen geistigen Grund, der Materialist die der Willkühr und Aufmerksamkeit auf einen materiellen zurückführen; wir nehmen aber hier die Thatsachen, wie sie sich der Beobach-

hinzugefügt

tung unmittelbar darstellen, welcher bald die materielle, bald die geistige Seite oder Erscheinungsweise des Grundes der abgeänderten Vertheilungsweise entgegentritt.

Es ist in gewissem Sinne wie bei einer Dampfmaschine, von der ein zusammengesetztes Triebwerk abhängt. Je nach dem Zustande der Heizung kann ihre lebendige Kraft hoch steigen oder tief sinken; aber im normalen Gange kann weder das Eine noch das Andere plötzlich eintreten; wohl aber kann dadurch, dass man hier ein Ventil willkührlich auf- oder zumacht, bald dieser, bald jener Theil der Maschine neu in Gang kommen und dafür ein anderer in Ruhe übergehen. Es ist nur der Unterschied, dass bei unserer organischen Maschine der Maschinist nicht ausser-, sondern innerhalb derselben sitzt. Nun kann unstreitig in starken körperlichen Anstrengungen wirklich in gleicher Zeit mehr lebendige Kraft auf Kosten potenzieller Kraft entwickelt werden, als beim Ruhezustande des Körpers; denn woher sonst die schnellere Erschöpfung und das Bedürfniss grösseren Ersatzes; aber es ist dann nicht sowohl der Wille, welcher diese Kraft in einem beliebigen Momente aus geistigem Grunde entwickelt, als die dadurch eingeleitete Steigerung des chemischen Ernährungsprocesses. Bei raschem Laufen athmen wir auch rascher, läuft das Blut rascher, und das hat denselben Erfolg, als wenn wir den Zug in dem Heizapparate einer Dampfmaschine steigern, und dadurch rascher ein gegebenes Quantum wirksamer lebendiger Kraft auf Kosten der potenziellen Kraft des Heizmaterials entwickeln. Ist die organische Maschine nicht recht im Stande oder schlecht versorgt, so dass jene chemischen Processe nicht wirksam von Statten gehen, so vermag der kräftigste Wille Nichts.

Ich sage mit Vorigem nicht, dass die lebendige Kraft im Körper sich wirklich wie der Dampf in einer Dampfmaschine vertheilt; sondern nur, dass das Gesetz der Erhaltung der Kraft zu entsprechenden Erfolgen führt.

Der letzte Quell der lebendigen Kraftentwickelung in unserem Körper liegt nach Allem, was wir vermuthen dürfen, im Ernährungsprocesse, und indem jeder Theil seinen Ernährungsprocess in sich hat, hat er auch einen Quell lebendiger Kraft in sich. Aber die Erfahrung beweist von anderer Seite durch Thatsachen der Art, wie wir sie hier geltend gemacht, dass dieser Process im ganzen Organismus in solidarischem Zusammenhange erfolgt, so

dass nicht nur kein Theil sich für sich zu ernähren vermöchte, sondern auch quantitative Verhältnisse der Abwägung zwischen den Ernährungsprocessen der verschiedenen Theile eintreten, welche im Sinne des Gesetzes der Erhaltung der Kraft sind. Auch erklärt der Umstand, dass der Ernährungsprocess aller Theile unter dem Einflusse des Blutlaufes und der Nerventhätigkeit steht, welche einen Zusammenhang durch den Organismus begründen, leicht diesen allgemeinen Nexus des Ernährungsprocesses aller Theile. Ungeachtet daher weder die lebendige Kraft, noch ein besonderer Träger derselben, wie der Dampf in der Dampfmaschine, wirklich unmittelbar zwischen den verschiedenen Theilen überfliesst, sich vertheilt, durch Reize, Aufmerksamkeit, Willen da- und dorthin gelockt wird, werden wir doch immer der Kürze halber uns des Ausdruckes Vertheilung der lebendigen Kraft und entsprechender bildlicher Ausdrücke bedienen dürfen, nachdem wir die triftige Vorstellung unterzulegen wissen.

Das Specielle aller dieser Verhältnisse ist noch wenig aufgeklärt; das Allgemeine aber liegt ziemlich klar und offen in dem hier ausgesprochenen Sinne vor; und die gegebenen allgemeinen Andeutungen können für jetzt genügen; eine weitere Ausführung derselben aber würde theils ins Unsichere führen, theils hier am Eingange nicht am Orte sein.

Die lebendige Kraft, die zum Holzhacken verwandt wird, und die lebendige Kraft, die zum Denken, das ist zu den unterliegenden psychophysischen Processen verwandt wird, sind nach Vorigem quantitativ nicht nur vergleichbar, sondern selbst in einander umsetzbar, und hiemit beide Leistungen selbst nach körperlicher Seite durch einen gemeinsamen Massstab messbar. So gut ein gewisses Quantum lebendiger Kraft dazu gehört, ein Scheit Holz zu spalten, eine gegebene Last bis zu gegebener Höhe zu heben, so gut ein gewisses Quantum, einen Gedanken mit gegebener Intensität zu denken; und jene Kraft kann sich in diese wandeln. Diess ist keine Verunehrung des Denkens; seine Würde hängt an der Weise, der Richtung, den Zielen seines Ganges, nicht an dem Masse oder der Unmessbarkeit der körperlichen Bewegung, die es zu seinem Gange braucht; wie die Entdeckungsreise des Columbus dadurch nicht an Werth und Bedeutung verliert, dass die lebendige Kraft des Schiffes, das ihn trug, so gut messbar war, als die eines zufällig geworfenen Steines oder des Windes, und

selbst die eine in die andere umsetzbar. Das Körperliche empfängt überhaupt Werth oder Unwerth von dem Geistigen, was damit in Beziehung steht, und kann eben desshalb solchen dem Geistigen weder geben noch nehmen. Gewiss ist, dass ein stiller Gefühls- und Gedankengang grossen Werth haben, und sich doch an so schwache Bewegungen knüpfen kann, dass eine ganz werthlose oder gar keine erhebliche äussere körperliche Leistung damit zu vollziehen wäre, wenn sie in solche umgesetzt werden sollte; aber eben so gewiss bleibt, dass, wenn das Gefühls- und Gedankenleben zu grösserer Intensität gedeihen soll, die unterliegenden körperlichen Bewegungen lebendiger von Statten gehen müssen.

Dabei ist der Abhängigkeitsbezug, in welchem die Intensität der geistigen Thätigkeit von der Grösse der ihr unterliegenden körperlichen steht, nicht minder in umgekehrter Richtung geltend zu machen. So wenig ein Gedanke mit einer gegebenen Intensität gedacht werden kann, ohne dass eine gegebene lebendige Kraft der unterliegenden Bewegung entwickelt wird, so wenig kann sich solche entwickeln, ohne dass der Gedanke mit dieser Intensität gedacht wird. Nicht, dass zu jeder lebendigen Kraft gegebener Grösse auch ein Gedanke von gegebener Intensität gehörte, wohl aber zur lebendigen Kraft eines derartigen körperlichen Ganges, der einen Gedankengang zu tragen vermag. Nun steht es jedem frei, mit uns den Grund jeder einzelnen gedankenvollen Bewegung in der Welt in einer rückliegenden oder allgemeineren und schliesslich den Grund aller Bewegungen der Welt in einem Systeme von Bewegungen zu suchen, was eine höchste und letzte Gedankeneinheit und einen höchsten und letzten Willen trägt, und nur mit solchen bestehen kann; nur dass wir uns hier eben so wenig auf Glaubenssachen als ein Werthmass einzulassen haben.

Auch ist mit Fleiss hier jedes Eingehen auf einen Streit über Willensfreiheit vermieden, und eben so ungehörig würde man ihn hierher ziehen, als hier vermissen. Vielmehr ist durch den ausdrücklichen Hinweis, dass die allgemeinen Gesetze der lebendigen Kraft die freie Verfügung über dieselbe eben auch nur aus sehr allgemeinem Gesichtspuncte beschränken, der Freiheit jedes Recht zugestanden, was ihr die Wirklichkeit zugesteht. Weder kann das Gesetz vorschreiben, ob und wie wir potenzielle Kraft in lebendige umsetzen, noch ob und in welcher Richtung solche übertragen

werden soll. In dieser Hinsicht bleibt der Wille völlig frei, soweit es sich um die Schranken, die diess Gesetz zieht, handelt. Inwiefern es aber noch andere Schranken giebt, ist wieder unsere Aufgabe hier nicht, zu untersuchen, und eine Antwort auf die letzte Frage in dieser Hinsicht überschreitet die Gränzen unserer Untersuchung überhaupt.

VI. Massprincip der Empfindlichkeit.

Selbst bei gleicher Anbringungsweise kann ein- und derselbe Reiz von einem Subjecte oder Organe stärker oder schwächer empfunden werden, als von einem anderen, oder von demselben Subjecte oder Organe zu einer Zeit stärker oder schwächer, als zu einer anderen; umgekehrt Reize verschiedener Grösse nach Umständen gleich stark empfunden werden. Hienach messen wir dem Subjecte oder Organe respectiv zur einen und anderen Zeit eine grössere oder geringere Empfindlichkeit bei.

Wo die Sinnesorgane gelähmt sind, werden auch die stärksten Reize nicht mehr empfunden; die Empfindlichkeit dafür ist null; bei manchen erregten Zuständen des Auges oder Ohres dagegen ruft selbst noch der schwächste Licht- oder Schallreiz eine lebhafte, wohl gar lästige Empfindung hervor; die Empfindlichkeit dafür ist ungeheuer gesteigert. Dazwischen giebt es alle Zwischengrade der Empfindlichkeit. Es liegt hienach hinreichender Anlass vor, Grade derselben zu unterscheiden und zu vergleichen; aber es fragt sich, wie es auf genaue Weise, wie es wirklich messend geschehen kann.

Hiebei kommt Folgendes in Betracht. Allgemein liegt das Mass einer Grösse darin, dass bestimmt werde, wie vielmal eine, als Einheit zu Grunde gelegte, Grösse derselben Art darin enthalten sei. In diesem Sinne hat die Empfindlichkeit als abstractes Vermögen so wenig ein Mass, als die abstracte Kraft. Aber anstatt sie selbst zu messen, kann man etwas dazu Bezügliches, davon Abhängiges, messen, was nach ihrem Begriffe mit ihr ab- und zunimmt, und womit sie umgekehrt nach ihrem Begriffe ab- und zunimmt, und so ein indirectes Mass derselben gewinnen, im selben Sinne, als es auch bei der Kraft der Fall ist. Anstatt diese selbst zu messen, messen wir die dazu bezüglichen, davon abhängigen, Geschwindigkeiten, welche gleichen Massen, oder die Mas-

sen, denen gleiche Geschwindigkeiten eingepflanzt werden. Und so können wir auch entweder die Grösse der Empfindung zu messen versuchen, welche durch gleich grosse Reize erzeugt wird, oder die Grösse der Reize, welche eine gleich grosse Empfindung hervorrufen, und erstenfalls sagen, die Empfindlichkeit ist doppelt so gross, wenn derselbe Reiz eine doppelt so grosse Empfindung hervorruft; letzterenfalls, sie ist doppelt so gross, wenn ein halb so grosser Reiz eine gleich grosse Empfindung hervorruft.

Jedoch der erste Weg ist ungangbar, weil wir noch kein Mass der Empfindung haben, und, wie später zu zeigen, ein solches selbst erst auf das anders begründete Mass der Empfindlichkeit zu stützen ist. Dagegen hindert nichts, sich an den zweiten zu halten. Die Grösse der Reize ist genauen Massen zugänglich, und die Gleichheit der Empfindung können wir unter erfoderlichem Massnahmen, von denen künftig ausführlicher die Rede sein wird, wohl constatiren. Demnach setzen wir die Empfindlichkeit für Reize der Grösse der Reize, die eine gleich starke, oder allgemeiner, um extensive Empfindungen mit zu begreifen, eine gleich grosse Empfindung erwecken, umgekehrt proportional, mit einem kurzen Ausdrucke reciprok.

Man kann zugeben, dass es zuletzt nur eine Sache der Definition ist, dass wir die Empfindlichkeit gerade doppelt so gross nennen, wenn der halbe Reiz dieselbe Empfindung erweckt. Wäre die Empfindlichkeit etwas an sich Messbares, so stände diese Freiheit nicht offen, sondern das Verhältniss müsste durch Erfahrung oder Schlüsse constatirt werden. Diess ist aber nicht der Fall; die Erklärung darüber ist willkührlich, und die einfachstmögliche und welche die einfachste Verwendung gestattet, vorzuziehen.

So gefasst wird uns diess Mass eine Hülfe sein, und hat auch gar keine andere Bedeutung, als uns im Gebiete thatsächlicher Verhältnisse zwischen Reiz und Empfindung zu orientiren und ihre Verknüpfung durch Rechnung möglich zu machen, ohne über die Grösse des abstracten Empfindungsvermögens das Geringste aussagen zu können und zu sollen. Gewiss bleibt immer, dass bei einem Subjecte, zu einer Zeit, ein doppelt so grosser Reiz dazu gehört, um gleich stark in die Empfindung zu fallen, als bei einem anderen Subjecte, zu einer anderen Zeit. Statt diess mit vielen Worten zu sagen, drücken wir es kurz mit den wenigen aus, es

finde im einen Falle eine halb so grosse Empfindlichkeit für den Reiz statt, als im anderen Falle. Jede andere Masszahl bedeutet ein anderes factisches Verhältniss in dieser Hinsicht und soll nichts anderes als ein solches bezeichnen.

Die Stärke oder Lebhaftigkeit der körperlichen Thätigkeiten, welche der Reiz in uns erweckt, und wovon die Empfindung unmittelbar abhängt, kurz der psychophysischen Thätigkeiten, kommt bei diesem, der äusseren Psychophysik angehörigen, Masse nicht in Anschlag. Die Frage, ob diese Thätigkeiten der Stärke der Reize proportional sind oder nicht, ist für seinen Begriff und seine Anwendung gleichgültig; denn als Mass der Empfindlichkeit für Reize geht es eben auch nur auf ein Verhältniss der Empfindung zu d i e s e n, nicht zu den dadurch ausgelösten Thätigkeiten; und jene Frage ist zwar zu erheben, aber selbst nur auf Grund von Thatsachen, die dieses Mass schon voraussetzen, zu entscheiden.

Noch ist wichtig, folgenden Fehlschluss zu vermeiden. Wenn bei doppelt so grosser Empfindlichkeit für einen Reiz der halbe Reiz hinreicht, eine gleich grosse Empfindung auszulösen, so folgt daraus doch nicht, dass derselbe Reiz dann eine doppelt so grosse Empfindung auslöse. Zuvörderst können wir hierüber nicht urtheilen, so lange wir noch kein Mass der Empfindung haben, und später, wenn wir es haben werden, wird sich zeigen, dass dieses Verhältniss keineswegs besteht.

Von der Empfindlichkeit für Reize gilt es, die Empfindlichkeit für Reizabänderungen, Reizunterschiede, zu unterscheiden. Das Mass derselben aber unterliegt entsprechenden Gesichtspuncten, nur dass die Reizabänderung, der Reizunterschied, an die Stelle des Reizes dabei tritt.

In der That, so wie ein gleich grosser, doppelt oder dreimal so grosser Reiz erfodert werden kann, um eine gleich grosse Empfindung zu erwecken, kann auch eine gleiche, doppelt oder dreimal so grosse A b ä n d e r u n g eines Reizes, oder ein gleicher, doppelt oder dreimal so grosser U n t e r s c h i e d zweier Reize erfodert werden, um eine gleich grosse A b ä n d e r u n g der Empfindung, oder einen gleich grossen U n t e r s c h i e d zweier Empfindungen zu erwecken. Hiebei kann die Abänderung eines Reizes als Reizunterschied in der Zeitfolge mit dem Unterschiede gleichzeitig auftretender Reize unter gemeinsamen Gesichtspunct und Namen

gefasst werden; wie im Folgenden im Allgemeinen geschehen soll, ohne damit sagen zu wollen, dass es gleichgültig sei, ob man die Componenten eines Unterschiedes simultan oder successiv auffasse. Unter Componenten des Unterschiedes verstehen wir hier wie in der Folge die Reize, zwischen welchen der Unterschied besteht, der sich in der Empfindung geltend macht.

Bei oberflächlicher Betrachtung könnte man geneigt sein, das Mass der Empfindlichkeit für Reize und das für Reizunterschiede auf einander reducirbar zu halten. Sind zwei Töne von verschiedener physischer Stärke gegeben, so kann man sich einen dritten denken, dessen Stärke dem Unterschiede der Stärke jener beiden gleich ist, und man könnte nun z. B. meinen, der schwächstmögliche Ton, der noch für sich gehört werden kann, und der schwächstmögliche Unterschied, der noch zwischen zwei Tönen erkannt werden kann, haben allgemein dieselbe Grösse. Aber diess ist factisch untriftig. Vielmehr lehren schon beiläufige Erfahrungen und später wird genauer bewiesen werden, dass der Unterschied zweier physischen Töne, Lichter u. s. w. um so mehr betragen muss, um noch erkennbar zu sein, je grösser die absolute Stärke derselben ist, indess die absolute Stärke, die man noch eben wahrnehmen kann, dieselbe bleibt.

Diess macht allerdings nöthig, die Empfindlichkeit und das Empfindlichkeitsmass für Reize und Reizunterschiede zu unterscheiden.

Insofern derselbe Reizunterschied mehr oder weniger leicht erkannt wird, je nachdem er zwischen kleinen oder grossen Reizen besteht, und überhaupt es, späteren Untersuchungen zufolge, betreffs der Grösse des Empfindungsunterschiedes, den ein Reizunterschied giebt, auf dessen Verhältniss zu den Reizen oder das damit gesetzte Verhältniss der Reize zu einander wesentlich ankommt, ist die Unterschiedsempfindlichkeit nicht blos veränderlich nach dem Zustande der Individuen, sondern auch nach der Grösse der Reize, im Allgemeinen geringer bei grossen, als kleinen. Die Ermittelung des Gesetzes, nach welchem die Unterschiedsempfindlichkeit von der Grösse der Reize abhängt, d. h. nach welchem die Grösse des Unterschiedes der Reize sich mit der Grösse der Reize ändern muss, um noch gleich deutlich in die Empfindung zu fallen, ist eine der wichtigsten und folgereichsten Aufgaben der äusseren Psychophysik.

Des Näheren nun wird sich durch die folgenden Untersuchungen in verschiedenen Sinnesgebieten herausstellen, dass, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen, ein Unterschied zwischen gegebenen Reizen immer gleich merklich für die Empfindung bleibt, wenn er in demselben Verhältnisse als seine Componenten zu- oder abnimmt, mithin, wenn der relative Reizunterschied und, was damit zusammenhängt, wenn das Verhältniss der Reize sich gleich bleibt, wie sich auch die absolute Grösse des Reizunterschiedes und der Reize ändere.

Unter relativem Reizunterschiede wird überhaupt der Unterschied der Reize im Verhältnisse zur Summe, oder zum Mittel, oder zum einen der Reize verstanden, was hier gleichgültig ist, sofern mit der Constanz des einen Verhältnisses die Constanz des anderen von selbst gegeben ist. Nicht minder hängt das Gleichbleiben des relativen Reizunterschiedes und des Reizverhältnisses stets solidarisch zusammen, so dass es auch gleichgültig ist, ob man sich auf die Constanz des einen oder anderen bezieht.

Wenn z. B. die Componenten 5 und 3 sich beide verdoppeln, bleibt zugleich das Verhältniss beider $\frac{5}{3}$ und der relative Unterschied beider ungeändert, sei es, dass man letzteren als $\frac{5-3}{5+3} = \frac{2}{8}$ oder als $\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$ oder als $\frac{5-3}{3} = \frac{2}{3}$ fasse, indem er nach der Verdoppelung respectiv $\frac{4}{16}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{4}{6}$ wird, welche Brüche mit den vorigen übereinkommen.

Hingegen, wenn sich das Reizverhältniss ändert, ändert sich zwar der relative Reizunterschied stets in gleicher Richtung mit und umgekehrt, aber nicht proportional damit. Denn, wenn z. B. das Verhältniss $\frac{5}{3}$ zwischen den Componenten 5 und 3 dadurch in $\frac{6}{3}$ übergeht, dass die Componente 5 sich ohne die Componente 3 ändert, so geht der relative Reizunterschied $\frac{5-3}{5+3} = \frac{2}{8}$ in $\frac{6-3}{6+3} = \frac{3}{9}$ oder aus $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{3}$ über, welches eine Aenderung statt im Verhältnisse von 5 : 6 vielmehr von 3 : 4 ist.

So weit nun das Gesetz besteht, dass der Unterschied gleich merklich bleibt, wenn er in demselben Verhältnisse als seine Componenten zu- oder abnimmt, mithin der relative Reizunterschied und das Reizverhältniss sich gleich bleiben, wird man zu sagen haben, dass die Unterschiedsempfindlichkeit mit der Grösse der

Reize im umgekehrten Verhältnisse stehe, sofern bei doppelter Reizgrösse ein doppelt so grosser Unterschied nöthig ist, denselben Empfindungsunterschied zu erzeugen.

Es kann jedoch hienach zweckmässig erscheinen, die Empfindlichkeit für Unterschiede gleich als verhältnissmässige zu fassen, d. h. sie gleich zu setzen, nicht sofern derselbe absolute, sondern sofern derselbe relative Reizunterschied oder sofern dasselbe Reizverhältniss denselben Empfindungsunterschied hervorruft und sie reciprok zu setzen dem einen oder dem anderen. Ob das Eine oder Andere, ist wieder nur eine Sache der Definition und hat auf die Resultate der Anwendungen des Empfindlichkeitsmasses keinen Einfluss, wenn man nur eben das Mass der Definition gemäss verwendet. Es wird sich aber später im gesammten Zusammenhange aus formellen Gründen als zweckmässiger zeigen, die Empfindlichkeit für Unterschiede, sofern sie als verhältnissmässige gefasst werden soll, bei ihren Abänderungen vielmehr durch den reciproken Werth des Reizverhältnisses, als den des relativen Reizunterschiedes, bei welchem ein gleicher Empfindungsunterschied entsteht, als gemessen anzusehen; wogegen das Gleichbleiben der verhältnissmässigen Empfindlichkeit immer eben sowohl auf die Constanz des relativen Reizunterschiedes als Reizverhältnisses bezogen werden kann.

Das Vorige zusammengefasst haben wir eine doppelte Unterscheidung bezüglich der Empfindlichkeit zu machen. Wir haben zu unterscheiden: 1) die Empfindlichkeit für absolute Reizwerthe und für Reizunterschiede, kurz absolute Empfindlichkeit und Unterschiedsempfindlichkeit, von denen die erste durch den reciproken Werth der absoluten Reizgrössen gemessen wird, welche eine Empfindung derselben Grösse hervorrufen, die zweite aber, je nachdem man sie versteht, auf eine der folgenden beiden Weisen gemessen wird. Wir haben 2) die Unterschiedsempfindlichkeit zu unterscheiden in eine absolute und in eine verhältnissmässige oder relative Unterschiedsempfindlichkeit, je nachdem der reciproke Werth des absoluten Unterschiedes oder der des Verhältnisses der Reizgrössen als Massstab dient. Die erste werden wir gewöhnlich die einfache Unterschiedsempfindlichkeit, die letzte die relative nennen.

Diese Unterscheidungen können jetzt noch minutiös und als müssige Eintheilungen erscheinen. Es wird sich aber später zeigen, dass sie dieses keinesweges sind; vielmehr hängt an dieser Unterscheidung die Klarheit in der Auffassung der wichtigsten factischen Verhältnisse, und hängt am bisherigen Mangel einer klaren Unterscheidung derselben zum Theile die Unklarheit, welche seither noch in der Lehre von der Reizbarkeit geherrscht hat.

Im Allgemeinen sagt nämlich der Name Empfindlichkeit nichts Anderes, als was man sonst auch mit dem Namen Reizbarkeit, Erregbarkeit, Sensibilität bezeichnet; nur dass diese Namen allgemeiner, nicht blos bezüglich der Hervorrufung von Empfindungen, sondern auch Bewegungen durch äussere oder innere Reize gebraucht werden. Insofern aber schliesslich auch alle Empfindungen an inneren Bewegungen hängen, könnte man auch den Begriff der Empfindlichkeit statt auf die Empfindung auf die ihr unterliegende psychophysische Bewegung beziehen, und also z. B. von der absoluten Empfindlichkeit sagen, sie sei gleich gross, doppelt oder dreimal so gross, je nachdem ein gleich, halb oder doppelt grosser äusserer oder innerer Reiz dazu gehört, die gleiche psychophysische Bewegung hervorzurufen; nur dass diese Begriffsstellung nicht praktisch ist, weil die psychophysische Bewegung der Beobachtung nicht zugänglich ist.

Jene Namen Reizbarkeit, Erregbarkeit werden sonst theils gleichbedeutend gebraucht, theils willkührlich unterschieden, ohne dass solche Unterscheidungen je auf klargestellten factischen Verhältnissen gefusst hätten. Es wird aber nach Klarstellung des Begriffes der verschiedenen Empfindlichkeiten bequem sein, einen unterscheidenden Gebrauch einzuführen, und ich werde demgemäss künftig Reizbarkeit ausschliesslich für die absolute, Erregbarkeit für die Unterschiedsempfindlichkeit, erstere bezüglich auf Empfindungen, letztere auf empfundene Unterschiede, verwenden.

Bei den bisherigen Bestimmungen hatten wir vorzugsweise die intensiven Empfindungen im Auge, bei welchen streng genommen der Begriff des Reizes allein Anwendung findet; jedoch ist das Mass der Empfindlichkeit von dem Gebiete der intensiven Empfindungen auf das der extensiven nach folgenden Thatsachen übertragbar.

Bekanntlich bedarf es nach E. H. Weber's Versuchen einer gewissen Spannweite eines mit seinen Spitzen auf die Haut gesetzten Zirkels, damit die Distanz eben merklich erscheine; und es hindert nichts, nach einer Modification seines Verfahrens, wovon ich künftig spreche, auch gleich gross erscheinende Distanzen auf verschiedenen Hautstellen zu bestimmen, wobei sich dann zeigt, dass die wirkliche Grösse der Distanzen, die eben merklich, oder allgemeiner gleich gross erscheinen, sehr verschieden auf verschiedenen Hautstellen ist. Nicht minder lässt sich durch später anzugebende Methoden nachweisen, dass die Unterschiede der Distanzen, welche auf verschiedenen Hautstellen noch erkannt werden, verschieden gross sind. Analoge Unterschiede in der Auffassung räumlicher Grössen und Grössenunterschiede als zwischen verschiedenen Hautstellen lassen sich zwischen verschiedenen Theilen der Netzhaut, namentlich an mehr centralen und peripherischen finden. Also kann man von einer verschiedenen Empfindlichkeit in der Auffassung extensiver Grössen so gut, als in der Auffassung intensiver Grössen sprechen, und beide kurz als extensive und intensive Empfindlichkeit einander gegenüberstellen.

Das absolute Mass und Unterschiedsmass der extensiven Empfindlichkeit der verschiedenen Haut- oder Netzhautstellen wird dann ebenso in dem reciproken Werthe der gleich gross darauf erscheinenden Ausdehnungen, Ausdehnungsunterschiede, Verhältnisse der Ausdehnungen zu suchen sein, als das Mass der intensiven Empfindlichkeit in den gleich gross erscheinenden intensiven Grössen oder Grössenunterschieden, oder Grössenverhältnissen der Reize, mithin z. B. eine Hautstelle absolut genommen eine doppelt so grosse extensive Empfindlichkeit als die andere haben, wenn eine halb so grosse Zirkeldistanz auf derselben eben so gross erscheint.

Ungeachtet die extensive Empfindlichkeit gegebener Theile unstreitig in irgendwelchem Abhängigkeitsverhältnisse von der Zahl der sogenannten Empfindungskreise steht, die in einer gegebenen Strecke derselben enthalten sind, so würde es doch eben so untriftig sein, das Mass der extensiven Empfindlichkeit auf diese uns unbekannte Zahl der Empfindungskreise beziehen zu wollen, als das Mass der intensiven auf die uns unbekannte Grösse der psychophysischen Bewegung. Unstreitig sind am Rücken in einer gegebenen Strecke viel weniger Empfindungskreise enthalten, als

an der Fingerspitze, und das begründet eben die geringere extensive Empfindlichkeit des Rückens als des Fingers; aber der Begriff der extensiven Empfindlichkeit bezieht sich nun auch darauf, dass vermöge der organischen Einrichtung und Stimmung ein Organ in dieser Hinsicht anders beschaffen ist, als das andere. Wollte man wegen der verschiedenen Zahl der Empfindungskreise eine Reduction im Empfindlichkeitsmasse vornehmen, so würde abgesehen davon, dass man nicht die Data dazu hätte, und also das ganze Mass im blossen Begriffe schweben bliebe, der Begriff einer verschiedenen Empfindlichkeit wahrscheinlich wegfallen, indem unstreitig ein allgemeingültiges, nur uns bis jetzt nicht bekanntes, Abhängigkeitsverhältniss in dieser Hinsicht besteht, was überall auf denselben Werth führen möchte. Nun haben messende Data über die extensive Empfindlichkeit wie über die intensive nach dem hier für dieses Mass aufgestellten Principe freilich nur den Werth von Beobachtungsdatis, die für sich noch keine Einsicht in die grundgesetzlichen Verhältnisse der Empfindung zur physischen Unterlage begründen, aber doch mit anderen zusammen zur Begründung einer solchen beitragen können, wenn man sie wirklich als reine Beobachtungsdata fasst und verwendet.

Von vorn herein kann man das Bedenken hegen, dass bei der grossen Veränderlichkeit der Empfindlichkeit nach Verschiedenheit der Individuen, der Zeit und unzähliger innerer und äusserer Umstände es ganz fruchtlos sei, sich um ein Mass derselben zu bemühen, einmal, weil ein stets Veränderliches keiner scharfen Messung zugänglich sei, zweitens, weil die Resultate keine Constanz und hiemit keinen Werth haben, sofern die an gewissen Individuen, zu gewisser Zeit, unter gewissen Umständen beobachteten Resultate sich doch anderwärts und anderemale nicht wiederfinden würden.

In der That ist nicht in Abrede zu stellen, dass in dieser Hinsicht für das Mass auf unserem psychophysischen Gebiete Schwierigkeiten bestehen, welche für das Mass auf rein physischem oder astronomischem Gebiete nicht bestehen. Aber anstatt dass das Mass oder die Möglichkeit, fruchtbare Resultate dadurch zu erzielen, hiedurch aufgehoben würde, wird der Kreis der Untersuchung nur dadurch erweitert, und werden Rücksichten eingeführt, die für jene anderen Gebiete nicht bestehen.

Insofern die Empfindlichkeit ein Veränderliches ist, haben

wir auch kein Mass derselben als einer festen zu suchen; aber wir können 1) Gränzwerthe, 2) Mittelwerthe derselben aufsuchen; 3) die Abhängigkeit ihrer Veränderungen von den Umständen untersuchen; 4) Gesetze aufsuchen, die sich durch die Veränderlichkeit derselben erhalten. Letztere sind das Wichtigste. Zur Aufsuchung und Untersuchung von alle dem aber bieten die zu erörternden Massmethoden der Empfindlichkeit nicht nur hinreichende Mittel, sondern auch hinreichende Schärfe dar.

Eine erschöpfende Untersuchung in dieser Hinsicht läuft aber nothwendig viel weiter aus, als die eines festen unveränderlichen Objectes, ist durch die Kräfte eines Einzigen nicht zu bewältigen, und für kein einziges Sinnesgebiet bis jetzt schon erfoderlich durchgeführt. Vielmehr bietet sich in dieser Hinsicht noch ein reiches Feld künftiger Untersuchung namentlich für jüngere Kräfte mittelst der folgends zu erörternden Methoden dar, einer Untersuchung, die an sich nicht schwierig ist, aber Geduld, Aufmerksamkeit, Ausdauer und Treue erfodert.

VII. Massprincip der Empfindung.

Das im vorigen Kapitel erörterte Mass der Empfindlichkeit ist als Mass blossen Vermögens der Empfindung weder mit einem Masse der Empfindung selbst zu verwechseln, noch setzt es, im angegebenen Sinne verstanden, ein solches voraus, sondern nur die Beobachtung von Gleichheitsfällen der Empfindung, theils unter denselben, theils unter abgeänderten, Reizverhältnissen. Wir messen dabei in der That nicht die Empfindung, sondern nur die Reize oder den Unterschied der Reize, welche eine gleich grosse Empfindung oder einen gleich grossen Unterschied der Empfindung bewirken; und es fragt sich also noch, ob und in wiefern ein Mass der Empfindung selbst und des Geistigen überhaupt möglich sei.

Factisch ist bis jetzt kein solches vorhanden oder, vorsichtiger gesprochen, bis jetzt als solches anerkannt, vielmehr bis auf die neueste Zeit bezweifelt oder geleugnet worden, dass ein solches überhaupt zu finden. Selbst Herbart's Versuch einer mathematischen Psychologie hat nicht auf einem solchen zu fussen vermocht; der wichtigste Einwand, den man ihm von jeher entgegengehalten hat; ungeachtet Herbart das Mass so zu sagen in den

Händen hatte. Indess wird das Princip dieses Masses folgends aufgestellt, und die Ausführbarkeit desselben theoretisch und experimental gezeigt werden. Zunächst wird diess nur für Empfindungen geschehen; denn obschon die Anwendungen des psychischen Massprincipes viel weiter reichen, als auf Empfindungen, wie sich künftig zeigen wird, ist doch von diesen der Ausgang zu nehmen, weil die Verhältnisse sich hier am einfachsten und der directen Beobachtung zugänglichsten darstellen.

Von vorn herein und im Allgemeinen kann nicht bestritten werden, dass das Geistige überhaupt quantitativen Verhältnissen unterliegt. Denn nicht nur lässt sich von einer grösseren und geringeren Stärke von Empfindungen sprechen, es giebt auch eine verschiedene Stärke von Trieben, es giebt grössere und geringere Grade der Aufmerksamkeit, der Lebhaftigkeit von Erinnerungs- und Phantasiebildern, der Helligkeit des Bewusstseins im Ganzen, wie der Intensität einzelner Gedanken. Im schlafenden Menschen ist das Bewusstsein überhaupt erloschen, im tief Nachdenkenden zur höchsten Intensität gesteigert; und in der allgemeinen Helligkeit steigen und sinken wieder einzelne Vorstellungen und Gedanken. Somit unterliegt das höhere Geistige nicht minder als das sinnliche, die Thätigkeit des Geistes im Ganzen nicht minder als im Einzelnen quantitativer Bestimmung.

Zunächst und unmittelbar aber haben wir nur ein Urtheil über ein Mehr oder Weniger oder ein Gleich in allen diesen Beziehungen, nicht über ein Wievielmal, was zu einem wahren Masse erfodert wird, und welches zu gewinnen es gelten wird. Ohne noch ein wirkliches Mass der Empfindung zu haben — und es genüge fortan, den Gegenstand in Beziehung auf Empfindung zu verfolgen — vermögen wir zu sagen: dieser Schmerz ist stärker als jener, diese Lichtempfindung ist stärker als jene; aber zum Masse der Empfindung gehörte', dass wir sagen könnten, diese Empfindung ist doppelt, dreimal, überhaupt so und so vielmal so stark als jene, und wer vermag diess bisher zu sagen. Gleichheit im Empfindungsgebiete vermögen wir wohl zu beurtheilen; unsere ganzen Massmethoden der Empfindlichkeit, von denen wir nachher ausführlich handeln werden, unsere photometrischen Massmethoden stützen sich darauf; aber mit alle dem haben wir noch kein Mass der Empfindung.

Wir haben damit noch kein Mass; aber wir haben damit die Unterlage des Masses, welches das Wievielmal des Gleichen, und hiermit vor Allem die Beurtheilung des Gleichen im Empfindungsgebiete verlangt. In der That wird sich zeigen, wie unser psychisches Mass principiell auf nichts Anderes herauskommt, als das physische, auf die Summirung eines Soundsovielmal des Gleichen.

Umsonst freilich würden wir versuchen, eine solche Summirung direct vorzunehmen. Die Empfindung theilt sich nicht von selbst in gleiche Zolle oder Grade ab, die wir zählen und summiren könnten. Aber erinnern wir uns, dass das bei physischen Grössen nicht anders ist. Zählen wir denn die Zeitabschnitte direct an der Zeit ab, wenn wir die Zeit messen, die Raumabschnitte direct an dem Raume ab, wenn wir den Raum messen? Vielmehr wir legen einen äusserlichen Massstab an, und zwar an die Zeit einen Massstab, der nicht aus blosser Zeit, an den Raum einen Massstab, der nicht aus blossem Raume, an die Materie einen Massstab, der nicht aus blosser Materie besteht. Das Mass eines jeden der Drei erfodert beides Andere mit. Warum sollte es im geistigen, psychischen Gebiete nicht entsprechend sein? Dass man doch das Mass des Psychischen immer im reinen Gebiete des Psychischen gesucht hat, mag ein Hauptgrund sein, dass man es bisher nicht finden konnte.

Es scheint, dass man in dieser Hinsicht oft etwas verwechselt hat. Jede Grösse kann nur auf eine Masseinheit ihrer Art bezogen werden; und insofern, kann man allerdings sagen, lässt sich Raum nur durch Raum, Zeit nur durch Zeit, Gewicht nur durch Gewicht messen; aber ein Anderes ist es mit den Massmitteln und dem Massverfahren. Insofern die zu messenden Grössen nicht abstract in der Natur der Dinge bestehen und sich nicht von einander abstrahiren und abstract von einander handhaben lassen, kann man auch die abstracte Masseinheit und ein Massverfahren damit nicht in der Natur der Dinge finden; und es kommt nur darauf an, das praktische Massverfahren mit den concreten Massen der Wirklichkeit so einzurichten, dass die Grössenbeziehung des zu Messenden zur Masseinheit sich doch rein herausstelle.

Also werden wir, wenn wir an ein Mass des Psychischen, als wie der Stärke von Empfindungen und Trieben und, im weiteren Ver-

folg, der Intensität unserer Aufmerksamkeit, der Helligkeit unseres Bewusstseins u.s.w. denken wollen, dafür allerdings auch eine Masseinheit derselben Art verlangen müssen, aber nicht die Massmittel und das Massverfahren nothwendig auch im reinen Gebiete des Psychischen, d. i. der inneren Wahrnehmung, zu suchen, sondern solche nur so einzurichten haben, dass eine reine Beziehung auf eine psychische Masseinheit daraus hervorgehe. Es wird niemals möglich sein, eine Empfindung unmittelbar so über die andere zu legen, dass ein Mass der einen durch die andere erwüchse; aber es kann durch Zuziehung von etwas Anderem, woran die Empfindungen so gut geknüpft sind, als die Ausdehnung der Elle an die Materie der Elle, möglich sein, ein Mass der Empfindungen zu gewinnen.

Woran aber sollen wir in dieser Hinsicht denken?

Ohne auf unbestimmte Möglichkeiten einzugehen, entwickle ich das Princip des Masses gleich selbst.

So wie wir, um den Raum zu messen, der Materie der Elle bedürfen, welche in den Raum gefasst ist, werden wir, um das Psychische zu messen, des Physischen bedürfen, was demselben unterliegt; sofern wir aber das, was ihm unmittelbar unterliegt, die psychophysische Thätigkeit, nicht unmittelbar beobachten können, wird der Reiz, durch welchen sie erregt wird, mit dem sie gesetzlich wächst und abnimmt, die Stelle dieser Elle in der äusseren Psychophysik vertreten können, von wo aus wir hoffen dürfen, auch zur Erlangung der inneren Elle in der inneren Psychophysik zu gelangen.

Diess nun würde sehr einfach sein, wenn die Grösse der Empfindung der Grösse des Reizes proportional gesetzt werden könnte. Dann hätten wir eine doppelt so grosse Empfindung anzunehmen, wo ein doppelt so grosser Reiz wirkt. Diess aber ist nicht statthaft. Denn weder liegt eine Berechtigung vor, eine Proportionalität von Reiz und Empfindung anzunehmen, so lange wir noch kein Mass der Empfindung haben, welches uns die Gültigkeit dieser Proportionalität verbürgte; noch wird das wirklich erlangte Mass dieselbe bestätigen Also so einfach wie eine körperliche Elle an körperliche Ausdehnung kann der Reiz allerdings nicht an die Empfindung angelegt werden. Inzwischen leuchtet ein, dass jede andere functionelle Beziehung zwischen Reiz und Empfindung als die der directen Proportionalität ebensowohl ein

Mass der Empfindung nach den Massverhältnissen des Reizes vermitteln kann, wenn nur eine solche sich gewinnen lässt, ohne schon ein Mass der Empfindung vorauszusetzen. Denn wenn wir in einer Gleichung y als Function von x ausgedrückt haben, so können wir y nach dem Werthe von x und umgekehrt finden, wenn die Weise, wie sie sich mit einander ändern, auch eine ganz andere, als die des einander proportionalen Fortschritts ist. Es käme also nur darauf an, Reizgrösse und Empfindungsgrösse eben so als Function von einander auszudrücken, gleichviel, welches auch diese Function sein möchte, um nach der einen die andere Grösse finden zu können; nur dass wir eine in der Wirklichkeit begründete Function haben müssen, um wieder Anwendungen auf die Wirklichkeit davon machen zu können. Diess führt uns auf die Hauptschwierigkeit zurück, wie lässt sie sich gewinnen, wie als in Wirklichkeit begründet nachweisen, ohne die Empfindung schon gemessen zu haben, um darthun zu können, dass die Empfindung in diesem und keinem anderen Verhältnisse zum Reize fortschreite, als welches die Function angiebt. Kurz, das Mass der Empfindung, was erst zu suchen, scheint, um gefunden zu werden, dasselbe schon vorauszusetzen, falls es auf diess Princip begründet werden soll.

Man muss sich diese Schwierigkeit vollkommen klar machen, um eine klare Einsicht in den Sinn ihrer Hebung zu gewinnen. Diese Hebung beruht kurz gesagt auf der Verbindung zweier Umstände. 1) Dass wir die Function zwischen Reiz und Empfindung aus einer Function zwischen dem Elementaren, woraus beide als erwachsen angesehen werden können, ableiten; 2) dass wir diese Function auf die in der Erfahrung mögliche, der Ausführbarkeit nach durch genaue Methoden gesicherte, Beurtheilung von Gleichheit im Empfindungsgebiete stützen.

Diess erläutert sich des Näheren wie folgt:

Der Unterschied von einer Reizgrösse zur anderen lässt sich immer auch als positiver oder negativer Zuwuchs zur einen oder anderen Reizgrösse fassen und es kann ein ganzer Reiz in mathematischer Fassung als aus positiven Zuwüchsen von Null an erwachsen angesehen werden, indem man immer einen Zuwuchs zur Summe der früheren gefügt denkt, bis der volle Reiz da ist. Eben so kann ein Empfindungsunterschied in mathematischer Fassung als positiver oder negativer Zuwuchs zur einen oder an-

deren Empfindung angesehen und eine ganze Empfindung als aus positiven Zuwüchsen von Null an bis zu ihrer vollen Stärke erwachsen angesehen werden. Kennt man nun die functionelle Beziehung zwischen der Summe der Reizzuwüchse von Null an, und der Summe der zugehörigen Empfindungszuwüchse, so hat man sie *eo ipso* für den ganzen Reiz und die ganze dadurch ausgelöste Empfindung.

Die drei Massmethoden der Empfindlichkeit für Unterschiede, welche im folgenden Kapitel dargelegt werden, lehren nun ebenmässig, was auch schon im 6. Kapitel vorläufig angezeigt wurde, dass der Reizzuwuchs, welcher nöthig ist, um einen gegebenen Empfindungszuwuchs zu erzeugen, oder die Empfindung immer um gleich viel zu steigern, nicht gleich bleibt, je nachdem er zu einem schwächeren oder stärkeren Reize erfolgt, sondern mit wachsendem Reize selbst wächst. D. h. ein Reizzuwuchs muss zu einem stärkeren Reize mehr betragen, als zu einem schwächeren, um noch als Zuwuchs eben merklich, oder überhaupt gleich merklich zu sein. Wenn 1 Loth als Zuwuchs zu einem Pfunde einen eben merklichen Empfindungszuwuchs zur Empfindung der Schwere des Pfundes giebt, so wird es bei zwei Pfund keinen solchen mehr geben, sondern eine beträchtlichere Grösse des Gewichtszuwuchses dazu nöthig sein, bei drei Pfund abermals u. s. f. Die genauere Untersuchung mittelst der betreffenden Methoden führt nun zu einer schon im 6. Kapitel ausgesprochenen allgemeinen gesetzlichen Beziehung zwischen den nach der Grösse des Reizes variabeln Reizzuwüchsen, welche immer denselben Empfindungszuwuchs geben und den constanten Empfindungszuwüchsen, woraus in später anzugebender Weise die Ableitung der functionellen Beziehung zwischen dem, aus den variabeln Reizzuwüchsen summirten Reize und der aus den constanten Empfindungszuwüchsen summirten ganzen Empfindung geschehen kann.

So wird die Nothwendigkeit, ein Mass der ganzen Empfindung schon zu haben, um ihre functionelle Beziehung zum ganzen Reize festzustellen, dadurch umgangen, dass wir auf die Beziehung zwischen den elementaren Zuwüchsen, aus welchen Reiz und Empfindung als erwachsen angesehen werden können, zurückgehen, welche noch kein Mass der Empfindung, sondern blos die uns zu Gebote stehende und mittelst der Massmethoden der

Unterschiedsempfindlichkeit auf grosse Schärfe zu bringende, Beurtheilung der Gleichheit von Empfindungsunterschieden, Empfindungszuwüchsen, welche gegebenen messbaren variabeln Reizzuwüchsen zugehören, fodert, und dass wir die functionelle Beziehung der Summen der Zuwüchse daraus ableiten, wodurch wir nach dem gemessenen Reize das Mass der Empfindung erhalten.

Principiell also wird unser Mass der Empfindung darauf hinauskommen, jede Empfindung in gleiche Abtheilungen, d. s. die gleichen Incremente, aus denen sie vom Nullzustande an erwächst, zu zerlegen, und die Zahl dieser gleichen Abtheilungen als wie durch die Zolle eines Massstabes durch die Zahl der zugehörigen variabeln Reizzuwüchse bestimmt zu denken, welche die gleichen Empfindungszuwüchse hervorzubringen im Stande sind; wie wir ein Stück Zeug messen, indem wir die Zahl der gleichen Abtheilungen desselben durch die Zahl der Elle bestimmen, welche sie zu decken vermögen; nur dass statt des Deckens hier das Hervorbringen steht. Kurz wir bestimmen die Grösse der Empfindung, die wir direct nicht zu bestimmen vermögen, als ein Wievielmal des darin enthaltenen Gleichen, was wir direct zu bestimmen vermögen; lesen aber die Zahl nicht an der Empfindung, sondern am Reize ab, der die Empfindung mitführt, und sie leichter ablesen lässt. Endlich ersetzen wir die, nur im Principe statuirte Zählung einer unendlichen Menge unendlichkleiner Zuwüchse, die in Wirklichkeit nicht ausführbar wäre, durch eine infinitesimale Summation derselben, welche uns das Resultat der Zählung giebt, ohne sie im Einzelnen vornehmen zu müssen.

Dieses für den ersten Anblick schwierige Mass lässt sich doch auf einfache, klare Gesichtspuncte, Methoden und Formeln bringen. Bevor wir aber in den folgenden Kapiteln an die Ausführung gehen, mögen einige allgemeine Erörterungen dienen, das Princip noch etwas mehr zu erläutern.

Das Mass des Physischen stützt sich näher besehen in seinem allgemeinsten und letzten Grunde darauf, dass gleich viel und gleich grosse psychische Eindrücke durch gleich viel und gleich grosse physische Ursachen erzeugt werden, deren Wievielmal durch das Wievielmal jener psychischen Eindrücke bestimmt

wird, wobei die Grösse der Ursache, welche den einmaligen psychischen Eindruck erzeugt, oder eine beliebige Summe derselben, als Einheit gilt. Wie wir nun solchergestalt das physische Mass nur auf Grund der Beziehung des Physischen zum Psychischen gewinnen können, gewinnen wir nach unserm Principe umgekehrt das psychische Mass auf Grund derselben, nur in umgekehrter Richtung verfolgten, Beziehung.

Nach dem allgemeinen Continuitätsprincipe steht keine Empfindung abrupt und plötzlich auf der vollen Höhe, über die hinaus sie nicht gedeiht, sondern durchläuft vom Grade der Unmerklichkeit alle Zwischengrade, oft freilich in so kurzer Zeit, dass uns die ganze Höhe der Empfindung plötzlich da zu sein scheint. Ein Ansteigen der Empfindung von Null an durch immer neue Incremente bis zu ihrer vollen Höhe ist also keine Fiction, sondern in der Natur der Sache begründet; die Bezugnahme darauf aber zugleich der Kunstgriff, der uns das Mass derselben allein möglich macht. An die schon erwachsene Empfindung lässt sich kein Mass anlegen, insofern sich keine quantitative Mehrheit darin unterscheiden lässt. Wohl aber bieten in der wachsenden Empfindung die Incremente, aus denen sie erwächst, eine nach unseren künftig darzulegenden Methoden besonders auffassbare Mehrheit dar.

Von gewisser Seite führt dieser Kunstgriff für die Behandlung der psychischen Grössen entsprechende Vortheile mit, als der entsprechende Kunstgriff für die Behandlung der Raumgrössen. Eine Curve, eine Fläche liegt gegeben vor; aber die Infinitesimalrechnung, anstatt sie als eine im Ganzen gegebene zu fassen, lässt sie aus ihren Incrementen erwachsen, und gewährt z. B. den genauesten Einblick in die ganzen Verhältnisse des Ganges der Curve, indem sie einen allgemeinen Ausdruck dafür giebt, wie sich zum fortgehends constanten Incremente der Abscisse das variable Increment der Ordinate, zum fortgehends constanten dx das variable dy verhält. In entsprechender Weise werden wir den genauesten Einblick in den beziehungsweisen Gang von Reiz und Empfindung vermitteln, indem wir einen allgemeinen Ausdruck dafür geben, wie sich zum fortgehends constanten Incremente der Empfindung das variable Increment des Reizes verhält, und hienach eine Function zwischen Reiz und Empfindung aufstellen, welche nicht minder durch eine Gleichung zwischen x

und y ausdrückbar, und, wenn man will, durch eine Curve repräsentirbar sein wird. Wir werden nur künftig statt x und y die Buchstaben β und γ brauchen. Inzwischen ist diess für jetzt erst eine Aussicht, noch keine Einsicht, die wir eröffnen.

Immer wird das psychische Mass in Construction wie in Anwendung minder leicht und einfach bleiben, als das physische; namentlich aus dem Grunde, weil bei dem physischen Masse im Allgemeinen gleiche Abtheilungen des Massstabes gleichen Abtheilungen des zu messenden Gegenstandes entsprechen, wogegen der in der Erfahrung sich als ganz allgemein herausstellende Umstand, dass mit wachsender Grösse des Reizes und der Empfindung immer grössere Reizzuwüchse nöthig werden, um noch denselben Empfindungszuwuchs zu decken, gewissermassen dem Falle vergleichbar ist, dass ungleiche Abtheilungen des Massstabes gleichen Abtheilungen des zu messenden Gegenstandes entsprechen. Diess nun hindert zwar wie gesagt nicht, bei bekannter Beziehung zwischen beiden von der Summe der einen auf die der anderen zu schliessen, was das Wesentliche ist, worauf es ankommt. Aber die Grösse des Reizes und der Empfindung sind sich nun nicht mehr im Ganzen proportional, und das einfachstmögliche Verhältniss, was sich zwischen Massstab und Object denken liess und beim physischen Raum-, Zeit- und Gewichtsmasse wirklich stattfindet, besteht also zwischen dem psychischen Objecte und seinem physischen Massstabe nicht. Diess ist ein zweiter Grund, welcher die Auffindung des psychischen Masses verzögert hat.

Inzwischen zeigt die experimentelle Untersuchung, dass das nächst einfache Verhältniss besteht, was hier denkbar war. Es findet sich, dass, während die absolute Grösse der Reizzuwüchse für gleiche Empfindungszuwüchse mit wachsender Empfindung selbst immer mehr wächst, doch unter Voraussetzung einer constanten Empfindlichkeit und unter normalen oder mittleren Umständen die verhältnissmässige Grösse dieser Zuwüchse sich für gleiche Zuwüchse der Empfindung fortgehends gleich bleibt; so dass immer gleiche relative Reizzuwüchse gleichen Empfindungszuwüchsen entsprechen, wenn wir, wie früher, unter relativem Zuwuchse die Grösse des absoluten Zuwuchses, im Verhältnisse zu der Grösse des Reizes oder dividirt durch die Grösse des Reizes, zu dem er stattfindet, verstehen.

Hiervon ist der Umstand, dass mit wachsender Empfindung die absolute Grösse der Reizzuwüchse für gleiche Empfindungszuwüchse immer mehr zunimmt, selbst nur eine Folgerung, sofern bei dem mit der Empfindung wachsenden Reize derselbe Verhältnisstheil des Reizes nach Massgabe absolut grösser ausfallen muss, als der Reiz grösser wird, dessen Bruchtheil er bildet.

Insofern wir nun nach Analogie mit den Massstäben des Physischen zum Begriffe eines Massstabes des Psychischen fodern wollen, dass gleiche Abtheilungen des Massstabes gleichen Abtheilungen des zu messenden Objectes entsprechen, werden wir auch dieser Foderung genügen können, indem wir als die eigentlichen Zolle oder Abtheilungen des psychischen Massstabes statt der absoluten die relativen Reizzuwüchse betrachten. Die Bestimmung und Summirung fortgehends gleicher relativer Reizzuwüchse im Aufsteigen des Reizes und der Empfindung repräsentirt hienach eine Summirung eben so vieler zugehöriger gleicher Empfindungszuwüchse, deren Summe wir nur auf eine Einheit ihrer Art zu beziehen haben, um ein Mass der ganzen Empfindung zu haben.

Streng genommen nun ist diese Summirung mit unendlich kleinen Zuwüchsen vorzunehmen, weil nur für unendlich kleine Empfindungszuwüchse die zugehörigen relativen Reizzuwüchse einen genau bestimmbaren Werth haben. Denn, wollen wir den relativen Reizzuwuchs für einen endlichen Empfindungszuwuchs auf einmal betrachten, so ist in Betracht zu ziehen, dass der Reiz hiebei im Aufsteigen selbst verschiedene Grössen durchläuft, von denen jede Anspruch macht, als Divisor für den Zuwuchs aufzutreten, um den relativen Zuwuchs zu geben. Die Schwierigkeit, die hieraus zu erwachsen scheint, hebt sich aber in schon mehrberührter Weise dadurch, dass sich eine einfache mathematische Function aufstellen lässt, welche, ohne die principiell nöthige Bestimmung und Zählung einer unendlichen Menge unendlich kleiner Reizzuwüchse im Einzelnen zu fodern, das Resultat einer solchen Bestimmung und Zählung einschliesst, eine Function, deren Ableitung zu den einfachsten Anwendungen der Infinitesimalrechnung gehört, indess ihr Verständniss und ihre Anwendung nur elementare Kenntnisse voraussetzt.

Und so ruht das letzte Mittelglied des psychischen Masses schliesslich in einer Function, welche selbst als geistiger Natur

angesehen werden kann, indess das körperliche sein letztes Mittelglied in körperlichen Massstäben hat, nur dass auch jenes Mittelglied weder durch Bewegung im reinen Gebiete des Geistigen gefunden werden konnte, noch in seiner Anwendung gestattet, sich auf dieses zu beschränken, da es vielmehr eben wie das körperliche Mass auf der Beziehung zwischen dem Körperlichen und Geistigen fusst.

Das Gesetz, dass in den höheren Theilen der Reizskala grössere Reizzuwüchse erfoderlich sind, als in den niederen, um noch eine gleiche Verstärkung der Empfindung hervorzubringen, ist längst bekannt gewesen, indem es eine Sache täglicher Erfahrung ist.

Das Wort seines Nachbars hört man sehr deutlich in der Stille oder beim schwachen Tagesgeräusche; dagegen man, wie man sagt, sein eigenes Wort nicht mehr hört, also den hiedurch bewirkten Zuwuchs unmerklich findet, wenn ein grosser Lärm vorhanden ist.

Derselbe Gewichtsunterschied, der bei kleinen Gewichten sehr stark empfunden wird, wird bei grossen Gewichten unmerklich.

Starke Lichtintensitäten, die sich photometrisch sehr erheblich unterscheiden, erscheinen doch dem Auge nahe gleich hell. So erscheint schon ein Licht im Spiegel fast eben so hell, als das Licht draussen, ungeachtet bei der Reflextion ein starker Lichtverlust stattfindet.

Analoge Beispiele lassen sich leicht im Gebiete aller Sinnes-Empfindungen aufstellen.

Aber diese allgemeine Thatsache genügte nicht als Unterlage für das psychische Mass. Der genauere Ausspruch nun, dass die Grösse des Reizzuwuchses gerade im Verhältnisse der Grösse des schon gewachsenen Reizes ferner wachsen muss, um noch dasselbe für das Wachsthum der Empfindung zu leisten, ist in einiger Allgemeinheit zuerst von E. H. Weber gethan und durch Versuche belegt worden, daher es von mir das Weber'sche Gesetz genannt wird.

Für einzelne Fälle, wo es in Betracht kommt, ist es jedoch schon früher ausgesprochen und erwiesen worden, wie näher aus dem 9. Kapitel zu ersehen, wo von diesem Gesetze speciell gehandelt wird.

Die mathematische Function anderseits, welche die Grösse des Reizes mit der Grösse der Empfindung verknüpft, ist nach particulären Gesichtspuncten schon vor mehr als hundert Jahren von Euler, später wiederholt von Herbart und Drobisch, für die Abhängigkeit der Empfindung der Tonintervalle von den Verhältnissen der Schwingungszahlen; noch etwas vor Euler von Daniel Bernoulli, später von Laplace und Poisson, für die Abhängigkeit der *fortune morale* von der *fortune physique*, endlich von Steinheil und von Pogson für die Abhängigkeit der Sterngrössendifferenzen, die nichts Anderes als Differenzen von Empfindungsgrössen sind, von der photometrischen Intensität der Sterne aufgestellt worden, worauf ich theils im 8. Kapitel, theils in einem späteren historischen Kapitel zurückkommen werde.

Wenn man die Allgemeinheit und die Bedeutung jenes Gesetzes und dieser Function früher erkannt hätte, so würde das psychische Mass schon früher erkannt sein.

Das Weber'sche Gesetz, dass gleiche relative Reizzuwüchse gleichen Empfindungszuwüchsen entsprechen, ist wegen der grossen Allgemeinheit und wegen der Weite der Gränzen, in denen es streng oder approximativ gültig ist, als fundamental für die psychische Masslehre anzusehen; doch hat seine Gültigkeit Schranken und unterliegt es Complicationen, welche später sorgsam zu erörtern sind. Auch wo dieses Gesetz aufhört gültig oder rein zu sein, behält aber doch das hier erörterte Princip des psychischen Masses seine reine und volle Gültigkeit; indem jede andere, wenn auch nur empirisch ermittelbare und durch eine empirische Formel ausdrückbare, Beziehung zwischen constanten Empfindungs- und variabeln Reiz-Incrementen eben sowohl als Unterlage des psychischen Masses dienen kann und wirklich in den Theilen der Reizskala zu dienen hat, wo jenes Gesetz seine Gültigkeit verliert. In der That wird eine solche eben so gut als das Weber'sche Gesetz eine Differenzialformel liefern, welche zu einer Integralformel führt, die den Ausdruck des Masses enthält.

Diess ist ein fundamentaler Gesichtspunct, indem das Weber'sche Gesetz mit den Schranken seiner Gültigkeit hienach nicht als schrankensetzend für das psychische Mass, sondern nur als beschränk-

tes Mittel desselben auftritt, über welches das allgemeine Massprincip hinausreicht. Dieses entlehnt in der That nicht seine Gültigkeit vom Weber'schen Gesetze, sondern die Anwendung des Weber'schen Gesetzes tritt nur hinein in das Princip.

Demgemäss wird auch die Untersuchung im Interesse der möglichsten Verallgemeinerung des psychischen Masses gar nicht wesentlich darauf auszugehen haben, das Weber'sche Gesetz möglichst zu verallgemeinern, was leicht eine bedenkliche Neigung mitführen möchte, es über die ihm von Natur gesteckten Gränzen hinaus zu verallgemeinern oder Bedenken hervorrufen möchte, dass es in jenem Interesse darüber hinaus verallgemeinert worden sei; sondern man wird ganz unbefangen fragen können: wie weit reicht es, wie weit reicht es nicht; denn auch dahin, wohin es nicht reicht, reichen doch die drei Methoden, die dem Masse dienen, und somit das Mass.

Kurz, das Weber'sche Gesetz bildet nur die Unterlage für die zahlreichsten und wichtigsten Anwendungen des psychischen Masses; aber nicht die allgemeine und nothwendige. Die allgemeinste, weiter rückliegende, Unterlage des psychischen Masses liegt vielmehr in eben jenen Methoden, durch welche der Bezug zwischen Reiz- und Empfindungszuwüchsen überhaupt, innerhalb wie ausserhalb der Gränzen des Weber'schen Gesetzes, zu ermitteln ist; und die Ausbildung dieser Methoden zu immer grösserer Schärfe und Vollkommenheit ist daher das, worauf es vor Allem in der psychischen Masslehre ankommt.

Bei alle dem würden grosse Vortheile verloren gehen, wenn das so einfache Weber'sche Gesetz nicht wirklich in weiten Gränzen genau oder mit zufriedenstellender Approximation in der Psychophysik zu Grunde gelegt werden könnte. Aehnliche Vortheile, als wenn wir in der Astronomie nicht die Kepler'schen Gesetze, in der Lehre von den dioptrischen Instrumenten nicht die der einfachen Linsenbrechung zu Grunde legen könnten. Nun aber verhält es sich mit jenem Gesetze ganz analog, als mit diesen Gesetzen. Bei den Kepler'schen Gesetzen ist von den Störungen, bei denen der einfachen Linsenbrechung von den optischen Abweichungen abstrahirt. Ja sie können ganz ungültig werden, wenn die einfachen Voraussetzungen nicht mehr bestehen, für die sie gelten. Doch werden sie stets für die Hauptverhältnisse, um

die sich's in der Astronomie und Dioptrik handelt, massgebend bleiben. Und so kann auch das Weber'sche Gesetz seine Gültigkeit völlig verlieren, wenn die mittleren oder Normalverhältnisse, unter denen der Reiz Empfindung wirkt, sehr überschritten oder verlassen werden; aber für diese selbst wird es stets massgebend bleiben.

Auch werden wir nicht minder, als es in der Physik und Astronomie geschieht, in der Psychophysik, um die allgemeinen, die Hauptverhältnisse, um die es hauptsächlich zu thun ist, kennen zu lernen und zu übersehen, anfangs von den Störungen und kleinen Abweichungen des Gesetzes abstrahiren dürfen, ohne ihr Dasein desshalb zu vergessen, indess eine feinere Ausbildung und ein weiterer Fortschritt der Lehre mit der erlangten Möglichkeit der Bestimmung und Berechnung der Störungen auch die Aufgabe dieser Bestimmung und Berechnung haben wird.

Die Feststellung des psychischen Masses ist eine Sache der äusseren Psychophysik und seine nächstliegenden Anwendungen fallen in das Gebiet derselben; seine weiteren Anwendungen und Folgerungen aber greifen nothwendig auf das Gebiet der inneren Psychophysik über, und seine tiefere Bedeutung ruht darin. Erinnern wir uns, der Reiz wirkt nicht unmittelbar Empfindung, sondern nur durch Vermittlung körperlicher Thätigkeiten, zu welchen die Empfindung in directerem Bezuge steht. Die quantitativen Abhängigkeitsverhältnisse der Empfindung vom Reize übersetzen sich also schliesslich in eine solche von den körperlichen Thätigkeiten, welche der Empfindung unmittelbar unterliegen, kurz den psychophysischen Thätigkeiten, und das Mass der Empfindung durch die Grösse des Reizes in ein solches durch die Stärke dieser Bewegungen. Zu dieser Uebersetzung ist nöthig, das Abhängigkeitsverhältniss dieser inneren Bewegungen vom Reize zu kennen; insofern es aber kein Gegenstand directer Erfahrung ist, solches in exactem Wege zu erschliessen. In der That wird diese ganze Untersuchung auf exactem Wege geschehen können, und nicht verfehlen können, dereinst — wenn man das Ziel jetzt noch nicht erreicht finden sollte — den Erfolg exacter Untersuchung zu haben.

Indess das Weber'sche Gesetz, bezogen auf das Verhältniss von Reiz und Empfindung, nur eine eingeschränkte Gültigkeit

auf dem Gebiete der äusseren Psychophysik zeigt, hat es, auf das Verhältniss der Empfindung zur lebendigen Kraft oder sonst einer bestimmten Function der unterliegenden psychophysischen Bewegung übertragen, wahrscheinlich eine unbeschränkte Gültigkeit auf dem Gebiete der inneren; indem alle Abweichungen von diesem Gesetze, die wir in der Erzeugung der Empfindung durch den äuseren Reiz beobachten, daher rühren mögen, dass der Reiz nur unter normalen oder mittleren Verhältnissen eine seiner Grösse proportionale lebendige Kraft der inneren Bewegungen auslöst, welche der Empfindung unmittelbar unterliegen. Hienach ist vorauszusehen, dass diess Gesetz, nachdem es gelungen sein wird, die Uebertragung auf die psychophysischen Bewegungen in exacter Weise zu vollziehen, für das Feld der Beziehungen von Leib und Seele eine eben so wichtige, allgemeine, fundamentale Bedeutung gewinnen wird, als das Gravitationsgesetz für das Feld der himmlischen Bewegungen. Auch trägt es ganz den einfachen Charakter, den wir an Grundgesetzen der Wirklichkeit zu finden gewohnt sind.

Während also das psychische Mass auf dem Gebiete der äusseren Psychophysik nur bis zu gewissen Gränzen auf dem Weber'schen Gesetze fussen kann, dürfte es die unbedingte Unterlage darin auf dem Gebiete der inneren finden. Doch sind diess für jetzt allerdings nur Ansichten und Aussichten, deren Sicherstellung erst von der Zukunft zu erwarten ist.

Diess das Princip des psychischen Masses im Allgemeinen. Zu seiner specielleren Begründung und Ausführung wird nun Folgendes gehören.

Erstens werden die Methoden zu erörtern sein, welche überhaupt gestatten, zu ermitteln, wie grosse verhältnissmässige Reizzuwüchse in der aufsteigenden Skala von Reiz und Empfindung nöthig sind, fortgehends gleiche Empfindungszuwüchse hervorzubringen. Diese Methoden treffen mit den Massmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit zusammen, sofern dieses Mass nach dem aufgestellten Begriffe desselben eben nur darin besteht, die Reizunterschiede zu bestimmen, welche gleichen Empfindungsunterschieden entsprechen. Insofern nun ein solches Mass an sich von Wichtigkeit und Interesse ist, haben auch diese Methoden, abgesehen von der Unterlage, die sie für ein Mass der Em-

pfindung gewähren, ihre Wichtigkeit und ihr Interesse, und werden zunächst ohne Rücksicht auf jene, später folgende, Anwendung derselben abgehandelt werden.

Zweitens wird zu zeigen sein, wie, in welcher Allgemeinheit und in welchen Gränzen sich durch die Versuche nach diesen Methoden das Weber'sche Gesetz begründet, und dieses Gesetz selbst zu erörtern sein. Auch diess Gesetz hat, abgesehen von der Stützung des psychischen Masses auf dasselbe, als eines der allgemeinsten psychophysischen Gesetze, seine grosse Wichtigkeit.

Drittens wird eine Thatsache (die Thatsache der Schwelle) und ein anderes Gesetz (das Parallelgesetz) zu erörtern sein, welche, ohne im Weber'schen Gesetze wesentlich eingeschlossen zu sein, in factischem Zusammenhange damit stehen und in die allgemeine Begründung des Masses mit eingreifen.

Viertens wird zu zeigen sein, wie sich auf diese Unterlagen die allgemeine mathematische Function begründen lässt, welche die Beziehung zwischen der Reizgrösse und Empfindungsgrösse ausdrückt, ohne einen Grössenvergleich der Empfindung schon vorauszusetzen, und ohne Rückgang auf eine Zählung der einzelnen Empfindungszuwüchse zu nehmen.

Fünftens wird diese Function selbst aufzustellen, zu discutiren und in ihren Anwendungen zu verfolgen sein.

Sechstens wird zu zeigen sein, wie auch da, wo das Weber'sche Gesetz gültig zu sein aufhört, doch noch ein psychisches Mass möglich ist.

Siebentens endlich wird mit diesem Masse von dem Gebiete der äusseren Psychophysik auf das der inneren der Uebergang zu suchen sein.

Die drei ersten dieser Aufgaben werden in diesem, die übrigen im folgenden Bande behandelt werden.

VIII. Massmethoden der Empfindlichkeit.

Nach dem im 6. Kapitel aufgestellten Begriffe gilt als Mass der absoluten Empfindlichkeit bei intensiven Empfindungen der reciproke Werth der absoluten Reizgrössen, bei extensiven der reciproke Werth der absoluten Ausdehnungen, welche eine gleich grosse Empfindung erzeugen, als Mass der einfachen Unterschiedsempfindlichkeit der reciproke Werth der Reizunterschiede oder Aus-

dehnungsunterschiede, welche einen gleichen Empfindungsunterschied erzeugen; als Mass der relativen Unterschiedsempfindlichkeit der reciproke Werth des Verhältnisses der Reize oder Ausdehnungen, welche einen gleich grossen Empfindungsunterschied erzeugen.

Die Massmethoden der einfachen und relativen Unterschiedsempfindlichkeit trennen sich nicht, da es bei beiden gemeinsam darauf ankommt, die beiden Reize festzustellen, die einen gegebenen Empfindungsunterschied geben. Nur kann man dabei entweder auf die absolute Grösse des Unterschiedes oder auf das Verhältniss der Reize achten, und die Empfindlichkeit nach dem reciproken Werthe des Einen oder Anderen messen. Jedes der beiden Masse wird seine Bedeutung erhalten; hier aber wird es genügen, die Methoden bezüglich des ersten zu erörtern.

Die Ausführung des Masses auf Grund dieser Bestimmungen setzt voraus, dass wir die Gleichheit von Empfindungen und Empfindungsunterschieden unter verschiedenen Umständen wirklich genau zu beurtheilen und zu constatiren vermögen, was für den ersten Anblick nicht ganz leicht scheint. Indess stützt sich, wie schon früher erinnert, das bekannte photometrische Mass auf die Beurtheilung der Gleichheit von Empfindungen, in der Musik hat man oft genug die Uebereinstimmung zweier Töne, so wie die Gleichheit zweier Tonintervalle, d. i. Tonunterschiede, zu beurtheilen; und von sehr allgemeinen Methoden, die Gleichheit von Empfindungsunterschieden zu constatiren, wird alsbald die Rede sein. Es sind sogar die Massmethoden der Empfindlichkeit, welche sich auf Unterschiede bezieht, bisher weit mehr ausgebildet, als die der absoluten, und es soll demnach hier zuerst und hauptsächlich von ihnen gehandelt werden.

Diess soll hier in soweit geschehen, dass eine allgemeine Einsicht in die Natur und das gegenseitige Verhältniss dieser Methoden und die gemeinsamen Bedingungen ihrer Genauigkeit möglich wird, dass das Wesentliche, worauf es bei den Versuchen und deren Berechnung ankommt, hinreichend bezeichnet wird, um auch Anwendungen der Methoden möglich zu machen, und dass die in den folgenden Kapiteln anzuführenden Resultate verstanden werden. Wollte ich aber alle Specialitäten der experimentalen und Rechnungsseite der Methoden, welche bei ausführlicheren Untersuchungen in Rücksicht kommen können, hier darlegen, alle Regeln, die zu geben sein werden, theoretisch begründen und durch

Versuchsreihen belegen, so würde, entgegen dem Interesse derer, denen es mehr um eine allgemeine Einsicht in die Methoden, als eigene Benutzung derselben zu thun ist, der Gang der Betrachtung so sehr dadurch aufgehalten werden, dass ich es vorziehe, hinsichtlich der eingehenderen Darstellung der Methoden und danach angestellten Versuchsreihen auf eine Ergänzung dieser Schrift zu verweisen, die ich derselben unter dem Titel »Massmethoden und Massbestimmungen im Gebiete der Psychophysik« anzuschliessen beabsichtige und folgends kurz unter der Bezeichnung »Massmethoden« citiren werde. Vieles, was hier nur kurz angezeigt und angedeutet werden kann, wird man dort ausgeführt und theils genauer theoretisch nachgewiesen, theils durch Versuche speciell belegt finden.

1) Massmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit.

a) Allgemeine Darstellung.

Bis jetzt stehen drei Massmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit zu Gebote, die ich der Kürze halber als

1) Methode der eben merklichen Unterschiede,
2) Methode der richtigen und falschen Fälle,
3) Methode der mittleren Fehler

bezeichne.

Um eine erste oberflächliche Einsicht in die Natur und das gegenseitige Verhältniss dieser drei Methoden zu erwecken, mögen sie zuvörderst kurz bezüglich einer und derselben Aufgabe erläutert werden, dass man nämlich die Feinheit untersuchen will, mit welcher Gewichtsunterschiede erkannt werden, wenn schon nur die beiden ersten dieser Methoden bisher wirklich hiezu Anwendung gefunden haben.

Um die Methode der eben merklichen Unterschiede auf unsere Aufgabe anzuwenden, hebe man zwei durch Belastung mit einem gegebenen Gewichte auf ein etwas verschiedenes Totalgewicht gebrachte Gefässe *A*, *B* vergleichungsweise auf. Ist der Unterschied der Gewichte gross genug, so wird man ihn spüren, widrigenfalls nicht merklich finden. Die Methode der eben merklichen Unterschiede besteht nun darin, die Grösse des Gewichtsunterschiedes zu bestimmen, welche nöthig ist, um als eben merklich erkannt zu werden. Die Grösse der Empfindlichkeit

für Gewichtsunterschiede gilt der Grösse des so gefundenen Unterschiedes reciprok.

Im Allgemeinen ist bei dieser Methode zweckmässig, den Unterschied eben so oft von einem übermerklichen auf den Grad des eben merklichen herabzubringen, als von einem unmerklichen zu diesem heraufzubringen und das mittlere Resultat zu nehmen.

Nimmt man den Gewichtsunterschied sehr klein, so wird man sich bei öfterer Wiederholung des Versuches manchmal über die Richtung des Unterschiedes täuschen, indem man das in Wirklichkeit zu leichte Gefäss für das schwerere nimmt und umgekehrt; je grösser aber das Uebergewicht oder die Empfindlichkeit, desto grösser wird die Zahl der richtigen zur Zahl der falschen oder zur Totalzahl der Urtheilsfälle sein. Die Methode der richtigen und falschen Fälle besteht nun darin, die Grösse des Uebergewichtes zu bestimmen, die unter den verschiedenen Verhältnissen, unter welchen die Empfindlichkeit verglichen werden soll, erfodert wird, dasselbe Verhältniss richtiger und falscher Fälle oder richtiger Fälle zur Totalzahl der Fälle zu erzeugen. Die Grösse der Empfindlichkeit unter diesen verschiedenen Verhältnissen wird der Grösse dieses Uebergewichtes reciprok gesetzt.

Fälle, wo man zweifelhaft bleibt, sind nicht beiseit zu lassen, sondern halb den richtigen, halb den falschen Fällen zuzuzählen.

Hat man sich blos das Gewicht des einen Gefässes als Normalgewicht mittelst der Wage gegeben, so kann man versuchen, das andere, das Fehlgewicht, nach dem blossen Urtheile der Empfindung jenem gleich zu machen. Hiebei wird man im Allgemeinen einen gewissen Irrthum, Fehler begehen, den man findet, wenn man das zweite Gefäss, nachdem man es dem ersten als gleich taxirt hat, nachwiegt. Wiederholt man den Versuch oft, so wird man viele Fehler erhalten, aus denen man durch Mittelziehung einen mittleren Fehler gewinnen kann. Die Empfindlichkeit für Gewichtsunterschiede wird der Grösse des mittleren Fehlers, den man so erhält, reciprok zu setzen sein. Diess ist die Methode der mittleren Fehler.

Da die positiven und negativen Fehler in gleicher Weise von einem Mangel an richtiger Auffassung abhängen, sind sie auch in gleicher Weise zum Masse zu benutzen, also nicht nach absolutem Werthe von einander abzuziehen, sondern zu addiren.

In ähnlicher Weise als im Felde der Gewichtsempfindungen

kann man dieselben Methoden im Felde der Lichtempfindungen, der Schallempfindungen u. s. w., so wie extensiver Empfindungen anwenden, indem man z. B. letzteren Falls nach der Methode der eben merklichen Unterschiede untersucht, wie gross der Unterschied der Spannweiten zweier vor die Augen gehaltenen oder auf die Haut gesetzten Zirkel sein muss, um als eben merklich zu erscheinen; nach der Methode der richtigen und falschen Fälle, wie oft man bei zwei um ein Weniges verschiedenen Zirkeldistanzen ein richtiges und wie oft ein falsches Urtheil fällt, wenn man zu schätzen sucht, welche die grössere ist; nach der Methode der mittleren Fehler, wie gross der Durchschnittsfehler ist, den man begeht, wenn man die eine Zirkeldistanz in gleicher Grösse mit der anderen herzustellen sucht.

Diese drei Methoden führen auf verschiedenen sich ergänzenden Wegen zu demselben Ziele. Bei der ersten wird die Gränze zwischen übermerklichen und untermerklichen Unterschieden als eben merklicher Unterschied beobachtet, bei der zweiten werden übermerkliche Unterschiede gezählt (die nach Zufälligkeiten bald in richtigem, bald falschem Sinne ausfallen), bei der dritten werden untermerkliche Unterschiede gemessen.

Alle drei Methoden bedienen sich als Massstabes der Empfindlichkeit verhältnissmässig sehr kleiner, zum Theil verschwindend kleiner, Unterschiede. Es wird sich später zeigen, dass gerade diess am vortheilhaftesten ist, wenn es gilt, im Masse der Empfindlichkeit eine Unterlage für das Mass der Empfindung zu suchen.

So viel sich übersehen lässt, ist jede dieser Methoden auf alle Sinnesgebiete anwendbar, doch fehlt noch viel an der Durchführung auch nur einer dieser Methoden durch alle, und eben so wenig sind schon alle drei vollständig durch ein einziges derselben durchgeführt.

Die Methode der eben merklichen Unterschiede ist wohl schon früher in einzelnen Fällen angewendet worden; so von Delezenne zur Prüfung der Empfindlichkeit für Abweichungen von der Reinheit der Tonintervalle; in besonders grosser Ausdehnung und mit glücklichstem Erfolge aber von E. H. Weber zur Untersuchung der Empfindlichkeitsverhältnisse im Gebiete des subjectiven Gewichts-, Tast- und Augenmasses *). Ich selbst habe

*) Vergl. hierüber insbesondere seine Schrift über Tastsinn und Gemeingefühl, und seine Programmata collecta.

nur einige nicht sehr ausgedehnte Versuche im Felde der intensiven Lichtempfindung, des Augenmasses und Temperaturmasses nach dieser Methode angestellt.

Die Methode der richtigen und falschen Fälle anlangend, so sind mir keine früheren und anderen Versuche nach derselben bekannt, als die von F. Hegelmayer*), stud. med. in Tübingen im Felde des Augenmasses, und von Renz und Wolf**) im Felde des Schallmasses, beide von jungen Leuten unter Vierordt's Auspicien, daher man wohl annehmen darf, dass Vierordt die Methode an die Hand gab, obwohl diess nicht ausdrücklich bemerkt ist. Ich selbst habe sie zu sehr ausgedehnten Versuchen im Felde des Gewichtsmasses angewendet.

Die Methode der mittleren Fehler ist in gewissem Sinne so alt, als man Beobachtungen anstellt, und deren Präcision durch die Grösse der dabei begangenen Fehler bestimmt; meines Wissens aber bis jetzt auch blos aus dem Gesichtspuncte der objectiven Genauigkeitsbestimmung physikalischer und astronomischer Beobachtungen oder zur Ermittelung der Grösse dabei vorkommender Fehlerquellen***), nicht aber als psychophysische Massmethode zur Untersuchung der Schärfe der Sinne ins Auge gefasst und verwendet worden. Sie scheint mir inzwischen eine der vorzüglichsten für diesen Zweck zu sein, und ich habe sie in Verbindung mit Volkmann zur Untersuchung der Schärfe des Augen- und Tastmasses angewandt.

In praktischer Beziehung ist die Methode der eben merklichen Unterschiede unter den drei Massmethoden die einfachste, directeste, führt verhältnissmässig am schnellsten zum Ziele und fodert am wenigsten Rechnungshülfe. Indess man bei den anderen Methoden erst eine grosse Menge richtiger und falscher Fälle oder Fehler beobachten muss, um über die Gleichheit der Empfindung eines Unterschiedes ein Urtheil zu fällen und durch eine Rechnungsoperation diess Urtheil vermitteln muss, fasst man hier den eben merklichen Unterschied direct als einen für

*) Vierordt's Arch. XI. S. 844.

**) Vierordt's Arch. 1856. H. 2. S. 185 oder Pogg. Ann. XCVIII. S. 600.

***) So von Steinheil in seinen Elementen der Helligkeitsmessungen p. 75; von Laugier in Compt. rend. XLIV. p. 841 u. s. w.

die Empfindung gleichen unmittelbar auf; und wenn schon man zur Bekräftigung des Einzelurtheiles auch hier einer Wiederholung und zur Genauigkeit der Ziehung eines Mittels bedarf, so kann sich diess doch auf viel weniger Fälle stützen, weil jeder einzelne Beobachtungsfall an sich ein Resultat giebt. Für erste allgemeinere Feststellung von Fundamentaldatis und wo man nicht lange Zeit auf Beobachtungen zu wenden hat, wird diese Methode demnach meist als die zweckmässigste erscheinen. Jedoch zu eingehenderen Untersuchungen scheint sie weniger geeignet und keiner so grossen definitiven Präcision fähig, als die beiden anderen Methoden, zu denen man sich daher im Verfolge einer Untersuchung immer getrieben finden dürfte. Namentlich steht ihr entgegen, dass der Grad des E b e n m e r k l i c h s e i n s dem subjectiven Ermessen mehr Spielraum lässt, als bei den anderen Methoden stattfindet. Er ist nichts Absolutes; weder der erste Punct, wo ein Empfindungsunterschied eben merklich wird, noch wo er verschwindet, lässt sich ganz genau bestimmen; man geht durch ein Intervall des Zweifels durch, ob er merklich ist, oder nicht. Will man nicht den Grad des Ebenmerklichseins etwas hoch nehmen, d. h. nur einen solchen Unterschied als eben merklich fassen, der bei den Wiederholungen des Versuches a u s n a h m s l o s und s i c h e r schon als merklich erscheint, wo dann aber nothwendig ein etwas geringerer Unterschied oft auch noch merklich erscheinen muss, so schlägt die Methode von selbst in die der richtigen und falschen Fälle um, indem dann immer Fälle mitunterlaufen werden, wo man sich über die Richtung des Unterschiedes täuscht oder im Zweifel bleibt, Fälle, die nach Massgabe ihrer grösseren Zahl in Rücksicht genommen sein wollen.

Indess lehrt doch die Erfahrung, dass man sich so zu sagen mit sich selbst über das Gefühl eines kleinen, doch noch sicher genug empfundenen, Unterschiedes verständigen, dieses, wenn nicht absolut, doch nahe genau, bei verschiedenen Versuchen reproduciren und durch Vervielfältigung der Versuche ein gutes Resultat erhalten kann. Auch sollen die vorigen Bemerkungen keinesweges dienen, den Werth dieser Methode herabzusetzen, sondern nur die Vortheile und Nachtheile derselben gegen die anderen Methoden in das richtige Licht zu stellen. Es würde mit ihr der Psychophysik so zu sagen das handlichste Werkzeug verloren gehen. Sie hat sich in den Händen ihres Meisters durch die mit-

telst derselben erhaltenen fundamentalen Data wohl bewährt, und Andere, ich selbst haben hinreichende Gelegenheit gehabt, sich von ihrer Brauchbarkeit zu überzeugen.

Die Methode der richtigen und falschen Fälle ist wohl die langwierigste, und es ist besser, wenn man nicht viel Zeit und Geduld hat, sich auf dieselbe nicht einzulassen, da mit wenigen richtigen und falschen Fällen so viel wie Nichts gethan ist, indess man aus vielen sehr gute, d. h. wohl unter einander stimmende, Resultate erhalten, gesetzliche Verhältnisse im Empfindungsgebiete eruiren und constatiren kann. Hiezu bedarf es der Rechnungshülfe, die sich aber auf leicht ausführbare Operationen zurückführen lässt. Indess man bei der Methode der eben merklichen Unterschiede principiell auf einen einzigen Unterschied, den eben merklichen, als Massstab der Unterschiedsempfindlichkeit gewiesen ist, kann man bei der Methode der richtigen und falschen Fälle etwas grössere und kleinere Unterschiede nach Belieben in den Versuch ziehen, und durch die verschiedene Zahl richtiger und falscher Fälle, die man hiebei erhält, den Vergleich specialisiren.

Auch die Methode der mittleren Fehler bedarf grosser Versuchszahlen und einer leichten Rechnungshülfe. Beide letztgenannten Methoden haben hiebei den grossen Vortheil, sich auf die bewährten Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung stützen und selbst etwas zu deren Bewährung beitragen zu können. In der That ist das Interesse, was ich in der langen Ausübung dieser Methoden gefunden, durch diesen Gesichtspunct sehr mit unterhalten und gesteigert worden.

b) Allgemeine Rücksichten und Vorsichten.

So einfach die vorstehends kurz erörterten Methoden für den ersten Anblick scheinen und im Principe auch sind, erfodern sie doch in ihrer Ausführung und Durchführung viele Rücksichten und Vorsichten theils der Beobachtung, theils der Berechnung, die sich zum Theil nach der Methode und dem Versuchsfelde specialisiren. Mehr oder weniger allgemein aber gelten folgende.

Bei allen drei Methoden spielen unregelmässige Zufälligkeiten, welche theils den Manipulationen anhaften, theils in subjectiven Verhältnissen der Auffassung der verglichenen Grössen begründet

liegen, eine grosse Rolle. Ist der Spielraum der Zufälligkeiten beträchtlich, so wird bei der Methode der eben merklichen Unterschiede der aufzufassende Unterschied dadurch bald stark vergrössert, bald stark verkleinert erscheinen, und, um ihn sicher als merklich zu erklären, eine beträchtlichere Grösse haben müssen, als ohnedem; der Werth, den man als eben merklichen Unterschied aufzeichnet, wird sich also durch grosse Zufälligkeiten vergrössern. Lassen bei der Methode der richtigen und falschen Fälle die zufälligen Einflüsse das eine Gewicht bald viel schwerer, bald viel leichter erscheinen, als das andere, so dass der Einfluss des Mehrgewichtes gegen diesen Einfluss der Zufälligkeiten nicht sehr in Betracht kommt, so wird in Rücksicht dessen, dass die unregelmässigen Zufälligkeiten durchschnittlich eben so oft vermehrend als vermindernd nach dieser und jener Seite wirken, die Zahl der richtigen und falschen Fälle merklich gleich gross, jedenfalls die der richtigen Fälle gegen den Fall vermindert werden, dass keine oder geringere Zufälligkeiten Platz hätten. Bei der Methode der mittleren Fehler endlich übersieht man unmittelbar, dass die Fehler durchschnittlich um so grösser ausfallen müssen, je mehr durch Zufälligkeiten die verglichenen Grössen bald grösser, bald kleiner gegen einander erscheinen.

Kurz je stärkere unregelmässige Zufälligkeiten einwirken, desto kleiner fällt nach allen drei Methoden der Werth aus, welcher das Mass der Empfindlichkeit giebt, und es giebt überhaupt keinen Weg, ein von diesen Zufälligkeiten freies Mass zu erlangen; ihre Durchschnittsgrösse geht stets als Factor in das Mass mit ein. Das hindert nun nicht, vergleichbare Masse der Empfindlichkeit zu gewinnen, so lange dieser Factor constant bleibt, d. h. so lange die unregelmässigen Zufälligkeiten im Durchschnitte gleiche Grösse behalten; ja es würden ohne diese Zufälligkeiten die Massmethoden der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler gar nicht existiren. Aber es knüpft sich an die vorige Betrachtung die wichtige Rücksicht, eben auch nur solche Masse der Empfindlichkeit als vergleichbar anzusehen, wobei man ein gleiches Spiel der Zufälligkeiten voraussetzen kann, was eine genaue Vergleichbarkeit der äusseren und inneren Versuchsumstände fodert. Wenn bei den Versuchen die Manipulation sich irgendwie ändert, tritt auch sofort ein anderes Spiel der Zufälligkeiten ein und hören die Masse auf vergleichbar zu sein; eben so kann man wegen möglicher

Abänderung innerer Verhältnisse bei verschiedenen Individuen und zu verschiedenen Zeiten bei demselben Individuum nicht denselben Spielraum der Zufälligkeiten voraussetzen. Ueberall, wo sich Abweichungen zwischen Empfindlichkeitsmassen zeigen, muss man daher auch stets erst fragen, ob sie von wirklichen Abweichungen der Empfindlichkeit, oder von mangelnder Vergleichbarkeit der Umstände, unter denen sie geprüft wurden, abhängen.

Die Versuche müssen im Allgemeinen sehr vervielfältigt werden und, wie schon bemerkt, ist insbesondere bei der Methode der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler eine sehr grosse Zahl derselben nöthig, um zuverlässige Resultate zu erhalten. Die grosse Zahl der Beobachtungen hat hier in der That eine wesentlich andere Bedeutung als bei den physikalischen und astronomischen Messungen. Eine physikalische oder astronomische Grösse kann man durch ein Mittel weniger genauer Masse nach den üblichen Verfahrungsweisen auch schon sehr genau bestimmen. Hingegen ist bei der Methode der mittleren Fehler und richtigen und falschen Fälle die grosse Zahl der Versuche selbst wesentliche Bedingung der Genauigkeit. Die einzelne Beobachtung hat hier so gut als gar keine Bedeutung, und eine geringe Zahl noch so genauer Beobachtungen führt zu keiner Genauigkeit. Die einzelnen richtigen und falschen Fälle, die einzelnen Fehler fallen in der That ganz unregelmässig; kleine Versuchsfractionen, trotzdem, dass sie äusserlich unter ganz vergleichbaren Umständen angestellt sind, können noch gewaltig abweichende Resultate geben, wogegen man oft erstaunt, aus diesen Unregelmässigkeiten in den grösseren Versuchsfractionen die übereinstimmendsten Resultate hervorgehen zu sehen. Es gilt hier durchaus das, in der Wahrscheinlichkeitsrechnung unter dem Namen des Gesetzes der grossen Zahlen bekannte, Gesetz, welches den Zufall beherrscht, sofern sich derselbe häuft.

Man kann in dieser Hinsicht unsere Methoden kaum mit etwas treffender vergleichen, als mit einem Proteus, der, statt auf die gestellten Fragen einfach und willig zu antworten, sich durch die wechselndsten Formen, die er anzieht, jeder Antwort zu entziehen scheint; aber es reicht hin, unbeirrt dadurch, ihn nur stetig auf demselben Puncte festzuhalten, so zwingt man ihm eine sichere Antwort ab. Ich habe, namentlich mit der Methode der richtigen und falschen Fälle, früherhin viel Zeit verloren, indem ich aus wenigen Ver-

suchsstunden oder Tagen schon Resultate ziehen wollte, ohne zu etwas Festem kommen zu können; bis ich mich entschloss, die Versuche immer bezüglich desselben Punctes ganze Monate lang, täglich mit etwa 1 Stunde Versuchszeit, zu wiederholen, wo ich Resultate erhielt, mit denen ich Ursache habe zufrieden zu sein.

Abgesehen von dem, nicht eliminirbaren, Einflusse, welchen nach S. 76 die Grösse des Spielraums der unregelmässigen Zufälligkeiten auf die Grösse der Masswerthe hat, müssen sich die Zufälligkeiten durch öftere Wiederholung der Versuche in der Art compensiren, dass man, so lange jener Spielraum und die Empfindlichkeit dieselben bleiben, in zu verschiedenen Zeiten angestellten Versuchen übereinstimmende Masswerthe wiederfindet, der Einzelzufall also seinen Einfluss verliert, und die Definitivresultate insofern unabhängig vom Zufalle werden. Um sicher zu sein, dass diess der Fall ist, wird man jede Versuchsreihe so lange fortzusetzen oder so oft zu wiederholen haben, bis die grösseren Fractionen oder die Wiederholungen derselben in dem betreffenden Resultate übereinstimmen, unter Gestattung natürlich von Abweichungen so kleiner Ordnung, wie man auch als Beobachtungsfehler bei physikalischen Beobachtungen gestatten muss; denn die nicht absolut ausgleichbaren Zufälligkeiten vertreten bei unseren Methoden die Beobachtungsfehler. Bei einer Uebereinstimmung kleiner Fractionen darf man sich nicht beruhigen, indem sie selbst auf Zufall ruhen kann. Im Uebrigen gewährt die Wahrscheinlichkeitsrechnung die Mittel, einerseits den Grad der Genauigkeit, den man mit gegebener Wahrscheinlichkeit durch eine gegebene Anzahl Beobachtungen zu erlangen erwarten darf, voraus zu bestimmen; anderseits den Grad erlangter Genauigkeit nach der Zahl der Beobachtungen und dem Grade der Uebereinstimmung, welche die einzelnen Beobachtungen oder Fractionen einer Beobachtungsreihe zeigen, zu berechnen.

Die Versuche sind zwar von vorn herein in Bezug auf einen bestimmten Zweck möglichst planmässig einzurichten; doch kann ein vorläufiges Tatonnement oft von grossem Nutzen sein, die für die Messung günstigsten Verhältnisse und dabei zu berücksichtigenden Nebenumstände zu ermitteln, um den Plan der Versuche danach festzustellen, ausserdem da, wo es nicht auf Mituntersuchung des Ganges, den die Uebung nimmt, abgesehen ist, den Vortheil haben, das erste Stadium der Uebung schon durchschrei-

ten zu lassen und hiemit einen Theil der davon abhängigen Aenderungen bei der Hauptuntersuchung in Wegfall zu bringen. Inzwischen bleibt der Einfluss der Uebung immer ein zu berücksichtigendes Element; und es ist daher nützlich, gleich bei den ersten vorläufigen Versuchen auf die Erkenntniss und Verfolgung desselben Bedacht zu nehmen; da spätere Versuche, wo die Uebung schon theilweis eingetreten oder bis zur Gränze gediehen ist, diess nur noch unvollkommen oder gar nicht mehr gestatten.

Um nicht einseitige und nur für particuläre Verhältnisse gültige Resultate zu erhalten, ist eine möglichst ausgedehnte methodische Abänderung der Umstände in Anwendung zu bringen. Ich habe so oft die Erfahrung gemacht, dass das, was unter gewissen Verhältnissen ganz gesetzlich erschien, unter anderen Verhältnissen ganz anders ausfiel*), dass ich sehr vorsichtig geworden bin, Resultate, die nicht unter sehr verschiedenen Umständen sich bewährt haben, als allgemeine auszusprechen. Nun aber tritt ein Conflict ein. Je mehrerlei Umstände in Verbindung man dem Versuche unterwirft, desto weniger Versuche kann man auf jeden einzelnen wenden, mit desto weniger Genauigkeit also im Ganzen das Mass bezüglich darauf feststellen. Man muss sich daher eben so sehr hüten, Alles so zu sagen auf einmal untersuchen zu wollen, wodurch man nichts recht erreicht, als zu einseitig das Verfahren auf gewisse festgehaltene Umstände zu beschränken.

Um es am Beispiele der Gewichtsversuche zu erläutern, so kann man untersuchen, wie sich die Empfindlichkeit für Gewichtsunterschiede je nach der Grösse der Hauptgewichte ändert. Aber gesetzt, man hat die Verhältnisse in dieser Hinsicht ermittelt bei Hebung der Gewichte mit der einen Hand, wird man auch dieselben Resultate wiederfinden, wenn man die Gewichte mit der anderen Hand hebt, oder wenn man, anstatt beide mit einer und derselben Hand, das eine mit der einen, das andere mit der anderen Hand hebt? Oder wenn man den Handgriff oder die Angriffsweise der Gefässe oder die Lage der Gewichte in den Gefässen ändert? Wird nicht die Geschwindigkeit der Hebung jedes Gefässes, die Zwischenzeit zwischen der Hebung beider, die Folge, ob das schwerere das erst- oder zweitaufgehobene ist, die Höhe

*) Diess gilt ganz besonders von den Verhältnissen der weiterhin zu erwähnenden constanten Fehler.

der Hebung Unterschiede mitführen? Wird man auch dieselben Resultate erhalten, wenn man die Versuche mit den Hauptgewichten von den kleineren zu den grösseren aufsteigend und wenn man sie in umgekehrter Folge anstellt? Welchen Einfluss hat es, wenn man sie mit ermüdetem und nicht ermüdetem Arme anstellt? Wie ändert sich das Verhältniss der richtigen und falschen Fälle mit der Grösse des Zusatzgewichtes? u. s. w.

Zu einer erschöpfenden Untersuchung über die Empfindlichkeit für Gewichtsunterschiede gehört wirklich eine Bestimmung aller dieser Einflüsse, und in anderen Versuchsfeldern der Empfindlichkeit treten nur andere Einflüsse dafür auf, die es zu untersuchen gilt. Aber jeder solcher Einfluss fodert, um sicher nach seiner Grösse, Richtung, Abhängigkeit von Mitumständen festgestellt zu werden, eine grosse Reihe darauf bezüglicher Versuche.

Wo es den Einfluss verschiedener Umstände zu vergleichen gilt, sind die Versuche darüber abwechselnd und im Wechsel auf- und absteigend mit den grösseren und kleineren Werthen anzustellen, sei es an denselben Tagen oder im Wechsel der Tage, um den Einfluss, den die Folge der Versuche durch Abänderung der Empfindlichkeit oder aus anderen Gründen auf den Erfolg hat, theils erkennen, theils compensiren, theils in Rechnung ziehen zu können. Diess findet bei dem Beispiele der Gewichtsversuche Anwendung auf die Reihe verschiedener Hauptgewichte, verschiedener Zusatzgewichte, verschiedener Zeitintervalle der Hebung, u. s. w., die man dem Versuche unterwirft.

Seien z. B. die Versuche mit einer Reihe verschiedener Hauptgewichte anzustellen, so kann man so verfahren, dass man am selben Tage die Reihe erst aufsteigend, dann absteigend durchläuft, am nächsten Tage dieselbe erst absteigend, dann aufsteigend durchläuft; oder auch so, dass man sie am einen Tage blos aufsteigend, am folgenden blos absteigend durchläuft; welche Wechsel methodisch durch die ganze Reihe der Tage, welche die Versuchsreihe in Anspruch nimmt, fortzusetzen sind.

In einigen Versuchsreihen habe ich auch, anstatt immer mit dem kleinsten oder grössten Werthe zu beginnen und zu schliessen, nach der Reihe mit jedem der zu prüfenden Werthe begonnen und geschlossen, die Reihe rückwärts und vorwärts so durchlaufend, als wenn sie in einem Kreise disponirt wäre, wo der Ausgangspunct, den Kreis zu durchlaufen, beliebig genommen werden kann. Vielleicht aber wiegt der hievon zu erwartende Vortheil für eine vollständige Compensation des Einflusses der Reihenfolge

der Versuche den Nachtheil der verminderten Einfachheit der Methode nicht auf oder überwiegt nur unter besonderen Verhältnissen.

Im Allgemeinen kommen bei dem Einflusse der Zeitfolge der Versuche verschiedene, zum Theil sich entgegenwirkende, Umstände in Rücksicht, theilweise in Conflict, und können sich bald in diesem, bald in jenem Sinne überwiegen. Einerseits kommen, namentlich bei mangelnder Uebung, die Aufmerksamkeit und die Thätigkeit der Sinnesorgane durch eine gewisse Dauer der Versuche erst so zu sagen in Zug und fangen an, mit einer gewissen Gleichförmigkeit zu wirken, anderseits werden sie durch eine längere Fortsetzung abgespannt, ermüdet oder nach Umständen überreizt; endlich macht sich vom Anfange herein und oft durch eine lange Folge von Versuchen der Einfluss wachsender Uebung bis zu gewissen Gränzen geltend. Alle diese Einflüsse können zum Gegenstande besonderer Untersuchung gemacht werden; insofern sie aber bei jeder Untersuchung von selbst ins Spiel treten, ist insbesondere auf Folgendes zu achten.

Sind sie nicht selbst der Gegenstand der Untersuchung, so hat man s t a r k e, davon abhängige, Abänderungen thunlichst zu vermeiden, also die Versuche nicht bis zu s t a r k e r Ermüdung oder Reizung fortzusetzen, und Versuche mit langsamem oder nach beendigtem Uebungsfortschritte solchen mit raschem Uebungsfortschritte vorzuziehen. Aber da eine gewisse andauernde Fortsetzung der Versuche theils an jedem Tage, theils in der Folge der Tage anderseits von Vortheil eben so für die Gleichförmigkeit wie für die Durchführbarkeit derselben in gegebener Zeit ist, so hat man ein, nach Individualität und Verhältnissen sich näher bestimmendes, Mass in dieser Hinsicht zu suchen, was dem eigenen Tacte eines Jeden überlassen bleiben muss, die Rechnung aber jedenfalls nicht auf den Ausschluss, sondern die genaue Bestimmung und Compensirung jener Einflüsse zu stellen, die sich vollständig überhaupt nicht ausschliessen lassen; wozu eine demgemässe methodische Anordnung der Versuche gehört, und worüber die nähere Auskunft bei der Erörterung der einzelnen Methoden zu suchen ist.

So nützlich und nothwendig ein methodischer Wechsel der Umstände ist, um den Einfluss ihrer Verschiedenheit zu untersuchen, so ist doch begreiflich möglichste Constanz derselben, oder, in soweit solche nicht zu erlangen, möglichste Compensation

ihrer Variationen bei allen Versuchen nöthig, welche sich für gegebene Umstände zu einem gemeinsamen Resultate vereinigen sollen. Hat man nun auch die äusseren Umstände in dieser Hinsicht in seiner Gewalt, so doch nicht die inneren; indem eben so die Empfindlichkeit selbst wie manche das Mass derselben nebensächlich betheiligende innere Verhältnisse einer nicht geringen Variabilität durch weder berechenbare noch zu beseitigende Ursachen unterliegen. Diess macht zwei Rücksichten nöthig, einmal, dass man Massbestimmungen aus verschiedenen Zeitepochen, wenn schon unter identischen äusseren Umständen angestellt, nicht ohne Weiteres als vergleichbar nimmt, wenn man sich nicht durch die Thatsache selbst von der Vergleichbarkeit überzeugt hat; zweitens, dass man längere Versuchsreihen nicht blos in Fractionen nach den verschiedenen Versuchsumständen, sondern auch nach der Zeit abtheilt, um solche besonders zu untersuchen, und im Allgemeinen lieber das Rechnungsresultat der Fractionen längerer Versuchsreihen zusammenlegt, als das Resultat aus der gesammten unfractionirten Reihe auf einmal zieht.

Im Allgemeinen hat die Fractionirung den Vortheil, uns der grösseren oder geringeren Constanz der Resultate zu versichern, den etwaigen Fortschritt der Uebung verfolgen zu lassen und, was eine Hauptsache ist, den, bei längeren Versuchsreihen oft in entgegengesetzter Richtung sich geltend machenden, Einfluss innerer Störungen auf Rechnungswege sicherer eliminiren zu können, als wenn man die Beobachtungen im Ganzen behandelt; wie sich aus der Specialerörterung der Methoden ergiebt.

Allerdings hat das Rechnungsresultat jeder einzelnen Fraction wegen der geringeren Zahl Beobachtungen, die darein eingehen, nur geringere Sicherheit, als das der Totalität. Aber die Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigt, dass man durch Combination der Resultate der Fractionen an Sicherheit wiedergewinnt, was man durch die Fractionirung bei den einzelnen eingebüsst hat; wonach die angegebenen Vortheile der Fractionirung immer noch bestehen.

Von anderer Seite wächst jedoch mit der Fractionirung die Umständlichkeit der Behandlung und Darstellung der Versuche, und die Zahl der Versuche, die man zu einer Fraction zusammennimmt, hat bei der Methode der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler einen, nur bei grosser Versuchszahl verschwin-

denden, bei kleiner durch eine Correction zu berücksichtigenden, oder durch Anwendung einer stets gleichen Versuchszahl unschädlich zu machenden, Einfluss auf die Grösse der Masswerthe, wie sich theoretisch zeigen und durch Erfahrung beweisen lässt.

Indem jede etwas ausgedehntere Versuchsreihe eine Fortsetzung durch mehrere Tage oder selbst Wochen und Monate erfodert, sind die Versuche in möglichst regelmässigen Zeitintervallen und regelmässig abgetheilten, gleich viel Versuche enthaltenden, möglichst gleich oder symmetrisch disponirten Abtheilungen anzustellen. Die strenge Einhaltung einer festen Ordnung in diesen Beziehungen trägt nicht nur wesentlich bei, die Versuche der verschiedenen Tage vergleichbar und auf einander beziehbar zu machen und zu erhalten, Verwechselungen und Versehen in der Anordnung der Versuchsumstände zu verhüten, sondern auch die Rechnungen zu vereinfachen und jedwede Benutzung der Beobachtungen überhaupt zu erleichtern. Wogegen, wenn man bald so bald so viel Beobachtungen, bald in dieser bald in jener Folge, bald unter diesen bald jenen Umständen ohne feste Regel anstellt, die Brauchbarkeit der Beobachtungen in jeder Hinsicht leidet. Der allgemeine Vortheil, den Ordnung überall hat, macht sich bei unserer Methode nur um so fühlbarer geltend, je mehr Einzelnheiten es dabei im Allgemeinen zu ordnen und in Ordnung zu erhalten gilt.

Im Allgemeinen stelle ich die Versuche derselben Beobachtungsreihe, welche durch eine Reihe Tage laufen, auch immer um dieselbe Tageszeit an; da möglicherweise die Entfernung von der Zeit des Schlafes und der Nahrungseinnahme Einfluss auf die zu untersuchenden Empfindlichkeitsverhältnisse haben kann. Vielleicht ist ein solcher Einfluss oft zu vernachlässigen, um so mehr, wenn er die in Vergleich gezogenen Umstände immer in gleichem Verhältnisse trifft; indess wird diess erst noch besonders zu untersuchen, und vor solcher Untersuchung diese Vorsicht immer räthlich sein, welche übrigens nur in die allgemeine Regel, eine feste Ordnung in den Zeitverhältnissen der Versuche einzuhalten, hineintritt.

Insofern sich das Urtheil bei unseren Methoden auf die reine Aussage der Empfindung stützen soll, ist grosse Sorge zu tragen, dass es nicht durch einen Einfluss der Vorstellung, der Erwartung der zu erhaltenden Resultate, kurz durch das, was man den Einfluss der Einbildungskraft zu nennen pflegt, mitbestimmt

werde. Von anderer Seite aber darf man auch nicht, zur Vermeidung eines eingebildeten Einflusses der Einbildungskraft, das Verfahren so zu sagen blind machen. Zu Beidem bieten sich in unseren Methoden Anlässe dar.

Die Anordnung der Versuchsumstände, Aufzeichnung der beobachteten Werthe, Zusammenzählung der Fehler oder richtigen und falschen Fälle, so wie alle darauf zu gründenden Rechnungen sind so einzurichten und durch Wiederholung oder sonst zu controliren, dass die bei der Menge des Aufzuzeichnenden, Zusammenzuzählenden und zu Berechnenden sonst unvermeidlichen Versehen möglichst vermieden werden; und in der Aufzeichnung und Verwendung selbst unverbrüchliche Treue zu beobachten.

Die Einhaltung der letzteren Regeln ist wichtiger und schwerer, als man für den ersten Anblick meinen sollte. Nach den Erfahrungen, die ich an mir selbst und meinen Mitbeobachtern gemacht, traue ich keiner Zusammenzählung und Rechnung, die nicht durch Wiederholung oder sonst controlirt ist. Auch übersieht man selbst bei einem wiederholten Durchzählen, Durchrechnen, namentlich wenn es bald hintereinander in derselben Form geschieht, begangene Fehler so leicht, als Correcturfehler einer Schrift. Sorgfalt und Vorsicht in dieser Beziehung ist nicht genug anzurathen; und so lästig die Wiederholung oder sonstige Controle an sich langweiliger Operationen werden kann, so nothwendig ist sie, um nicht den Vortheil sorgfältiger Beobachtung durch Versehen in ihrer Verwendung zu beeinträchtigen.

Auch vor der Aufzeichnung aber können bei der im Allgemeinen nothwendigen methodischen Abänderung der Umstände gar leicht Versehen begangen werden, indem man einen Umstand mit dem anderen in der Anordnung verwechselt, oder durch mehrere Versuchsabtheilungen ohne den gefoderten Wechsel forterhält; daher man sich ein controlirendes Nachsehen in dieser Beziehung zur Regel zu machen hat.

Was die Treue in der Aufzeichnung anlangt, so fühlt man sich nur zu oft versucht, auch ohne die Resultate verfälschen zu wollen, einzelne ungewöhnliche Beobachtungswerthe, z. B. bei der Methode der mittleren Fehler ungewöhnlich grosse, etwa durch einen Nachlass der Aufmerksamkeit verschuldete, Fehler auszuschliessen. Aber das hat weder Princip noch Gränze und führt zu einer Willkühr, die sich nur auf ein unbestimmtes Aperçu zu

stützen hat. Solche Fälle muss man zwar zu vermeiden, aber, wenn sie vorkommen, nur durch die grosse Zahl der Versuche zu compensiren suchen. In den Wahrscheinlichkeitsgesetzen des Zufalles selbst, auf denen die Methoden der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler zu fussen haben, ist das seltene Vorkommen extraordinärer Fälle mit begründet; und man würde keinen Vortheil finden, sie bei Rechnungen auszuschliessen, die sich auf diese Gesetze zu stützen haben. Die Aufmerksamkeit kann bei lange fortgesetzten Versuchsreihen überhaupt unmöglich immer genau gleiche Stärke behalten, wenn man schon suchen muss, solche soviel wie möglich zu erhalten. Nun gehören die unabsichtlichen Variationen derselben selbst zu den Zufälligkeiten dieser Methoden, und man darf das Gesetz dieser Zufälligkeiten, welches in grossen Zahlen hervortritt, nicht durch willkührliche Eingriffe stören.

Das Datum der Beobachtungen bei denselben anzumerken, ist nicht nur im allgemeinen Interesse der Ordnung wichtig, sondern auch insbesondere deshalb, weil periodische oder fortschreitende Abänderungen der Empfindlichkeit, welche im Laufe der Versuche stattfinden können, nur so erkannt und in der Zusammenstellung und Benutzung der Versuche erfoderlich berücksichtigt werden können. Ausserdem wird man wohl thun, alle Nebenumstände, welche möglicherweise einen Einfluss auf den Erfolg oder die Vergleichbarkeit der Versuche haben können, als z. B. die Temperatur, auch wo ein solcher Einfluss nicht erwiesen ist, aufzuzeichnen, und in dieser Hinsicht lieber etwas zu viel als zu wenig zu thun.

Von besonders grossem Vortheile ist es in unserem Beobachtungsfelde, wenn sich mehrere Beobachter zum Zwecke gemeinsamer Untersuchung vereinigen, um sich dabei theils zu ergänzen, theils zu unterstützen, theils zu controliren. Nicht leicht kann ein Beobachter für sich allein die Untersuchung eines einzigen Sinnesgebietes oder einer wichtigeren Seite desselben für sich allein erfolgreich und erschöpfend durchführen, theils wegen der Ausdehnung der Aufgabe, welche eine Theilung derselben eben so nöthig macht, als von anderer Seite eine Verknüpfung derselben nöthig ist, theils, weil zu mancherlei Versuchen das directe Zusammenwirken zweier Beobachter oder mindestens eines Beobachters und eines Gehülfen, aus äusseren Gründen gehört, theils endlich, weil

eine Controle der von einem Beobachter erhaltenen Resultate durch einen oder mehrere andere in unserem Gebiete wichtiger als sonst irgendwo ist, wegen der Gefahr, dass das Resultat wesentlich nur an der Individualität des Beobachters hänge. So kann nach Umständen theils eine Theilung der Arbeit zwischen den Beobachtern durch Theilung des Beobachtungsgebietes, theils eine gemeinsame Betheiligung derselben bei denselben Versuchen, theils die ganz unabhängige Wiederholung derselben Versuche durch beide mit Vortheil Platz greifen.

Vielleicht darf man allgemein aussprechen, dass in unserem Felde kein durch einen noch so zuverlässigen Beobachter erhaltenes Resultat als gesichert angesehen werden darf, wenn es nicht seine Controle durch andere zuverlässige Beobachter erfahren hat, weil die Zuverlässigkeit des Beobachters nur eine Bürgschaft für die Treue und Genauigkeit seiner Aufzeichnungen, aber nicht für die Allgemeingültigkeit dessen, was er an sich beobachtet hat, giebt; obwohl manche Verhältnisse und Gesetze der Art sind, dass man von vorn herein voraussetzen darf, sie seien nicht blos eine Sache besonderer Individualitäten.

So wichtig aus angegebenen Gesichtspuncten das Zusammenwirken verschiedener Beobachter zu einer gemeinsamen Untersuchung ist, würde man doch sehr untriftig die Möglichkeit psychophysischer Massversuche überhaupt auf die Zuziehung eines Mitbeobachters oder Gehülfen beschränkt halten. Vielmehr, so wichtig die Controle irgend welcher Beobachtungen in diesem Gebiete durch davon unabhängige Beobachtungen ist, so wichtig ist es, jede Art Beobachtungen in diesem Gebiete möglichst ungestört, möglichst gleichförmig und unter voller eigener Herrschaft über die Zeit, die Umstände der Versuche und die Reihenfolge, in der man sie in den Versuch nimmt, zu vollziehen, insofern nur die Gefahr ausgeschlossen werden kann, dass die Kenntniss der Versuchsumstände, deren Einfluss man untersuchen will, der Einbildungskraft einen Anhalt gebe, die Resultate zu verfälschen. Wo demnach nicht ein Gehülfe aus diesem oder anderen Gründen nöthig ist, wird er auch im Allgemeinen nicht nützlich sein, wie jede Complication einer Maschinerie schädlich ist, die nicht nothwendig ist. Die specielle Erörterung der Massmethoden wird mehrmals Gelegenheit geben, auf diesen Gegenstand mit besonderen, auf die Natur der Verhältnisse und die gemachten Erfahrun-

gen Bezug nehmenden, Erörterungen zurückzukommen, da ein allgemeines Aperçu nicht ausreicht, Regeln im Besonderen darauf zu stützen.

c) Rücksichten in Betreff der Zeit- und Raumverhältnisse der Versuche, constante Fehler.

Insofern es bei unseren Methoden den Vergleich zweier Grössen gilt, ist die successive Auffassung der simultanen vorzuziehen, und letztere im Grunde kaum möglich, indem sich die Aufmerksamkeit von selbst abwechselnd der einen und anderen Grösse zuwendet. Der Versuch ist daher gleich darauf einzurichten, die zu vergleichenden Grössen zwar schnell nach einander, doch jede möglichst ungestört durch den Eingriff der anderen zu beobachten, und die Superposition derselben nur in der Erinnerung vorzunehmen. Das Vermögen, auf diese Weise Grössen vergleichen zu können, ist sehr merkwürdig, wie schon E. H. Weber hervorgehoben hat, und seine Aufklärung erst einmal in Zukunft von den Fortschritten der inneren Psychophysik zu erwarten. Für jetzt muss auf seiner Thatsache gefusst werden.

Dass die Auffassung der verglichenen Grössen nicht unmittelbar in der Zeit coincidirt, führt nun aber eben so, wie, dass sie nicht unmittelbar im Raume coincidiren und dadurch in ein verschiedenes Verhältniss zu den auffassenden Organen treten, Erfolge herbei, die das Mass betheiligen. Solche Verhältnisse werde ich kurz als Verhältnisse der Zeit- und Raumlage der verglichenen Grössen bezeichnen. Die hauptsächlichsten Schwierigkeiten eines genauen vergleichbaren Masses der Empfindlichkeit gründen sich darauf, und die Ausbildung der Methoden hat sich hauptsächlich auf die Bestimmung und Beseitigung derselben durch Verfahren und Rechnung zu richten, worin man doch im Stande ist, mehr zu leisten, als es für den ersten Anblick möglich erscheinen mag; worauf aber bisher die Aufmerksamkeit weniger gerichtet gewesen ist, als es der Gegenstand verdient.

Im Allgemeinen ist in Betreff der Zeitverhältnisse zu bemerken, dass dabei in Betracht kommt: 1) die Zeit, während welcher man eine Grösse auffasst, z. B. ein Gewicht hebt, wenn es Gewichtsversuche gilt, eine Distanz ins Auge fasst, wann es Augenmassversuche gilt, u. s. w. 2) Die Zwischenzeit, welche man

zwischen der Auffassung der einen und anderen Grösse verfliessen lässt; 3) die Zeitfolge, ob man die eine oder die andere zuerst auffasst; 4) die mehr oder weniger häufige Wiederholung der vergleichenden Auffassung, ehe man sich entscheidet. Im Allgemeinen führt die Gewohnheit eine gewisse Gleichförmigkeit in diesen Umständen mit, und der Einfluss kleiner Unterschiede, die bei einzelnen Versuchen eintreten, gleicht sich bei einer grossen Zahl derselben aus. Doch kann es bei methodischer Anstellung der Versuche zweckmässig sein, unter Zuziehung eines Zählers völlige Gleichförmigkeit oder Vergleichbarkeit in diesen Beziehungen herzustellen, und durch absichtliche Abänderungen derselben den Einfluss derselben selbst zu untersuchen, worin bis jetzt noch sehr wenig geschehen ist. Bei den von mir angestellten Gewichtsversuchen nach der Methode der richtigen und falschen Fälle aber habe ich diese Rücksicht streng eingehalten.

Ueber die eben so sorgfältig zu berücksichtigenden Verhältnisse der Raumlage der verglichenen Grössen will ich mich hier auf keine Allgemeinheiten einlassen, da sie sich nach Methode und Versuchsfeld noch viel mannichfaltiger abändern als die der Zeitlage, und nur daran vorgreiflich erinnern, dass die Doppelseitigkeit unserer Sinnesorgane in dieser Hinsicht besondere Rücksicht erfodert, einmal, sofern sie Anlass giebt, den Empfindlichkeitsgrad der doppelt vorhandenen Organe theils für sich, theils im Zusammenwirken zu vergleichen, anderseits, sofern beim Zusammenwirken der beiderseitigen Organe beide nicht leicht in gleiches Verhältniss zu den verglichenen Grössen treten können.

So macht es bei den Gewichtsversuchen einen Unterschied in der Beurtheilung der Schwere der Gefässe, und die Zahl der richtigen Fälle bei der betreffenden Methode ändert sich, je nachdem das Zusatzgewicht im linken oder rechten Gefässe liegt, nicht wegen einer mystischen Eigenschaft des Links und Rechts, sondern bei Anwendung der einen Hand zum Heben des einen, der anderen zum Heben des anderen Gefässes möglicherweise desshalb, weil beide Hände sich nicht ganz gleich in der Empfindlichkeit verhalten, bei Anwendung derselben Hand zum Heben beider Gefässe nachweislich, weil die Hand im Uebergange vom einen zum anderen von selbst eine andere Stellung annimmt, und die Angriffsweise beider Gefässe dadurch etwas verschieden ausfällt, was, wie ich durch positive Versuche beweisen kann, nicht gleich-

gültig für den Erfolg ist. Bei den Augenmassversuchen macht es unter Anwendung der Methode der mittleren Fehler einen Unterschied, ob die Normaldistanz, welcher man die andere gleich zu machen sucht, sich rechts oder links von dieser, oben oder unten zu derselben, findet. Bei entsprechenden Versuchen über das Tastmass der Haut ist es, wenn man die Versuche an sich selbst anstellt, selbst unter Anwendung gestielter Zirkel, nicht gleichgültig, ob man den Zirkel, welcher die Normaldistanz bestimmt, mit der rechten, den anderen mit der linken Hand fasst, oder umgekehrt, indem sich irgendwie die Applicationsweise der Zirkel danach ändert u. s. f.

Insofern die Verhältnisse einer bestimmten, für die verschiedenen verglichenen Grössen verschiedenen, Zeit- und Raumlage constant durch eine Versuchsreihe bleiben, begründen sie im erlangten Masse das, was man im Allgemeinen einen constanten Fehler nennen kann.

Bei der Methode der richtigen und falschen Fälle im Felde der Gewichtsversuche zeigt sich der constante Fehler darin, dass, wenn ich eine grosse Zahl Fälle, wo das Gefäss mit dem Zusatzgewichte das erstaufgehobene war, mit einer grossen Zahl, wo es das zweitaufgehobene war, zusammenstelle, bei übrigens ganz gleich gehaltenen Umständen, das Verhältniss der richtigen zu den falschen Fällen einesfalls ein sehr anderes ist, als anderenfalls, ebenso, wenn ich eine grosse Zahl Fälle, wo das Mehrgewicht im linken und wo es im rechten Gefässe lag, zusammenstelle. *) Bei der Methode der mittleren Fehler im Felde der Augenmass- und Tastversuche zeigt sich der constante Fehler darin, dass das Mittel aus den Distanzen, die ich einer gegebenen Normaldistanz gleich geschätzt habe, nach noch so vielen Versuchen nicht mit der Normaldistanz merklich übereinkommt, sondern um eine, oft beträchtliche, von der Raum- und Zeitlage der verglichenen Grössen gesetzlich abhängige, Grösse ins Positive oder Negative davon abweicht, und, was damit zusammenhängt, dass die Summe

*) Auch Renz und Wolf bemerken bei ihren Schallversuchen nach der Methode der richtigen und falschen Fälle, dass der eine von ihnen im Allgemeinen geneigt gewesen, den erstgehörten, der Andere den zweitgehörten Schall als den stärkeren aufzufassen, was beweist, dass der Einfluss der verschiedenen Zeitlage der Einwirkungen sich auch hier, und zwar in, nach Umständen veränderlicher, Weise geltend macht.

der positiven Abweichungen von der Normaldistanz, die positive Fehlersumme, statt mit der negativen im absoluten Werthe gleich auszufallen, oft sehr verschieden davon ausfällt, unvergleichlich mehr, als auf Rechnung nicht ausgeglichener Zufälligkeiten geschrieben werden kann.

Man kann in diese Angaben vielleicht Misstrauen setzen, und meinen, dass Vieles von dem so Beobachteten auf Einflüssen der Einbildungskraft beruhe, indess nur so lange, als man nicht selbst Versuche nach den betreffenden Methoden angestellt hat, wo man sich bald überzeugen wird, dass man, man fange es an wie man will, den constanten Fehlern nicht entgehen kann. Ein Einfluss der Einbildung war aber so wenig bei dem, was ich in dieser Hinsicht beobachtet, im Spiele, dass vielmehr das mir ganz unerwartete Auftreten der constanten Fehler bei diesen Versuchen dasjenige gewesen ist, was mich anfangs am meisten frappirt, und, bevor ich zu ihrer Elimination gelangte, am meisten in Verlegenheit gesetzt hat; und noch heute, nachdem ich lange im Gebiete, namentlich des Gewichts- und Tastmasses, über dieselben experimentirt habe, ist mir der letzte Grund derselben grösstentheils unklar, und nur die Thatsache derselben sicher. Auch hat sich bei anderen Beobachtern, die ich zur Wiederholung meiner Versuche veranlasste, ganz Entsprechendes wiedergefunden.

Das Dasein der constanten Fehler bringt übrigens nur eine Complication, nicht eine Ungenauigkeit in das Mass durch unsere Methoden, insofern sie sich bei wirklicher Constanz durch geeignete Massnahmen eliminiren und zugleich ihrer Grösse nach genau bestimmen lassen, wie ich bei specieller Betrachtung der Methoden zeige.

Leider findet die Constanz der constanten Fehler nicht in strengem Sinne statt. Ich bin eines Tages nicht eben so geneigt als des anderen Tages, das erstaufgehobene oder linksstehende Gefäss, die rechts- oder linksbefindliche Distanz in bestimmtem Sinne als grösser oder kleiner aufzufassen; sondern bei gleichgehaltenen äusseren Umständen ändern sich die inneren Dispositionen in dieser Hinsicht in einem oft höchst auffallenden Grade. Unsere Methoden lassen diese Veränderungen leicht verfolgen, finden aber auch, wenn es auf letzte Genauigkeit ankommt, Schwierigkeiten darin, sofern sich die Variationen der constanten Fehler bei der Methode der mittleren Fehler mit dem reinen va-

riablen Fehler vermischen und ihn verunreinigen, bei der Methode der richtigen und falschen Fälle aber in anderer Weise das Mass betheiligen; daher die hauptsächlichste Sorge dahin gehen muss, solche Variationen theils durch die Anstellungsweise, theils Behandlungsweise der Beobachtungen (Fractionirung) möglichst auszuschliessen oder unschädlich zu machen.

Abgesehen hievon darf man in der Complication unserer Methoden durch den constanten Fehler keinen Nachtheil derselben sehen, vielmehr einen wichtigen Vortheil, sofern die Bestimmung des constanten Fehlers selbst ein Theil des dadurch gewinnbaren psychophysischen Masses ist; indem eben der Einfluss jener die Empfindung mit betheiligenden Umstände dadurch repräsentirt und gemessen wird, zugleich aber die Möglichkeit vorliegt, ihn von dem Masse der Unterschiedsempfindlichkeit, um das es uns allerdings jetzt nur zu thun ist, zu eliminiren. Der constante Fehler ist daher auch nicht als ein müssiger Abfall überhaupt wegzuwerfen, sondern nur von diesem Masse sorgsam auszuscheiden, übrigens selbst nach seinen Verhältnissen, Gesetzlichkeiten, Abhängigkeitsverhältnissen in jedem Versuchsgebiete und nach jeder Versuchsweise zu untersuchen. Ja es dürften unsere Beobachtungsmethoden in dieser Hinsicht der Beobachtungskunst überhaupt zu Statten kommen, indem dadurch nicht nur ein so allgemeines Vorkommen constanter Fehler, als man wohl kaum gedacht hätte, sondern auch Quellen derselben, an die man bisher kaum gedacht hat, aufgedeckt werden; worüber ich jedoch vielmehr auf meine ,,Massmethoden'' als diese Schrift verweise.

Zugleich liegt in der Empfindlichkeit, welche die Methoden für den Einfluss der Versuchsumstände auf den constanten Fehler zeigen, ein Beweis ihrer Feinheit.

Das Vorige ist weit entfernt, alles das zu erschöpfen, was dem zu wissen und von dem zu beachten nöthig ist, der sich der vorstehenden Methoden selbst zu Versuchen bedienen will. Indem ich aber genöthigt bin, genauere Ausführungen hierüber den ,,Massmethoden'' vorzubehalten, beschränke ich mich darauf, folgends noch hinsichtlich der beiden letzten Methoden die wesentlichsten Specialpuncte theils zu bezeichnen, theils in kurzer Uebersicht darzulegen, die künftig ausführlicher besprochen werden sollen. Dabei lege ich für die Methode der richtigen und falschen Fälle die Gewichtsversuche, hinsichtlich der Methode der mittle-

ren Fehler die Augenmass- und Tastversuche unter, über die mir allein eigene Erfahrungen zu Gebote stehen. Die Bezeichnungen, die ich im Folgenden brauche, werden später überall bei Bezugnahme auf die betreffenden Methoden wieder gebraucht werden.

d) Specielles zur Methode richtiger und falscher Fälle, in Anwendung auf die Gewichtsversuche.

Die (im Jahre 1855 begonnenen) Versuche, auf deren Grundlage die folgenden Ausführungen über die Methode der richtigen und falschen Fälle beruhen, wurden zuerst nur in der einfachen Absicht einer genaueren Prüfung des Weber'schen Gesetzes unternommen, später im Interesse der Ausbildung der Methode selbst fortgeführt und weiter ausgedehnt, nachdem sich gezeigt hatte, dass die Prüfung, die ich im Auge hatte, eine zuvorige Untersuchung der Bedingungen der Genauigkeit der Methode, eine Ausbildung ihrer experimentalen und Rechnungsseite erst foderte, welche zur Zeit noch nicht vorlag. Während mehreren Jahren betrachtete ich es als eine Art täglicher Arbeit, ungefähr 1 Stunde lang Versuche in diesem Interesse anzustellen, und solche consequent in Bezug auf die Ermittelung dieses oder jenes bestimmten Verhältnisses eine grössere Zahl von Tagen hindurch fortzusetzen. Hiedurch ist ein, in dieser Schrift bei Weitem nicht zu erschöpfendes, Material von Versuchen erwachsen, wovon die, in einigen der folgenden Kapitel vorkommenden, grossen Versuchszahlen, und die mehrfache Wiederholung von Versuchsreihen zur Feststellung wichtiger Puncte zu verschiedenen Zeiten und unter abgeänderten Umständen, Zeugniss geben, auch ist dadurch eine grosse Uebung in Handhabung der Methode entstanden.

Insofern es bei unserer Methode darauf ankommt, das Verhältniss der Zahl der richtigen Fälle zur Zahl der falschen Fälle oder zur Totalzahl der Fälle zu bestimmen, werde ich, unter vorzugsweiser Anwendung des letzten Verhältnisses, die Zahl der richtigen Fälle mit r, die der falschen Fälle mit f, die Totalzahl der Fälle mit n bezeichnen, also das Verhältniss, mit dem wir uns hauptsächlich zu beschäftigen haben werden, mit $\frac{r}{n}$, so aber, dass, wenn eine Versuchszahl bezüglich eines Beobachtungswerthes in gleiche Fractionen getheilt wird, und diese besonders in

Rechnung genommen werden, r und n auf die Zahl der richtigen und gesammten Fälle einer jeden Fraction insbesondere geht, indess mit ν die Anzahl der Fractionen bezeichnet wird, wo dann νn die Totalzahl der Fälle für den betreffenden Beobachtungswerth ist. Bezieht sich die ganze Beobachtungsreihe, wie diess in der Regel der Fall ist, auf mehrere unter einander zu vergleichende Beobachtungswerthe, so muss dann natürlich νn noch mit der Zahl derselben multiplicirt werden, um die Totalzahl der Fälle für die ganze Reihe zu erhalten.

Wo das Urtheil zweifelhaft bleibt, ist ein solcher Fall bemerktermassen halb den richtigen, halb den falschen Fällen zuzuzählen. Um aber hieraus hervorgehende halbe Fälle zu vermeiden, rechne ich, weil es bei der Bildung des Bruches $\frac{r}{n}$ nur auf Verhältnisse ankommt, jeden richtigen Urtheilsfall als zwei richtige, jeden falschen als zwei falsche Fälle; und jeden, wo das Urtheil zweifelhaft bleibt, als einen richtigen, einen falschen.

Mit P wird das Hauptgewicht, d. i. das Gewicht eines jeden der vergleichsweise gehobenen Gefässe sammt Belastung ohne D, mit D das Zusatzgewicht (Mehrgewicht) bezeichnet werden, das beim Versuche angewendet wird, mit h ein Werth, welcher der Unterschiedsempfindlichkeit direct proportional, mithin dem Zusatzgewichte D, das ein gleiches $\frac{r}{n}$ zu liefern vermag, umgekehrt proportional ist, oder kurz das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit, um das es zu thun ist.

Die Methode lässt sich in doppelter Weise ausführen: nach einem ersten Verfahren so, dass man sich erst nach wiederholtem Hin- und Herwiegen der belasteten Gefässe entscheidet, welches schwerer oder leichter ist; nach einem zweiten so, dass man sich unverbrüchlich nach jeder einzelnen vergleichsweisen Aufhebung beider Gefässe entscheidet, oder bei Zweifel das Urtheil zu den unentschiedenen legt, welche halb den richtigen, halb den falschen beigezählt werden.

Früherhin habe ich immer das erste Verfahren angewandt; aber später alle damit angestellten Versuche verworfen, und mich ausschliesslich an das zweite gehalten, nachdem ich mich von der weit grösseren Vorzüglichkeit desselben überzeugt habe. Nicht nur lässt es sich gleichförmiger herstellen, als das erste, sondern es kann auch eine genaue Elimination und Bestimmung der,

von der Zeit- und Raumlage abhängigen Miteinflüsse, welche einen constanten Fehler begründen, nur nach dem zweiten Verfahren, durch angemessene Entgegensetzung dieser Einflüsse gegen einander, erzielt werden, wie sich unten ergeben wird.

Natürlich begeht man nach dem zweiten Verfahren leichter einen Irrthum bezüglich der Richtung des Unterschiedes als erstenfalls, und die Zahl der unentschiedenen und falschen Fälle fällt unter Anwendung eines gleichen D bei gleicher Totalzahl der Fälle grösser aus, als nach dem ersten Verfahren, was aber die Methode nicht ungenauer macht, sofern diese ja auf der Begehung von Irrthümern zu fussen hat, und was durch Anwendung eines grösseren D compensirt werden kann, um nicht zu kleine Verhältnisse $\frac{r}{n}$ zu erhalten, welche eben so wenig als zu grosse vortheilhaft für das Mass sind. Von anderer Seite liefert die zweite Methode in gleicher Zeit viel mehr Fälle als die erste, und es kann dabei jede einzelne Doppelhebung mit der anderen ganz gleich oder vergleichbar hergestellt werden.

Eine Nichtkenntniss der Lage des Mehrgewichtes und mithin Zuziehung eines Gehülfen zur Bestimmung der jedesmaligen Lage desselben, um einen Einfluss der Einbildungskraft auf das Urtheil auszuschliessen, ist bei dem ersten Verfahren wesentlich, bei dem zweiten nach der unten zu beschreibenden Ausführungsweise desselben nicht nur nicht nöthig, sondern auch nicht einmal anwendbar. Diess wird sich nach genauerer Darlegung der ganzen Sachlage der Methode bestimmter motiviren lassen.

Gemäss der Bemerkung S. 88 ist die Hebung der Gefässe immer successiv vorzunehmen, und eine Doppelhebung des zweiten Verfahrens, welche ein Urtheil begründet, entsteht also durch folgweise einmalige Hebung des einen und des anderen Gefässes, schliesst somit zwei einfache Hebungen ein. Insofern aber nach der S. 94 angegebenen Weise jedes Urtheil zu zwei Fällen gerechnet wird, wird die Totalzahl der Fälle durch die Zahl der einfachen Hebungen, nicht der Doppelhebungen bestimmt.

Wenn ich beide Gefässe mit derselben Hand hebe, so bezeichne ich es als einhändiges Verfahren; wenn ich das eine mit der einen, das andere mit der anderen Hand hebe, als zweihändiges. Auch das einhändige ist aber immer von mir mit beiden Händen insofern ausgeführt worden, als die Linke und

Rechte in wechselnden Versuchsabtheilungen angewandt wurden. Hiebei hat sich in jeder grösseren Versuchsreihe die Rechte etwas, doch wenig empfindlicher, als die Linke gezeigt; das einhändige Verfahren aber überhaupt nicht unerheblich empfindlicher, als das zweihändige. Die constanten Einflüsse der Zeit- und Raumlage der Gefässe sind nach einhändigem, zweihändigem, linkshändigem, rechtshändigem Verfahren sehr verschieden. Es ist jedoch hier nicht am Orte, in die Specialitäten einzugehen, die mir darüber zu Gebote stehen.

Besondere Rücksichten erfoderte die Einrichtung der Gefässe, welche mit den eingelegten Belastungsgewichten zusammen das Hauptgewicht P geben; und erst, nachdem ich viel Zeit durch Versuche mit unvollkommenen Einrichtungen verloren, bin ich bei der unten kurz zu beschreibenden Einrichtung mit einer drehbaren Griffrolle und fixirten, mit den Gefässen so zu sagen einen zusammenhängenden festen Körper bildenden, Belastungsgewichten stehen geblieben, welche genügt hat.

Vielleicht hat es einiges Interesse, wenn ich als ein Beispiel — und in der That ist es nur ein Beispiel — durch wie viel Kleinigkeiten man bei Versuchen dieser Art in Verlegenheit gesetzt und aufgehalten werden kann, zuvor etwas von jenen unvollkommenen Einrichtungen erwähne.

Anfangs wandte ich als Gefässe einfache hohle Holzcylinder an, die ich mit der Hand von oben umfasste. Aber bei schweren Hauptgewichten musste die Hand stark zusammengeknippen werden, damit die Gefässe nicht aus der Hand glitten, indess bei schwachen die Hand von selbst geneigt war, leise zuzugreifen. Auch liess sich die Gleichförmigkeit der Fassung nicht wohl verbürgen. Dann liess ich die Gefässe mit Messingbügeln versehen, die sich um Stifte drehten, welche an den entgegengesetzten Enden eines Diameters des Gefässes angebracht waren, damit die Gefässe sich beim Heben von selbst nach der Schwere orientiren möchten. Aber diese Vorrichtung wurde bald schlottrig. Dann liess ich die Bügel fest annieten; da sie aber, um die Gefässe nicht durch sich selbst zu schwer zu machen, von dünnem Messingblech waren, zogen sie sich, wenn ich zu grösseren Hauptgewichten übergieng und konnten nicht mehr für vergleichbar gelten. Nachdem ich stärkere substituirt hatte, habe ich, nach Verwerfung aller früheren Versuche, mit diesem Apparate fast ein Jahr lang sorgfältige und mühsame Versuche angestellt, und diese zuletzt alle ebenfalls, wenn auch nicht geradezu, verworfen, aber als der Wiederholung und Controle bedürftig erachtet, die seitdem von mir so weit durchgeführt ist, dass alle jene früheren Versuche dadurch als überflüssig oder ihrerseits nur als zu einer beiläufigen Controle der Resultate der neueren dienlich gelten können; auch ist im Folgenden ganz davon abstrahirt. Diess hieng an folgendem Umstande. Die früher von mir angewandten, aus dem Verkehre genommenen und nur durch

Nachwiegen controlirten Belastungsgewichte hatten nach ihrer verschiedenen Schwere auch verschiedene Grösse. Da nun die Gefässe weit genug sein mussten, dass auch die grössten darin Platz hatten, waren die kleinen und selbst grössere nicht vor Verschiebung beim Heben der Gefässe gesichert. Ich setzte voraus, dass der Druck doch immer mit der ganzen Schwere des Gefässes auf dieselben Puncte der die Bügel umfassenden Hand fallen müsse, also kein Nachtheil aus einer etwaigen Verschiebung der Gewichte in den Gefässen hervorgehen könne, unterliess aber bei der Menge sonst zu untersuchender und nach einander untersuchter Nebenumstände, welche von Einfluss bei dem Verfahren sein können, diess zum Gegenstande besonderer Untersuchung zu machen. Diese Vernachlässigung hat sich schwer gerächt. Denn als ich endlich doch der Sicherheit halber die Untersuchung darauf richtete, indem ich absichtlich vergleichungsweise Versuche mit in der Mitte und ganz seitlich im Gefässe fixirten Belastungsgewichten anstellte, zeigte sich, dass vermöge zwar nicht anderer Grösse, aber anderer Vertheilungsweise des Druckes die Erfolge beidesfalls ganz entschieden verschieden ausfallen, das Gefäss nämlich am schwersten erscheint, wenn das Gewicht die Mitte des Gefässes einnimmt, und dass der Unterschied sogar nicht unbeträchtlich ist, wenn man extreme Lagen in dieser Hinsicht vergleicht. Nun konnten allerdings bei meinen Versuchen nur viel geringere, und nach Wahrscheinlichkeit durch die grosse Menge Versuche sich in der Hauptsache compensirende Verrückungen stattgefunden haben, was sich auch theils durch die Uebereinstimmung der einzelnen grösseren Fractionen in den gewonnenen Zahlen, theils dadurch bestätigt hat, dass die späteren Versuche mit der vollkommeneren Einrichtung wesentlich zu ganz denselben Resultaten geführt haben; indess machten mir jene früheren Versuche keine Freude mehr, und die Schärfe und bindende Kraft derselben war, wenn nicht im Ganzen, aber in den Einzelbestimmungen, zu precär geworden, um nicht die Mühe einer Wiederaufnahme derselben mit einem neuen Apparate der Beruhigung bei den bisherigen vorzuziehen.

Alle Versuche, auf die ich mich folgends zu beziehen haben werde, sind nach dem zweiten Verfahren (S. 94) unter sehr gleichförmigen Umständen ausgeführt, welche ich hier als Normalumstände oder Normalverhältnisse beschreibe, Nebenpuncte dabei übergehend, die ich in den »Massmethoden« nachzutragen mir vorbehalte. Von diesen Normalverhältnissen wurde nur insofern abgewichen, als der Erfolg solcher Abänderungen selbst zum Gegenstande der Untersuchung gemacht werden sollte.

Die Gefässe bestanden nach der Einrichtung, bei der ich zuletzt stehen blieb, nur in einer Art Gestellen, aus 4 verticalen, unten durch ein horizontales Kreuz verbundenen, Messingstäben, zwischen welche die, genau einpassenden rechteckigen, nur in

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

der Dickedimension verschiedenen, Gewichte (theils von Blei, theils Zink) eingelegt wurden, so dass sie eine feste Lage darin hatten und sich bei den Hebungen nicht verschieben konnten. Das Gefäss mit dem eingelegten Gewichte und einem darauf aufgelegten Deckel, auf dessen Mitte ein kleines offenes Kästchen aufgelöthet war, bildete zusammen das Hauptgewicht *P*, welches sorgfältig gleich für beide Gefässe gemacht wurde. In das Kästchen des Deckels des einen beider Gefässe ward dann das Zusatzgewicht *D* gelegt, das solchergestalt auch seinen festen Platz, auf der Mitte des Hauptgewichts, behielt. Der Handgriff der Gefässe war eine, um eine horizontale Axe drehbare, hölzerne Rolle von 1 par. Zoll Durchmesser, welche mit der ganzen Hand umfasst wurde.

Jedes Gefäss hatte je nach Anwendung eines leichteren oder schwereren Deckels, mit diesem zusammen, 300 oder 400 Grammen Gewicht, so dass 300 Grammen das kleinste Hauptgewicht *P* war, was angewandt werden konnte, wenn nämlich unter Anwendung des leichten Deckels keine weiteren Belastungsgewichte zugefügt wurden. Als grösstes Hauptgewicht habe ich 3000 Grammen gebraucht; eine schwerere Last hätte der Apparat vielleicht nicht auf die Dauer vertragen. Wo es nicht galt, die Erfolge der Anwendung verschiedener Hauptgewichte zu prüfen, habe ich gewöhnlich 1000 Grammen als Hauptgewicht angewandt.

Als Zusatzgewichte dienten meist die Grössen 0,04 *P* und 0,08 *P*.

Ungeachtet beide Gefässe ganz gleich construirt waren, ward doch, um einen Einfluss einer etwa unbemerkt gebliebenen Verschiedenheit zu compensiren, in jeder Versuchsreihe *D* eben so oft im einen als anderen Gefässe unter sonst gleichen Umständen angebracht.

Die Hebungshöhe wurde durch ein, in einiger Höhe über dem Versuchstische angebrachtes horizontales Bret begränzt, so dass sie 2 Zoll 9 Lin. paris. betrug.

Die Hebungen geschahen mit unbekleidetem Arme, in blossen Hemdärmeln.

Der Modus der Hebungen war der, dass, wenn bei einer ersten Doppelhebung beispielsweise das linke Gefäss zuerst aufgehoben ward, bei der zweiten diess mit dem rechten geschahe, und so fort im Wechsel. 32 solchergestalt im Wechsel hintereinander vollführte Doppelhebungen oder 64 einfache Hebungen,

welche eben so viel Fälle begründen, fasse ich als Versuchsabtheilung zusammen, während welcher *D* immer in demselben Gefässe liegen blieb. In der Mitte jeder Abtheilung, d. i. nach 32 einfachen Hebungen, ward aber jedesmal die Stellung der Gefässe von Links zu Rechts gewechselt. Auf der 4fach verschiedenen Zeit- und Raumlage, welche das Mehrgewicht *D* hiedurch erhält, beruhen die unten näher zu besprechenden sog. 4 Hauptfälle der Methode, deren jeder demnach mit 16 einfachen Hebungen oder Fällen in jeder Versuchsabtheilung vertreten war. Solcher Abtheilungen von je 64 Fällen wurden unter Abänderung der zu untersuchenden Verhältnisse (*P*, *D* u. s. w.) meist 8 bis 12 an jedem Versuchstage hinter einander angestellt und bei den grösseren Versuchsreihen meist 1 Monat durch fortgesetzt.

Die durch einen Zähler regulirte Zeit jeder Hebung eines Gefässes betrug 1 Secunde, die jeder Niedersetzung 1 Secunde, die Zwischenzeit zwischen Niedersetzen des einen und Heben des anderen Gefässes auch 1 Secunde, also die Zeit jeder Doppelhebung, welche einen Vergleich oder 2 Fälle begründet, genau 5 Secunden. Eben so viel Zwischenzeit, d. i. 5 Secunden, liess ich zwischen einer und der je nächsten Doppelhebung, während welcher die Aufzeichnung des Resultates stattfand. Beim einhändigen Verfahren geschahe die Aufzeichnung stets mit der müssigen Hand; beim zweihändigen nach den Versuchstagen wechselnd mit der einen oder anderen Hand.

Man übt sich bald auf einen ganz mechanischen Vollzug dieser Operationen nach dem Zähler ein, und auch die Application der Aufmerksamkeit wird bald ganz mechanisch und gleichförmig, so dass sie sich, wie ich aus meinen Vesuchszahlen selbst beweisen kann, zu Ende der täglichen Versuchsstunde nicht merklich geschwächt zeigt; die, durch das Mehrgewicht *D*, die constanten Miteinflüsse der Zeit- und Raumlage, und die unregelmässigen Zufälligkeiten gemeinsam bestimmten, in der Richtung unregelmässig wechselnden Urtheile: rechts schwerer, links schwerer, zweideutig, fallen so zu sagen mit objectivem Charakter bei den Doppelhebungen in die Hand, ohne dass man Wahl und Besinnen nöthig hat, was bei dem ersten Verfahren allerdings der Fall ist.

Wie die Aufzeichnungsweise einzurichten sei, um sich nicht zu verwirren, und die bei den 4 Hauptfällen erhaltenen richtigen

Fälle leicht gesondert zusammenzählen zu können, wird näher in den »Massmethoden« angegeben.

So viel vorläufig von den äusseren Verhältnissen der Versuche. Hienach gehe ich zu den allgemeineren Verhältnissen der Methode über.

Die allgemeine Aufgabe der Methode ist, unter den verschiedenen Umständen, unter denen die Unterschiedsempfindlichkeit für Gewichte vergleichsweise geprüft werden soll, für jeden der zu vergleichenden Umstände durch eine hinreichende Zahl Versuche einen Werth $\frac{r}{n}$, oder, unter Theilung der Versuchszahl in ν Fraction, ν Werthe $\frac{r}{n}$ zu gewinnen, und hieraus das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit abzuleiten, womit noch die Nebenaufgabe in Beziehung gesetzt werden kann, die Grösse und Richtung der bei den Versuchen mitwirkenden constanten Nebeneinflüsse zu bestimmen.

Nun scheint sich von vorn herein eine fundamentale Schwierigkeit darzubieten.

Wir wissen, dass unter sonst gleichen Umständen das Verhältniss $\frac{r}{n}$ mit der Empfindlichkeit für den Gewichtsunterschied wächst; aber ein doppelt so grosses $\frac{r}{n}$ entspricht nicht einer doppelt so grossen Unterschiedsempfindlichkeit, wenn wir dem von uns aufgestellten Massbegriffe derselben treu bleiben wollen, sondern ein halb so grosses Zulagegewicht D, was ein gleiches $\frac{r}{n}$ giebt, entspricht der doppelten Empfindlichkeit; und schon aus allgemeinem Gesichtspuncte lässt sich Folgendes bemerken.

Mag auch die Empfindlichkeit sehr klein sein, so wird man doch die Zulage D immer so gross im Verhältnisse zu P nehmen können, dass fast alle oder wirklich alle Fälle richtig werden, und es leuchtet ein, dass auch die stärkste Vermehrung der Empfindlichkeit dann keine Vergrösserung des Verhältnisses $\frac{r}{n}$ mitführen kann; dass also in diesem Verhältnisse, da es bei sehr geänderter Empfindlichkeit nahe oder ganz constant bleiben kann, kein geeigneter allgemeiner Massstab der Empfindlichkeit zu suchen wäre; wogegen man bei der sehr verstärkten Empfindlichkeit nun mit einem viel geringeren Zulagegewichte ausreichen wird, das Verhältniss $\frac{r}{n}$ auf gleiche Approximation zu $\frac{n}{n}$ zu bringen, und

hienach die Verstärkung der Empfindlichkeit zu beurtheilen, so dass man schon durch die Natur der Sache auf das von uns aufgestellte Mass gewiesen wird. Aber wie soll es bei unserer Methode Platz finden?

Gesetzt, ich will beispielsweise die Empfindlichkeit der linken und rechten Hand für Gewichtsunterschiede vergleichen, und stelle bei demselben Hauptgewichte P und demselben Zusatzgewichte D einmal Hebungen beider Gefässe mit der Linken (L.), ein anderes Mal mit der Rechten (R.) an, so erhalte ich doch zunächst nur ein verschiedenes $\frac{r}{n}$ für L. und R., was mich auf die grössere oder geringere Empfindlichkeit der einen oder anderen Hand schliessen lässt, aber damit kein vergleichbares Mass dieser Empfindlichkeiten; und es fragt sich, wie komme ich dazu, die verschiedenen Grössen der Zulage D zu finden, welche dasselbe Verhältniss $\frac{r}{n}$ für L. und R. geben würden.

Aehnlich, wenn ich die Empfindlichkeit einer und derselben Hand, oder beider Hände im Durchschnitte, bei verschiedenem P untersuchen will. Dieselbe Zulage D giebt nach Erfahrung bei kleinem P ein grösseres Verhältniss $\frac{r}{n}$ als bei grösserem, aber es handelte sich vielmehr darum, das verschiedene D zu finden, welches dasselbe $\frac{r}{n}$ für die verschiedenen P's giebt, um im reciproken Werthe dieser D das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit bei den verschiedenen Werthen von P zu haben.

Die Methode der richtigen und falschen Fälle in der seither bekannten Anwendung war aus diesem Gesichtspuncte in der That nur geeignet, eine Anzeige des Mehr und Weniger, aber nicht ein vergleichbares Mass der Empfindlichkeit zu gewähren. Doch lässt sich die Methode dahin ausbilden, ein solches zu gewähren.

Zunächst bietet sich der Weg des Tatonnements dar. Man kann die Gewichtszulage unter den verglichenen Umständen so lange abändern, bis man dasselbe $\frac{r}{n}$ damit erhält. Aber da nur aus einer grossen Menge Versuche überhaupt ein sicheres Resultat selbst für ein und dasselbe D gezogen werden kann, so ist diess Verfahren, was eine grosse Menge Versuche für jedes der probirten D's fodert, nicht nur unsäglich langwierig, sondern führt auch nach mühsamstem Probiren zu keiner Genauigkeit.

Allerdings kann man zwischen nahe liegenden Werthen interpoliren; und längere Zeit habe ich mir auf diese Weise zu helfen gesucht; doch ist der Uebelstand der Umständlichkeit und Ungenauigkeit dadurch nur sehr unvollständig zu heben. Glücklicherweise aber ist er einfach und vollständig zu heben.

Nach einer principiell genauen und durch Versuche von mir wohl bewährten, zwar auf mathematische Analyse gegründeten, aber leicht ins Praktische zu übersetzenden, Regel lässt sich aus jedem $\frac{r}{n}$, was bei einem gewissen D erhalten worden ist, finden, welches D bei demselben P und übrigens gleich gehaltenen Umständen erfoderlich gewesen sein würde, ein beliebiges anderes $\frac{r}{n}$, zu geben, also auch das, was man als festes unterlegen will, wofern nur das $\frac{r}{n}$, nach dem man schliesst, aus einem hinreichend grossen n gewonnen ist. Ja man kann direct, ohne Rechnung, aus jedem $\frac{r}{n}$, dem ein hinreichend grosses n unterliegt*), nach einer Tabelle das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit, um das es zu thun ist, so finden, dass es dem von uns aufgestellten Begriffe dieses Masses entspricht; und es soll sofort gezeigt werden, wie diess zu bewirken ist, nachdem nur zuvor einige Worte über den Weg, der dazu geführt hat, vorausgeschickt sind.

Bei einem Studium der Wahrscheinlichkeitsrechnung, zu dem ich mich immer von Neuem durch das Interesse der Ausbildung unserer Methoden getrieben fand, bot sich mir die Betrachtung dar, 1) dass nach der Sachlage unseres Verfahrens das Mass der Empfindlichkeit für Unterschiede durch den, gewöhnlich mit h bezeichneten, Werth vertreten werden könne, der nach Gauss das Mass der Präcision von Beobachtungen bietet, sofern bei vergleichbar gehaltener Modalität des Verfahrens die Präcision nur noch von der Empfindlichkeit, womit der Unterschied aufgefasst wird, abhängt; 2) dass zwischen dem durch die Versuche gebotenen $\frac{r}{n}$ und dem Producte jenes Masses h in das Zulagegewicht D, bei welchem $\frac{r}{n}$ gefunden ist, d. i. zwischen $\frac{r}{n}$ und hD, eine

*) Wenn man durch Fractionirung einer grossen Versuchszahl bis zu kleinem n in den einzelnen Fractionen herabgeht, so verliert man zwar in den einzelnen Fractionen an Genauigkeit, gewinnt aber solche dann wieder durch Zusammenlegung der Resultate der Fractionen. (Vgl. S. 83).

mathematische Beziehung stattfinden müsse, welche eine Ableitung von hD aus $\frac{r}{n}$, und hienach durch Division mit D das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit h finden lassen müsse.

Es galt nur noch, diese Beziehung erstlich theoretisch festzustellen, zweitens durch den Versuch zu bewähren, drittens für unsere Massmethode praktisch zu verwerthen. Diese drei Aufgaben glaube ich befriedigend gelöst zu haben, womit die Methode der richtigen und falschen Fälle erst die Bedeutung einer wirklichen Massmethode erlangt haben dürfte.

Was die mathematische Deduction anlangt, so gebe ich sie, da es für die praktische Anwendung der Methode nicht nöthig ist, davon Einsicht zu nehmen, in folgender Einschaltung. Die experimentale Bewährung kommt wesentlich darauf heraus, experimental zu zeigen, dass, wenn man bei constanter Empfindlichkeit einen gewissen Werth $\frac{r}{n}$ bei einem gewissen Werthe D erlangt hat, der nach unserer mathematischen Beziehung berechnete Werth $\frac{r}{n}$ für ein anderes D, was zu jenem in bestimmtem Verhältnisse steht, sich durch Versuche richtig wiederfindet, unter Gestattung natürlich so kleiner Abweichungen, als auf nicht ausgeglichene Zufälligkeiten zu schreiben; — oder, was nur eine andere Form derselben Bewährung ist, dass die, bei gleicher Empfindlichkeit aber verschiedenem D durch den Versuch erhaltenen Verhältnisse $\frac{r}{n}$ nach der, auf unsere mathematische Beziehung gegründeten Tabelle Werthe von hD geben, welche proportional mit D sind.*) Zum Belege hievon aber stehen mir sehr ausgedehnte Beobachtungsreihen zu Gebote, die ich in den »Massmethoden« mittheilen werde. Auch werden wir auf einige derselben im 9. und 12. Kapitel von selbst geführt werden.

Hienach wird sich der Gegenstand rein praktisch so darstellen lassen, dass Jeder auch ohne Einsicht in die Gründe der zu gebenden Regeln und selbst ohne mathematische Vorkenntnisse sich der Methode messend bedienen kann. Auch wird man diess

*) Da die Unterschiedsempfindlichkeit, um die es sich hier handelt, mit P (aber nicht mit D, so lange D klein bleibt) variabel ist, so wird zu Versuchen mit gleichbleibender Empfindlichkeit ein constantes P erfodert.

mit Zutrauen thun können, nachdem sich die theoretische Ableitung derselben der Controle durch eine berühmte mathematische Autorität zu erfreuen gehabt, und die Controle durch die Erfahrung ebenfalls entscheidend gewesen ist.

Mathematische Aufstellung und Deduction der Rechnungsregel der Methode der richtigen und falschen Fälle.

Indess bis jetzt kein aprioristisches Princip vorliegt, wie je nach der Grösse des Hauptgewichtes P sich das Verhältniss $\frac{r}{n}$ bei constantem Zusatzgewichte D ändern muss, vielmehr diess nur als Sache eines durch das Experiment zu constatirenden Gesetzes anzusehen ist, so ist dagegen möglich, nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung *a priori* anzugeben, wie sich das Verhältniss $\frac{r}{n}$ ändern muss (ein grosses n vorausgesetzt), wenn bei gleichbleibendem Hauptgewichte P und überhaupt gleichbleibender Unterschiedsempfindlichkeit h das Zusatzgewicht sich ändert, oder überhaupt der Einfluss sich ändert, welcher das scheinbare Uebergewicht bestimmt, und der hier ein- für allemal durch D vertreten werden mag. Es sind nämlich hiebei dieselben Principien massgebend, nach welchen man auch, gleichbleibende Präcision der Beobachtung vorausgesetzt, die Aenderung der verhältnissmässigen Zahl der Beobachtungsfehler nach den Aenderungen ihrer Grösse bestimmen kann. Die Beziehung zwischen $\frac{r}{n}$ und Dh, um die es sich hier handelt, ist jedoch nicht durch einen endlichen Ausdruck, sondern nur durch einen Integralausdruck darstellbar, der zur praktischen Verwerthung der Beziehung tabellarisch repräsentirt werden muss, wie unten geschehen wird.

Der folgends mit Θ zu bezeichnende Integralausdruck, welcher hiebei ins Spiel kommt, ist derselbe, durch welchen die relative Zahl oder Wahrscheinlichkeit der Fehler in gegebenen Gränzen der Grösse bestimmt wird, nur dass an die Stelle des, gewöhnlich mit Δ bezeichneten, Fehlers das halbe Mehrgewicht $\frac{D}{2}$ tritt, nämlich

$$\Theta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$$

wo π die Ludolf'sche Zahl, e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen, $t = h\Delta = \frac{hD}{2}$, h das Präcisionsmass im Gauss'schen Sinne ist. Der Werth von t, welcher einem gegebenen Werthe von Θ zugehört, findet sich an manchen Orten tabellarisch repräsentirt, so im Berlin. astronom. Jahrb. f. 1834 S. 305 ff. bis $t = 2,0$; und in einer besonders erschienenen, jetzt nicht mehr im Buchhandel zu habenden lithographirten Tabelle bis $t = 3,0$; so dass man, wenn Θ nach $\frac{r}{n}$ gegeben ist, hiemit zugleich t oder $\frac{hD}{2}$ gegeben halten kann.

Nun werden alsbald folgende, für unsere Methode fundamentale, Gleichungen bewiesen werden, mittelst deren Θ aus $\frac{r}{n}$ ableitbar ist.

$$\frac{r}{n} = \frac{1+\Theta}{2}; \quad \frac{f}{n} = \frac{1-\Theta}{2}; \quad \frac{r}{f} = \frac{1+\Theta}{1-\Theta}$$

und hienach

$$\frac{2r}{n} - 1 = 1 - \frac{2f}{n} = \Theta.$$

Von diesen Beziehungen reicht es hin, die zwischen $\frac{r}{n}$ und Θ wie folgt in Anwendung und Betracht zu ziehen. Man leitet aus dem beobachteten $\frac{r}{n}$ den Werth Θ nach der Gleichung $\frac{2r}{n} - 1 = \Theta$ ab, sucht in einer Tabelle des Integrals Θ den Werth $t = \frac{hD}{2}$ dazu auf, und dividirt ihn mit $\frac{D}{2}$, um h zu erhalten, oder mit D, wenn man, wie von uns geschehen soll, das h der Methode der richtigen und falschen Fälle blos halb so gross nimmt, als das der Fehlertheorie. Um aber nicht erst aus dem durch die Beobachtung gefundenen $\frac{r}{n}$ jedesmal erst den Werth $\frac{2r}{n} - 1$ besonders bilden zu müssen, habe ich die Tabelle des Integrals Θ, wo die Beziehung zwischen $\Theta = \frac{2r}{n} - 1$ und t gegeben ist, in eine solche umgesetzt, wo sie gleich zwischen $\frac{r}{n}$ und t gegeben ist. Diess giebt die unten folgende Fundamentaltabelle.

Die mathematische Ableitung vorstehender Beziehung zwischen $\frac{r}{n}$ und Θ hat die Prüfung des Herrn Prof. Möbius, dem ich sie vorgelegt, bestanden, wonach man sie mathematischerseits als einwurfsfrei ansehen kann. Er hat aber die Gefälligkeit gehabt, meiner etwas unbehülflichen Ableitung eine kürzere und präcisere, übrigens zu demselben Ziele führende, zu substituiren, die ich demnach vorziehe, statt der meinigen im Folgenden mitzutheilen.

Die Möbius'sche Ableitung legt als Beispiel statt der Abweichung zweier Gewichte von der Gleichheit die Abweichung zweier Theile einer geraden Linie von der Gleichheit unter. Das Princip ist aber eines- und andernfalls dasselbe.

Es sei allgemein

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h\Delta} e^{-t^2} dt$$

die Wahrscheinlichkeit, dass der bei einer Messung einer Grösse begangene Fehler innerhalb der Gränzen von $-\Delta$ und $+\Delta$ fällt, in welchem Ausdrucke h wie oben das Mass der Präcision der Messung, π die Ludolf'sche Zahl.

Seien nun beispielsweise:

$$A \quad C \quad B$$

drei Puncte in einer geraden Linie; C sehr nahe, aber doch nicht ganz in der Mitte zwischen A und B gelegen. Bei n Beobachtungen nach der Methode

der richtigen und falschen Fälle halte ich a mal dafür, dass C dem A näher liegt, als dem B; mithin $CB > CA$; $n - a = b$ mal dafür, dass C dem B näher liegt, als dem A, mithin $CB < CA$. Hienach verhalten sich die Wahrscheinlichkeiten für $CA < CB$ und für $CB < CA$, wie a und b, und diese zwei Wahrscheinlichkeiten selbst sind $\frac{a}{n}$ und $\frac{b}{n}$.

Sei nun in der Linie

$$A \quad C \; M \quad B$$

M der wirkliche Mittelpunct von AB, und C liege von M etwas Weniges nach A zu, so ist a mal mein Urtheil ein richtiges gewesen, und b mal habe ich mich geirrt. Ich habe nämlich b mal den Punct C zwischen M und B liegen geglaubt; habe also bei jeder dieser b Schätzungen den Punct um mehr als die kleine Linie CM irrig, und zwar über M hinaus nach B zu angenommen, habe also jedesmal einen Fehler, $> CM$, nach einerlei Seite hin, begangen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist einerseits $= \frac{b}{n}$, anderseits $= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{h.CM}^{\infty} e^{-t^2}\,dt$

wo CM als eine positive Grösse zu betrachten ist. Nun ist

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h.CM} \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{h.CM}^{\infty} \ldots\ldots = \frac{1}{2},$$

$$\text{also } \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h.CM} \ldots\ldots + \frac{b}{n} = \frac{1}{2}, \text{ folglich}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h.CM} \ldots\ldots = \frac{1}{2} - \frac{b}{n} = \frac{1}{2} - 1 + \frac{a}{n} = \frac{a}{n} - \frac{1}{2}.$$

Schliesslich also:

$$\frac{a}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h.CM} \ldots\ldots = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{h.CM} \ldots\ldots = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-h.CM}^{\infty} \ldots\ldots$$

$$\frac{b}{n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h.CM} \ldots\ldots = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{h.CM}^{\infty} \ldots\ldots = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{-h.CM} \ldots\ldots$$

Diese zwei Formeln für $\frac{a}{n}$ und $\frac{b}{n}$ könnte man auch so erläutern: Bei n-maliger Betrachtung der Linie $ACMB$, von der aber nur die Puncte A und B sichtbar sind, glaubt man in a Fällen, dass M zwischen C und B irgendwo liegt (wie es die Wahrheit ist); in b Fällen (fälschlich), dass M irgendwo zwischen A und C liegt. Auf dieselben zwei Abschnitte CB und AC beziehen sich aber auch die Gränzen der Integration, als welche für $\frac{a}{n}$ $-h.CM$ und ∞, für $\frac{b}{n}$ $-\infty$ und $-h.CM$ sind. Wird nämlich die Richtung $ACMB$ für die positive und M als Anfangspunct genommen, so sind die Abscissen von C und $B = -CM$ und MB, die Abscissen von A und $C = -AM$ und $-CM$; AM und MB sind aber gegen CM als unendlich zu betrachten.

Soweit die Möbius'sche Ableitung.

Um nun das Beispiel der Linien auf das Beispiel der Gewichte zu reduciren, wird man das eine Gewicht P mit AC, das andere $P + D$ mit BC, die Länge $AM = \frac{AC + BC}{2}$ mit $P + \frac{D}{2}$, mithin das Stück CM mit $\frac{D}{2}$ zu vergleichen, also $\frac{D}{2}$ für CM in vorige Formeln zu substituiren haben. Ferner ist $\frac{a}{n}$ gleich unserem $\frac{r}{n}$ und $\frac{b}{n}$ gleich unserem $\frac{f}{n}$, wodurch sich zur directen Anwendung für unsere Methode die Formeln ergeben:

$$\frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{hD}{2}} e^{-t^2} dt$$

$$\frac{f}{n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{hD}{2}} e^{-t^2} dt$$

oder wenn wir das Integral

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{hD}{2}} e^{-t^2} dt$$ kurz mit Θ bezeichnen

$$\frac{r}{n} = \frac{1 + \Theta}{2}; \ \frac{f}{n} = \frac{1 - \Theta}{2}; \ \Theta = \frac{2r}{n} - 1 = 1 - \frac{2f}{n}.$$

Dass wir, wie oben bemerkt, das Präcisions- oder Empfindlichkeitsmass unserer Methode h gleich dem halben Präcisionsmasse der Fehlertheorie nehmen, hat auf die Anwendungen innerhalb unserer Methode keinen Einfluss, da es hier nur auf Verhältnisse von t oder h ankommt; würde aber in Rücksicht kommen, wenn man etwa die Resultate der Methode der richtigen und falschen Fälle nach absolutem Werthe mit den durch die Methode der mittleren Fehler erhaltenen vergleichen wollte, wozu das Integral Θ die Vermittelung gewährt, so wie auch bei der aprioristischen Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers oder der Unsicherheit von $\frac{r}{n}$ oder t, womit wir uns aber hier nicht beschäftigen.

Wenden wir uns nun zum Praktischen:

Die Regel, um die es sich handelt, kommt einfach darauf zurück, zu dem durch die Versuche gegebenen Bruchwerthe $\frac{r}{n}$ in folgender Tabelle, welche ich die Fundamentaltabelle der Methode der richtigen und falschen Fälle nenne, den zugehörigen Werth $t = hD$ aufzusuchen (unter Zuziehung einer Interpolation, wenn der Werth $\frac{r}{n}$ nicht genau in der Tabelle zu finden) und durch Division dieses Werthes mit D den Werth h zu bestimmen, welcher das verlangte Empfindlichkeitsmass ist, oder auch

bei constantem D den so gefundenen Werth $t = hD$ selbst unmittelbar zum Masse zu verwenden, was in vielen Fällen bequem ist.

Diese Regel genügt, wenn ausser dem constanten Gewichtsüberschusse D keine anderen constanten Einflüsse vorhanden sind, welche das Urtheil, wohin das Uebergewicht fällt, bestimmen können, oder falls solche durch die Anordnung der Versuche schon bei Gewinn des Werthes $\frac{r}{n}$ als compensirt angesehen werden könnten. Wo nicht, so gehen in den Werth t die constanten Miteinflüsse mit ein; er hängt dann nicht mehr blos von h und D, wenn unter D immer blos das Zusatzgewicht verstanden wird, sondern auch von diesen Miteinflüssen mit ab; die einfache Division des Werthes t mit D kann dann natürlich h nicht mehr richtig finden lassen, und der Werth t kann, auch bei constantem D, nicht mehr statt h zum vergleichbaren Masse verwandt werden, wenn nicht mit D zugleich die Miteinflüsse constant sind. Doch bietet ein gehörig eingerichtetes Verfahren mit geeigneter Anwendung der Fundamentaltabelle auch hier einen einfachen Weg der Abhülfe dar, wovon unten besonders die Rede sein wird.

Fundamentaltabelle der Methode der richtigen und falschen Fälle.

$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.
0,50	0,0000	177	0,71	0,3913	208	0,91	0,9481	455
0,51	0,0177	178	0,72	0,4121	212	0,92	0,9936	500
0,52	0,0355	177	0,73	0,4333	216	0,93	1,0436	558
0,53	0,0532	178	0,74	0,4549	220	0,94	1,0994	637
0,54	0,0710	180	0,75	0,4769	225	0,95	1,1631	748
0,55	0,0890	178	0,76	0,4994	230	0,96	1,2379	918
0,56	0,1068	179	0,77	0,5224	236	0,97	1,3297	1234
0,57	0,1247	181	0,78	0,5460	242	0,98	1,4531	1907
0,58	0,1428	181	0,79	0,5702	249	0,99	1,6438	∞
0,59	0,1609	182	0,80	0,5951	257	1,00	∞	
0,60	0,1791	183	0,81	0,6208	265			
0,61	0,1974	186	0,82	0,6473	274			
0,62	0,2160	187	0,83	0,6747	285			
0,63	0,2347	188	0,84	0,7032	297			
0,64	0,2535	190	0,85	0,7329	310			
0,65	0,2725	192	0,86	0,7639	326			
0,66	0,2917	194	0,87	0,7965	343			
0,67	0,3111	196	0,88	0,8308	365			
0,68	0,3307	199	0,89	0,8673	389			
0,69	0,3506	202	0,90	0,9062	419			
0,70	0,3708	205						

Bemerkungen. 1) Insofern es nur auf Verhältnisse von t oder h ankommt, pflege ich die Ziffern in den Werthen t der Tabelle statt als Decimalbrüche, als ganze Zahlen zu verwenden. So wird es stets bei künftiger Anführung von nach der Tabelle berechneten Werthen geschehen. 2) Es ist nur nöthig, die Tabelle zu Werthen von $\frac{r}{n}$ über 0,5 aufzustellen. Kommen, wie diess häufig unter gegebenen Versuchsumständen bei nicht zu grossem D für diesen oder jenen der unten zu besprechenden Hauptfälle Platz greift, Werthe von $\frac{r}{n}$ unter 0,5 vor, so hat man statt $\frac{r}{n}$ vielmehr $\frac{f}{n} = \frac{n-r}{n}$ in der Spalte $\frac{r}{n}$ der Tabelle aufzusuchen, und den zugehörigen Werth t mit negativem Vorzeichen in die später anzuführenden Gleichungen zur Bestimmung von hD, hp, hq einzuführen. 3) Die Tabelle giebt für $\frac{r}{n} = 1$, d. i. für den Fall, dass alle Fälle richtig ausfallen, einen unendlichen Werth für t. Hiebei ist aber streng genommen eine unendliche Zahl Beobachtungen vorausgesetzt. Im Allgemeinen muss man D klein genug und n gross genug nehmen, dass jener Fall nicht eintritt.

Am bequemsten wird man sich der vorigen Tabelle bedienen, wenn man bei seinen Beobachtungen ein für allemal $n = 100$ nimmt, d. h. jedesmal r für 100 Fälle bestimmt, und grössere Versuchsreihen in Fractionen von 100 theilt, um nachher die einzelnen daraus erhaltenen t-Werthe zu Summen- oder Mittelwerthen zu combiniren, da die fractionsweise Behandlung ohnehin aus anderen Gesichtspuncten nöthig oder nützlich ist. In der That hat man dann in der Spalte $\frac{r}{n}$ blos die Null und das Komma vorn wegzustreichen, um die durch den Versuch erhaltenen Zahlen r unmittelbar darin zu finden; und man erspart sich nicht nur die Division zur Bildung der Werthe $\frac{r}{n}$, sondern bedarf auch keiner Interpolation, da man dann alle Versuchszahlen r unmittelbar genau in der Tabelle findet.

Wofern man ein anderes n als 100 wählt, wird man immer auf Werthe von $\frac{r}{n}$ stossen, die sich nicht genau in der vorigen Tabelle finden. Dann kann man mit Hülfe der Differenzen in der Differenzspalte die zugehörigen t-Werthe leicht durch einfache Interpolation bestimmen, wobei man bis etwa $\frac{r}{n} = 0{,}85$ höchstens um 1 bis 2 Einheiten der letzten Decimale im t-Werthe fehlen kann, was irrelevant ist, da die 4. Decimale bei Beobachtungen dieser Art zuzuziehen ohnehin als ein Luxus angesehen werden kann. Bei höheren Werthen $\frac{r}{n}$ jedoch würde man um so mehr

bei dieser Interpolation irren, je höher diese Werthe sind; und ich füge daher zur Ergänzung des letzten Theils der Tabelle noch ein paar Zusatztabellen bei, worin die Werthe $\frac{r}{n}$ enger an einander liegen, und mit deren Zuziehung man für alle Fälle als Unterlage einer weiteren Interpolation ausreichen wird.

Zusatztabelle I.

$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.
0,8300	0,6747	70	0,8825	0,8397	91	0,9300	1,0436	133
0,8325	0,6817	71	0,8850	0,8488	92	0,9325	1,0569	137
0,8350	0,6888	72	0,8875	0,8580	93	0,9350	1,0706	142
0,8375	0,6960	72	0,8900	0,8673	95	0,9375	1,0848	146
0,8400	0,7032	73	0,8925	0,8768	96	0,9400	1,0994	151
0,8425	0,7105	74	0,8950	0,8864	98	0,9425	1,1145	156
0,8450	0,7179	75	0,8975	0,8962	100	0,9450	1,1301	162
0,8475	0,7253	76	0,9000	0,9062	102	0,9475	1,1463	168
0,8500	0,7329	77	0,9025	0,9164	103	0,9500	1,1631	175
0,8525	0,7405	78	0,9050	0,9267	106	0,9525	1,1806	182
0,8550	0,7482	79	0,9075	0,9373	108	0,9550	1,1988	191
0,8575	0,7560	80	0,9100	0,9481	110	0,9575	1,2179	200
0,8600	0,7639	81	0,9125	0,9591	112	0,9600	1,2379	211
0,8625	0,7719	82	0,9150	0,9703	115	0,9625	1,2590	222
0,8650	0,7800	83	0,9175	0,9818	118	0,9650	1,2812	236
0,8675	0,7882	84	0,9200	0,9936	120	0,9675	1,3048	249
0,8700	0,7965	85	0,9225	1,0056	123	0,9700	1,3297	272
0,8725	0,8049	86	0,9250	1,0179	127	0,9725	1,3569	290
0,8750	0,8134	87	0,9275	1,0306	130	0,9750	1,3859	316
0,8775	0,8221	89				0,9775	1,4175	
0,8800	0,8308							

Zusatztabelle II.

$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.	$\frac{r}{n}$	$t = hD$	diff.
0,970	1,3297	107	0,980	1,4522	150	0,990	1,6450	278
0,971	1,3404	109	0,981	1,4672	156	0,991	1,6728	304
0,972	1,3513	112	0,982	1,4828	163	0,992	1,7032	343
0,973	1,3625	115	0,983	1,4991	173	0,993	1,7375	389
0,974	1,3740	119	0,984	1,5164	181	0,994	1,7764	450
0,975	1,3859	123	0,985	1,5345	192	0,995	1,8214	539
0,976	1,3982	128	0,986	1,5537	205	0,996	1,8753	677
0,977	1,4110	132	0,987	1,5742	219	0,997	1,9430	922
0,978	1,4242	138	0,988	1,5961	234	0,998	2,0352	1499
0,979	1,4380	142	0,989	1,6195	260	0,999	2,1851	∞
						1,000	∞	

An sich hat die Zahl $n = 100$ keinen besonderen Vorzug; und ich selbst habe statt $n = 100$ immer $n = 64$ zu Grunde gelegt, alle meine grösseren Versuchsreihen in Fractionen mit $n = 64$ getheilt, die aus den Fractionen besonders berechneten t–Werthe nachher addirt, und diese Summenwerthe oder die daraus gezogenen Mittelwerthe verwandt. Der Grund war der, dass 64, als Potenz der 2, einer grösseren Subdivision mit 2 fähig ist, als 100, und ich mir diese anfangs für beliebige Fractionirung offen halten wollte. Später bin ich dabei stehen geblieben, um alle Versuchsreihen in dieser Hinsicht vergleichbar zu halten, da, wie nachher zu bemerken, die Grösse des n, was man zu Grunde legt, einen gewissen Einfluss auf die Grösse der Masszahlen hat, den man überall vergleichbar halten muss. Die von mir gewöhnlich gebrauchte Fundamentaltabelle ist daher, um die Uebersetzung des Bruches $\frac{r}{n}$ in einen Decimalbruch und Interpolation eben so zu ersparen, als für obige Tabelle angegeben wurde, gleich für r, zugehörig zu $n = 64$, eingerichtet; und ich füge sie hier noch hinzu, falls sich Andere derselben Grundzahl bedienen wollen.

Fundamentaltabelle für $n = 64$.

r	$t = hD$	r	$t = hD$
33	0,0277	49	0,5123
34	0,0555	50	0,5490
35	0,0833	51	0,5873
36	0,1112	52	0,6273
37	0,1394	53	0,6695
38	0,1677	54	0,7142
39	0,1964	55	0,7619
40	0,2253	56	0,8134
41	0,2547	57	0,8696
42	0,2844	58	0,9320
43	0,3147	59	1,0026
44	0,3456	60	1,0848
45	0,3772	61	1,1851
46	0,4095	62	1,3172
47	0,4427	63	1,5231
48	0,4769	64	∞

Um meine grösseren Reihen, die stets Multipla von 64 Fällen enthalten, vergleichungsweise mit der fractionsweisen Behandlung, doch auch im Ganzen oder in grösseren Abtheilungen gleich bequem behandeln zu können,

habe ich noch eine grössere Tabelle für $n = 512$, worin 64 8mal enthalten ist, construirt, woraus sich unmittelbar auch Tabellen für $n = 64$, $= 2 . 64$, $= 4 . 64$ ziehen lassen. Durch Rückgang auf die, S. 104 angezeigte, Tabelle des Integrals Θ und Zuziehung der S. 105 angegebenen Gleichung zwischen $\frac{r}{n}$ und Θ wird übrigens der Sachverständige (mit Hülfe von Interpolation) leicht Tabellen für beliebige Grundzahlen n entwerfen können. In jedem Falle aber wird man wohl thun, welche Grundzahl n man auch wählen mag, immer dieselbe für alle Versuche beizubehalten, bei grösserer Versuchszahl immer durch Fractionirung auf dieselbe zurückzugehen und seine Tabelle ein- für allemal darauf einzurichten.

Vorstehender Fundamentaltabellen kann man sich nun auch bedienen, um aus dem $\frac{r}{n}$, was man bei einem gegebenen D und P erlangt hat, auf das D zu schliessen, was bei derselben Empfindlichkeit h und mithin demselben P (da h sich mit P, aber nicht mit D ändert) erfoderlich sein würde, irgend ein beliebiges anderes $\frac{r}{n}$ zu geben, indem man nur nöthig hat, zu dem anderen $\frac{r}{n}$ in der Tabelle das zugehörige t zu suchen und folgende Proportion anzusetzen: Wie sich das $t = hD$ beider $\frac{r}{n}$ verhält, so verhält sich das D derselben. Umgekehrt kann man nach der Tabelle zu gegebenen D's die zugehörigen Werthe $\frac{r}{n}$ finden, wenn ein solcher für ein D gegeben ist, so lange h constant bleibt. Jedoch wird man auf diese Anwendungen nicht leicht praktisch durch unsere Methode geführt, indem die obige Bestimmungsweise von h oder auch nach Umständen blos t das bleibt, worauf zuletzt Alles ankommt.

Man darf nicht vergessen, dass der angegebene einfache Gebrauch der Tabelle nur unter der angegebenen Bedingung stattfindet, dass das scheinbare Uebergewicht, abgesehen von den Zufälligkeiten, blos von D abhängt; in Wirklichkeit aber hängt es noch von constanten Einflüssen der Zeit- und Raumlage mit ab; und der nach der Tabelle aus $\frac{r}{n}$ abzuleitende Werth t ist in diesem Falle nicht blos $= hD$, sondern $= h(D + M)$, wo M die algebraische Summe aller constanten Miteinflüsse ist, die noch ausser D das scheinbare Uebergewicht bestimmen. Mit Rücksicht darauf besteht die praktische Aufgabe darin, die Versuche und deren Berechnung so zu combiniren, dass M compensirt wird, und man auf denselben Werth hD zurückkommt, welcher ohne das Dasein

der Miteinflüsse nach obigem einfachen Gebrauche der Tabelle erhalten werden würde.

Was nun die Versuchsweise anlangt, so ist unsere normale Ausführungsweise, von der oben die Rede war, gleich für diesen Zweck berechnet. Hier wird nach einem ganz regelmässigen Modus zwischen 4 Hauptfällen entgegengesetzter Zeit- und Raumlage des Mehrgewichtes gewechselt, nämlich 1) wo dasselbe im linksstehenden Gefässe liegt, und wo dieses zuerst aufgehoben wird; 2) wo es im linksstehenden Gefässe liegt, und wo dieses zu zweit aufgehoben wird; 3) und 4) entsprechend mit dem rechten Gefässe; also, um die 4 Hauptfälle übersichtlich aus einander zu halten, wo es liegt:

1) im linksstehenden zuerst aufgehobenen Gefässe,
2) – linksstehenden zuzweit – –
3) – rechtsstehenden zuerst – –
4) – rechtsstehenden zuzweit – –

Kurz bezeichne ich diese 4 Hauptfälle nach voriger Reihenfolge mit

$$\text{I} >,\ \text{II} >,\ \text{I} <,\ \text{II} <.$$

Die dabei erhaltenen, für jeden Hauptfall besonders zusammengezählten, richtigen Zahlen mit

$$r_1,\ r_2,\ r_3,\ r_4$$

und die, ihren Quotienten durch n zugehörigen Werthe t der Fundamentaltabelle (welche nicht mehr einfach $= hD$ zu setzen sind) mit

$$t_1,\ t_2,\ t_3,\ t_4$$

wobei für alle Hauptfälle ein gleiches n vorausgesetzt ist.

Der Weg der vollständigen Compensation von M beruht dann, wie leicht zu zeigen, darin, dass man die so erhaltenen t's der 4 Hauptfälle addirt und mit 4 dividirt, indem man hat

$$hD = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4}$$

wonach Division mit D wie früher den reinen Werth von h giebt, statt dessen man wiederum hD oder $4hD$ selbst zum Masse verwenden kann, wenn D immer constant gehalten wird.

Dieser Weg der vollständigen Compensation der Miteinflüsse M gründet sich auf folgende Puncte. Nach S. 90 findet ein von der Zeitfolge der Hebung und ein von der Raumlage der Gefässe abhängiger Miteinfluss auf die Bestimmung des scheinbaren Uebergewichtes statt. Den von der Zeitfolge der Hebung ab-

hängigen Einfluss werde ich p, den von der Raumlage abhängigen q nennen. Bei entgegengesetzter Zeit- und Raumlage haben p und q ein entgegengesetztes Vorzeichen. Welches Vorzeichen wir für eine gegebene Lage verwenden wollen, ist willkührlich, nur dass wir bei der entgegengesetzten das entgegengesetzte verwenden. Setzen wir also bei dem ersten Hauptfalle p und q mit positivem Vorzeichen an, so nimmt M beim ersten Hauptfalle den Werth $+p+q$, beim zweiten $-p+q$, beim dritten $+p-q$, beim vierten $-p-q$ an, und erhalten wir also bei den 4 Hauptfällen folgende Werthe für $t = h(D+M)$

$$t_1 = h(D+p+q)$$
$$t_2 = h(D-p+q)$$
$$t_3 = h(D+p-q)$$
$$t_4 = h(D-p-q)$$

Die Addition dieser 4 Werthe und Division mit 4 giebt hD; auch reicht die Addition der ersten und vierten, so wie zweiten und dritten Gleichung, mit nachfolgender Division durch 2, für sich allein hin, hD finden zu lassen.

Dieselben Gleichungen sind geeignet, durch additive und subtractive Combination die Werthe von hp und hq und in Folge dessen von p und q zu geben. Man erhält nämlich so zunächst:

$$hp = \frac{t_1 - t_2 + t_3 - t_4}{4}$$

$$hq = \frac{t_1 + t_2 - t_3 - t_4}{4}$$

Dividirt man die so erhaltenen Werthe von hp, hq mit dem vorhin erhaltenen Werthe $hD = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4}$, so erhält man das Verhältniss von p, q zu D, und durch Multiplication dieses Verhältnisses mit D den Werth von p, q in Grammen, wenn D selbst in Grammen ausgedrückt ist. Auch können hp, hq eben so wie hD jedes in doppelter Weise schon durch die t's zweier Hauptfälle bestimmt werden, und in der Uebereinstimmung der so erhaltenen Werthe eine Controle gesucht werden.

Je nach der Richtung der Einflüsse p, q können dieselben eben so wohl mit negativem als positivem Vorzeichen bei dieser Bestimmungsweise hervorgehen, so dass man mit der Grösse die Richtung derselben zugleich durch diesen Weg bestimmt findet; wobei das Vorzeichen mit Rücksicht auf die Weise zu verstehen ist, wie p und q in die Grundgleichungen eingeführt sind.

Die definitive Lösung der ganzen Aufgabe mit ihren Nebenaufgaben führt also zur Bestimmung von h, p, q durch folgende Gleichungen:

$$h = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4D}$$

$$p = \frac{t_1 - t_2 + t_3 - t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} D$$

$$q = \frac{t_1 + t_2 - t_3 - t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} D$$

Doch wird man häufig für die anzustellenden Massvergleiche bei den Werthen hD, hp, hq oder $4hD$, $4hp$, $4hq$, oder, im Falle einer Zusammenlegung der Resultate aus mehreren, nur immer gleich viel, Fractionen bei irgend welchen grösseren Multiplis jener Werthe stehen bleiben können, wie der Sachverständige leicht übersieht.

Auf diese Weise, wodurch man zugleich eine vollständige Elimination und genaue Bestimmung der Einflüsse p, q erlangt, sind alle meine später (im 9. und 12. Kapitel) folgenden Massbestimmungen über die Unterschiedsempfindlichkeit im Felde der Gewichtsversuche gewonnen, und es können die dort anzuführenden Resultate in mehrfacher Beziehung zur Erläuterung und zum Belege dessen dienen, was hier über den Gegenstand im Allgemeinen gesagt ist. Vollständigeres und Zusammenhängenderes in dieser Hinsicht werden die »Massmethoden« bieten.

Wenn ich künftig darauf Bezug zu nehmen habe, werde ich, in Uebereinstimmung mit der S. 114 getroffenen Wahl der Vorzeichen, den von der Zeitfolge der Hebung abhängigen Einfluss p als positiv fassen, wenn vermöge desselben das erstaufgehobene, als negativ, wenn das zweitaufgehobene Gefäss unabhängig von D als das schwerere erscheint, den von der Raumlage abhängigen Einfluss q als positiv, wenn vermöge desselben das linksstehende, als negativ, wenn das rechtsstehende Gefäss als das schwerere erscheint. Sage ich also z. B., der Einfluss p wog $+10$ Grammen, so heisst diess, abgesehen vom Mehrgewichte erschien das erstaufgehobene Gefäss um 10 Grammen schwerer als das zweitaufgehobene. Das 12. Kapitel wird Gelegenheit geben, solche Bestimmungen anzuführen.

Auch bei gleichbleibenden Verhältnissen der Zeit- und Raumlage der Gefässe können sich p und q doch durch innere Gründe ändern, da jene objectiven Verhältnisse nur nach ihrer subjectiven Auffassungsweise in Betracht kommen, die aus unbekannten Gründen sehr veränderlich ist.

So veränderlich aber die Einflüsse p und q nach äusseren und inneren Verhältnissen sind, so hat sich doch aus der Gesammtheit meiner, unter vielfachen Abänderungen angestellten, Versuche übereinstimmend herausgestellt, dass der Einfluss p durch vermehrte Schwere der Hauptgewichte oder

vorgängige Ermüdung der Arme bei einhändigem wie zweihändigem Verfahren die Tendenz hat, sich in negativem Sinne zu ändern, d. h. geringere positive, oder grössere negative Werthe anzunehmen, oder aus positiven in negative Werthe umzuschlagen, ferner, dass p und q bei einhändigem Verfahren und unter sonst gleichen Umständen grössere positive oder kleinere negative Werthe bei der Rechten als Linken haben; endlich, dass die Grösse und Richtung dieser Einflüsse nicht wesentlich von der Grösse von D abhängt. Auf weitere Details ist hier nicht einzugehen.

Man könnte die Compensation der Miteinflüsse p, q auch dadurch bewirken wollen, dass man das r der 4 Hauptfälle vor der Berechnung der t's zusammennähme, und aus dem so erhaltenen gemeinsamen $\frac{r}{n}$ nach der Fundamentaltabelle ein gemeinsames t ableitete, welches man $= hD$ setzte. Dieses Verfahren kann unter Umständen Dienste leisten, wird aber von mir als das der unvollständigen Compensation bezeichnet, indem sich wie folgt zeigen lässt, dass man nicht wirklich hiedurch genau auf den Werth hD und mithin h zurückkommt, der ohne das Dasein der Miteinflüsse erhalten worden wäre.

Sei beispielsweise der Einfluss p zu Gunsten des zweitaufgehobenen Gefässes, und nehmen wir übertreibend an, er sei ausserordentlich gross, sei unendlich gross, so versteht es sich von selbst, dass die Zufügung eines endlichen D zum einen beider Gefässe ganz einflusslos werden würde, das Urtheil zu bestimmen, und stets und jedesmal das zweitaufgehobene Gefäss als das schwerere erscheinen würde; dass daher, wenn das Gefäss mit D eben so oft zuerst als zu zweit aufgehoben wird, wie bei unseren Versuchen geschieht, und wenn die Fälle dieser beiden Zeitlagen zusammengenommen werden, wie man versucht sein könnte, als zulänglich zur Elimination von p zu halten, die Zahl der richtigen Fälle und falschen Fälle eben so gleich ausfallen wird, als wenn die Empfindlichkeit für den Gewichtsunterschied null wäre, wo man auch eine gleiche Anzahl richtiger und falscher Fälle erhält. Die Empfindlichkeit für D erscheint so zu sagen durch den Miteinfluss übertäubt. Wogegen, wenn der Einfluss der Zeitfolge der Hebung gar nicht vorhanden wäre, D sein Uebergewicht gleich sehr bei beiden Zeitlagen geltend machen, und ein seiner Grösse und der vorhandenen Empfindlichkeit angemessenes Uebergewicht der richtigen Fälle für das Gefäss, worin es liegt, begründen würde. Also kann das Zusammennehmen der richtigen Fälle bei entgegen-

gesetzten Zeitlagen nicht äquivalent gesetzt werden dem Falle, dass kein Einfluss der Zeitlage überhaupt vorhanden gewesen. Denn begreiflich nähert man sich jenem vorausgesetzten Extreme um so mehr, je stärker der Miteinfluss wird. Und was in dieser Hinsicht von p gilt, gilt eben so von q und vom gleichzeitigen Dasein beider. Hiegegen wird man durch unser Verfahren der vollständigen Compensation, wo die Zahlen r für die verschiedenen Hauptfälle getrennt zur Ableitung von t benutzt werden, wirklich auf dasselbe Resultat bezüglich hD zurückgeführt, als wenn kein Miteinfluss p und q vorhanden wäre; indem sich derselbe dadurch eliminirt.

Wie leicht zu erachten, muss eben so, wie der Einfluss von D gegen p oder q verschwinden kann, auch das Umgekehrte stattfinden können. Wenn D sehr gross ist, so kann weder der Einfluss der successiven Aufhebung noch der Einfluss der Handstellung mehr spürbar werden, sondern das Urtheil richtet sich blos nach der Lage von D, und, sofern D gleich oft entgegengesetzte Zeit- und Raumlagen annimmt, wie es bei unserer Versuchsweise der Fall, muss die Zahl der Erst- und Zweitfälle, der rechten und linken Fälle gleich gross werden, oder sich doch mit zunehmendem D dieser Gleichheit immer mehr nähern.

Obwohl sich diess Alles leicht theoretisch ergiebt, gestehe ich doch, erst durch die Erfahrungen selbst darauf geführt worden zu sein, da bei schweren Hauptgewichten der Einfluss p manchmal so gross wurde, dass jene Art Uebertäubung des Einflusses von D schon ohne Rechnung bei den Versuchen spürbar wurde und nach der Berechnung die gesetzlichen Abhängigkeitsverhältnisse der Unterschiedsempfindlichkeit erheblich alterirt erschienen, indem ich früher immer die richtigen Fälle der verschiedenen Zeit- und Raumlage v o r der Berechnung der t-Werthe zusammennahm.

Wie leicht zu erachten, kann das Verfahren mit wiederholtem Hin- und Herwiegen der Gefässe (S. 94), welches keine Sonderung der 4 Hauptfälle gestattet, überhaupt nur diesen Erfolg der unvollständigen Compensation gewähren.

Uebrigens wird man vom Verfahren der vollständigen Compensation dann absehen können, wenn es nicht auf ein eigentliches M a s s der Unterschiedsempfindlichkeit, sondern nur auf Beurtheilung von Mehr, Weniger und Gleich ankommt, und wenn

man keine oder keine starken Abänderungen der Einflüsse p, q im Laufe der Untersuchung vorauszusetzen hat. Dann wird man allerdings nicht nur die Zahlen aller 4 Hauptfälle zusammennehmen, sondern auch es unnöthig halten können, von den richtigen Zahlen zu den t-Werthen erst überzugehen, indem eine gleiche, grössere oder kleinere Zahl r bei gegebenem n unter Anwendung eines gegebenen D, dann eine gleiche, grössere oder kleinere Unterschiedsempfindlichkeit beweist. Doch darf man nicht vergessen, dass diess an die Bedingung der Constanz der Einflüsse p, q geknüpft bleibt. Es hat aber nach Vorigem eine beträchtlichere Grösse regelmässig in entgegengesetztem Sinne wechselnder constanter Einflüsse denselben Erfolg als nach S. 77 die beträchtlichere Grösse unregelmässig wechselnder Zufälligkeiten, d. i. die richtigen Zahlen r zu verkleinern, so dass bei gleicher oder selbst grösserer Unterschiedsempfindlichkeit die zusammengefassten richtigen Zahlen r der 4 Hauptfälle geringer ausfallen können, wenn die constanten Miteinflüsse grösser sind, somit sich falsche Verhältnisse auf diese Weise herausstellen können, welche nur auf dem Wege der vollständigen Compensation verschwinden. Insofern man nun bei der grossen Variabilität jener Einflüsse aus inneren Gründen (vgl. S. 115) selbst bei sorgfältig vergleichbar gehaltenen äusseren Verhältnissen nie vollkommen dafür einstehen kann, dass sie in die zu vergleichenden Werthe wirklich vergleichbar eingehen, wird der freilich umständlichere Weg der vollständigen Compensation, hiemit die Sonderung der 4 Hauptfälle und Rückgang auf die t-Werthe, immer eine grössere Sicherheit gewähren, und der Vergleich der blossen Zahlen r nur zu mehr oberflächlichen und vorläufigen Bestimmungen dienen können.

Die methodische Einhaltung der gleichen Beobachtungszahl und des regelmässigen Wechsels der 4 Hauptfälle, ohne welche die genaue Elimination und Bestimmung der constanten Einflüsse p, q nicht zu erreichen ist, setzt eine regelmässige Abänderung der Lage des Mehrgewichtes und also stete Kenntniss dieser Lage voraus. Diese Kenntniss würde bei dem S. 94 angegebenen ersten Verfahren, wo jede Entscheidung, die einen Beitrag zur Zahl r giebt, als eine Art definitive erst nach wiederholtem Hin- und Herwiegen der Gefässe gefällt wird, nothwendig einen bestimmenden Einfluss auf das Urtheil gewinnen, den sie bei dem zweiten, wo

der Ausfall jeder einzelnen Doppelhebung einen Beitrag zu r liefert, verliert, da man weiss, dass dieser Ausfall in nicht berechenbarer Weise von Zufälligkeiten und von der Raum- und Zeitlage der Gefässe mit bestimmt wird, die Einbildungskraft also in der Kenntniss der Lage des D keinen Anhalt findet, einen bestimmten Erfolg der einzelnen Doppelhebungen danach vorweg zu nehmen, sondern sich nur an die Aussage der Empfindungen wie an etwas Objectives halten kann. Der Anblick meiner Beobachtungstabellen bestätigt diess. Der Ausfall der einzelnen Urtheile zeigt sich darin ganz unregelmässig und durch den Werth und die Verhältnisse von p, q im Ganzen eben so sehr und oft noch mehr als durch die Lage von D bestimmt, ja die Zahl der falschen Fälle, entgegen dem, was die bekannte Lage des D fodern würde, in vielen Versuchsreihen bei manchen Hauptfällen überwiegend über die der richtigen.

Hienach wird auch bei dem zweiten Verfahren die Zuziehung des, bei dem ersten Verfahren unentbehrlichen, die Lage des Mehrgewichtes ohne unser Wissen abändernden, Gehülfen entbehrlich, und ist sogar hier nicht zulässig, da vielmehr eine stete eigene Controle über die Lage des Mehrgewichtes und eine ganz ungestörte gleichförmige Spannung der Aufmerksamkeit während des Laufes der fortgesetzten Hebungen bei diesem Verfahren ganz wesentlich ist.

Nachdem ich einige Monate durch Versuche nach dem ersten Verfahren, unter sorgfältiger Einhaltung der Nichtkenntniss der Lage des Mehrgewichtes, angestellt habe, ehe ich zum zweiten, mit Kenntniss der Lage desselben übergieng, bin ich wohl im Stande, die Verhältnisse beider Verfahrungsarten vergleichungsweise zu beurtheilen, und würde nicht bei dem zweiten stehen geblieben sein, wenn ich mich nicht hinreichend überzeugt hätte, dass die dabei nothwendige Kenntniss von der Lage des Mehrgewichtes auch gefahrlos sei.

Sollte man diese Erklärungen nicht genügend finden, den Verdacht einer Mitwirkung der Einbildungskraft bei meinen, nach diesem Verfahren angestellten, Versuchen auszuschliessen, so muss ich auch hierüber auf die »Massmethoden« verweisen, wo theils die eingehendere Darstellung der Sachlage dieser Versuchsweise, theils die Weise selbst, wie sich ihre Ergebnisse stellen, demselben noch wirksamer begegnen dürfte. Jedenfalls aber würde ich

Einwände aus diesem Gesichtspuncte nur auf Grund sorgfältiger eigener Prüfung des Verfahrens gestatten.

Bei der Berechnung pflege ich die Versuchsreihen nicht blos nach den 4 Hauptfällen, sondern bemerktermassen auch in Fractionen nach der Zeit und anderen Umständen in der Art abzutheilen, dass jedem einzelnen t–Werthe eine Fraction von 64 einfachen Hebungen oder Fällen untergelegt wird, und die aus den Fractionen gewonnenen t–Werthe zu Summen- oder Mittelwerthen zu combiniren, statt die Ableitung des t jedes Hauptfalles aus dem Total-n, was die Reihe dafür giebt, vorzunehmen, aus Gründen, die schon mehrfach im Allgemeinen angedeutet sind und in den »Massmethoden« näher besprochen werden.

Allerdings wird die Berechnung auf diese Weise, namentlich bei grösseren Versuchsreihen, ziemlich umständlich; doch werden Variationen der constanten Einflüsse dadurch weniger schädlich.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Werth hD bei Ableitung aus Fractionen im Durchschnitte etwas grösser als aus der Totalität erhalten wird, um so mehr, je kleiner die Fractionen genommen werden, wovon die Gründe sich theoretisch angeben lassen, was ich aber für jetzt übergehe. Demnach muss man zur Vergleichhaltung der Werthe die Ableitung immer aus Fractionen mit demselben n vornehmen, und das n angeben, auf welches fractionirt worden ist. Diess n ist also bei den von mir künftig anzuführenden Resultaten, wo nichts Anderes ausdrücklich angegeben ist, stets 64 gewesen, bezüglich auf e i n f a c h e Hebungen.

Es giebt noch praktisch nützliche Bemerkungen über die Grösse des bei den Versuchen anzuwendenden D, das man zweckmässig weder zu klein noch zu gross nehmen darf, über die Sicherheitsbestimmungen der Resultate und manche Nebenpuncte zu machen, deren Erörterung ich auf die Massmethoden verspare.

e) Specielles zur Methode der mittleren Fehler, in Anwendung auf die Augenmass- und Tastversuche.

Die experimentale Seite betreffend, bemerke ich, dass man sich bei Augenmassversuchen besser paralleler Fäden oder Spitzen oder distanter Puncte als Zirkelweiten unter Anwendung von Schenkelzirkeln, zur Herstellung der Distanzen bedient, auf welche die Schätzung anzuwenden ist, um nicht die Schätzung der Win-

kelweite mit ins Spiel zu bringen; es sei denn, dass solche selbst zum Gegenstande der Beobachtung gemacht werden soll.

Zu den Tastversuchen wende ich gestielte Schenkelzirkel mit eingelassenen englischen Nähnadelspitzen an, und fasse die Zirkel bei den Versuchen an den Stielen*). Die Spitzen sind nicht oder kaum merklich abgestumpft, um die Distanzen an einem Massstabe mit Transversalen genau bestimmen zu können, werden aber nur sehr leise aufgesetzt und die Versuche nicht bis zur Reizung fortgesetzt. Ich habe die meisten Tastversuche an mir selbst, aber vergleichsweise auch solche mit Application der Zirkel durch einen Gehülfen angestellt, wobei geringere constante, aber, wegen der ungleichförmigeren Application der Zirkel durch eine fremde Hand, wodurch das Spiel der Zufälligkeiten vergrössert wird, viel grössere variable Fehler erhalten wurden, von deren Unterscheidung und Trennung sofort die Rede sein wird.

Normaldistanz nenne ich die Distanz, welche dem Vergleiche bei den Augenmass- und Tastversuchen constant untergelegt wird, Fehldistanz die, im Allgemeinen mit einem Fehler behaftete, Distanz, welche ihr gleich geschätzt worden ist. Die Differenz einer Fehldistanz von der Normaldistanz giebt das, was ich den rohen Fehler nenne und mit δ bezeichne, zur Unterscheidung von dem gleich zu betrachtenden reinen Fehler Δ.

Wie S. 90 bemerkt, weicht die aus vielen Beobachtungen abgeleitete mittlere Fehldistanz im Allgemeinen von der Normaldistanz um eine oft beträchtliche Grösse ab, und sind die positive und negative Summe der rohen Fehler sich im absoluten Werthe nicht gleich, sondern meist überwiegt die eine beträchtlich über die andere. Um diesen Umstand erfoderlich zu berücksichtigen, betrachte ich die Abweichung der mittleren Fehldistanz von der Normaldistanz als constanten Fehler, und die Abweichung einer einzelnen Fehldistanz von der mittleren als reinen variabeln Fehler, und substituire die Betrachtung dieser beiden Fehler der Betrachtung der rohen Fehler. Indem sich der rohe Fehler algebraisch aus dem constanten und reinen variabeln Fehler zusammensetzt, nenne ich beide die Componenten des rohen

*) Die Anwendung ungestielter Zirkel mit Fassung der Zirkel an den Schenkeln und Selbstapplication derselben giebt nach vergleichenden Versuchen, die ich angestellt habe, grössere constante sowohl als variable Fehler.

Fehlers. Den constanten Fehler bezeichne ich mit c, den reinen veriablen Fehler mit Δ, und die Summe der durch eine gegebene Beobachtungsreihe oder Fraction gewonnenen reinen Fehler mit $\Sigma\Delta$. Nur die reinen Fehler sind zum Masse der Unterschiedsempfindlichkeit zu verwenden, und nur aus ihnen, nicht den rohen, Fehlern der zu diesem Masse dienende mittlere Fehler zu ziehen. Der constante Fehler beruht auf constanten Einflüssen der Zeit- und Raumlage der verglichenen Grössen und der durch subjective Verhältnisse mitbestimmten Weise, wie durch sie das Urtheil afficirt wird.

Die Nothwendigkeit, den rohen Fehler in seine Componenten aufzulösen, ruht eben so auf mathematischen wie experimentalen Gründen, die ich in den »Massmethoden« erörtere; auch giebt es zwischen dem rohen Fehler und seinen Componenten mathematische Beziehungen, die es nützlich ist, bei der Handhabung der Methode zu kennen, was ebenfalls ein Gegenstand specieller Erörterungen in den »Massmethoden« sein wird, indem ich mich überall hier darauf beschränke, das W e s e n t l i c h s t e der Methode zu besprechen.

Von fundamentaler Wichtigkeit für die Methode ist die wesentliche Unabhängigkeit des reinen variablen Fehlers vom constanten, die sich durch die Experimente herausgestellt hat, so dass man bei entgegengesetzter Raum- und Zeitlage der verglichenen Distanzen, womit der constante Fehler sich in entgegengesetztem Sinne ändert und die rohe Fehlersumme oft sehr verschieden ausfällt, merklich dieselbe reine Fehlersumme erhält; wofern nicht die entgegengesetzte constante Raum- und Zeitlage zugleich ein Spiel unregelmässiger Zufälligkeiten von anderer Durchschnittsgrösse mitführt, was doch nach Erfahrung nicht leicht der Fall ist. Hienach erscheint es auch für Ermittelung der Verhältnisse des reinen variablen Fehlers oft nicht nöthig, die Versuche darüber bei entgegengesetzter Raum- und Zeitlage der verglichenen Distanzen zu wiederholen, wohl aber, wenn es sich darum handelt, die des constanten Fehlers zu ermitteln. Indem man die bei entgegengesetzter Raum- und Zeitlage erhaltenen Werthe desselben in geeigneter Weise combinirt, kann man ihn in verschiedene Bestandtheile nach seinen Abhängigkeitsverhältnissen trennen, wie ich in den »Massmethoden« näher zeige und der Sachverständige von selbst übersieht; ein Verfahren, was

wesentlich mit dem übereinkommt, das bei der Methode der richtigen und falschen Fälle zur gesonderten Bestimmung der Einflüsse p, q diente.

Bei den Augenmassversuchen wird man hiebei (je nachdem es horizontale oder verticale Distanzen gilt) Rechts- und Linkslage oder obere und untere Lage der Normaldistanz gegen die Fehldistanz zu unterscheiden haben; bei den Tastversuchen Fassung des Normalzirkels mit rechter, des Fehlzirkels mit linker Hand und umgekehrt, oder, falls man mit einer Hand Versuche an der anderen anstellt, und daher beide Zirkel in derselben Hand fasst, Fassung des einen Zirkels mit dem oberen, des anderen mit dem unteren Theile der Hand und umgekehrt. Ausserdem habe ich bei den Tastversuchen auch einen Gegensatz nach der Zeit gemacht, je nachdem der Normalzirkel oder Fehlzirkel bei jedem Vergleiche zuerst applicirt wird.

Bei der Bildung des mittleren Fehlers aus dem reinen variablen Fehler hat man die Wahl zwischen zwei Arten mittleren Fehlers. Der eine, welchen ich mittleren Fehler schlechthin oder zur besonderen Unterscheidung vom folgenden einfachen mittleren Fehler nenne und mit ε bezeichne, wird durch einfache Mittelziehung aus der reinen Fehlersumme, nach der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{\Sigma \Delta}{m}$$

gewonnen, wenn m die Zahl der Fehler bedeutet, welche zu $\Sigma\Delta$ beitragen. Der andere, welcher bei den Astronomen den Namen mittler Fehler schlechthin führt, hier aber quadratischer mittler Fehler heissen und mit ε_q bezeichnet werden soll, wird dadurch erhalten, dass man die Fehler einzeln zum Quadrate erhebt, die Summe dieser Quadrate $\Sigma(\Delta^2)$ mit der Zahl derselben m dividirt, und aus dem Quotienten die Quadratwurzel zieht, also nach der Gleichung

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{m}}.$$

Mit einem Worte, er ist die Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrate. Beide Mittelfehler haben, falls sie aus einer grossen Fehlerzahl gewonnen sind, theoretisch genommen, nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung ein constantes Verhältniss zu einander, welches ist

$$\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1{,}2533\ldots$$

wenn π die Ludolf'sche Zahl, wonach der quadratische mittlere Fehler merklich genau $\frac{5}{4}$ des einfachen ist. Durch Untersuchung einer grossen Zahl Versuchsreihen habe ich mich überzeugt, dass die Erfahrung diesem Verhältnisse sehr genau entspricht, so dass nur zufällige, und bei hinreichend grosser Versuchszahl sehr geringe, Schwankungen um dieses Normalverhältniss stattfinden. Belege dazu s. in den Massmethoden; auch kann man solche aus den im 9. Kapitel angeführten Resultaten über die Augenmassversuche ableiten. Hienach erschiene es gleichgültig, ob man sich an ε oder ε_q hält. Indess findet eine Wahl danach statt, dass ε viel minder umständlich in der Ableitung, ε_q etwas sicherer in der Bestimmung aus einer gleichen Anzahl Beobachtungen ist, so dass (nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung) 114 Beobachtungen erfoderlich sind, um ε gleich sicher zu bestimmen, als ε_q aus 100 Beobachtungen bestimmt wird. Nach eingehenden Erörterungen in den »Maassmethoden« glaube ich doch, dass die praktische Rücksicht bei etwas grosser Beobachtungszahl, wie sie bei unserer Methode überall gefodert wird, überwiegend für ε spricht, ohne dass das verhältnissmässig geringe, und bei grossem m ganz zu vernachlässigende Uebergewicht der Sicherheit für ε_q den praktischen Vortheil compensirt. Doch bleibt die Wahl einem Jeden anheimgestellt. Wo man immer dieselbe Anzahl Beobachtungen zur Erlangung eines Resultates anstellt, kann man gleichgeltend mit ε auch die reine Fehlersumme $\Sigma\Delta$ unmittelbar zum Masse verwenden, sich also die Division mit m ersparen.

Eine besondere Rücksicht verdient der Umstand, dass die reine Fehlersumme, so wie der reine Mittelfehler, sei es ε oder ε_q, eine etwas verschiedene Grösse erlangt, je nachdem man die mittlere Fehldistanz, gegen welche man die reinen Fehler rechnet, als Mittelwerth aus der Totalität einer Fehlerzahl bestimmt, oder die Fehlerzahl in Fractionen theilt, für jede Fraction insbesondere die mittlere Fehldistanz bestimmt, hiegegen die reinen Fehler insbesondere rechnet, und dann die Resultate zu Summen- oder Mittelwerthen zusammenlegt, was dem S. 120 für die Methode der richtigen und falschen Fälle bemerkten Umstande analog ist und analoge Gründe hat. Im Allgemeinen, unter sonst gleichen Umständen, fällt die reine Fehlersumme und der reine Mittelfehler

um so grösser aus, je weniger weit man die Fractionirung getrieben hat; grösser also z. B., wenn man eine reine Fehlersumme aus 100 rohen Fehlern auf einmal ableitet, als wenn man diese 100 Fehler in 2 Fractionen à 50 theilt, aus jeder dieser Fractionen insbesondere die reine Fehlersumme ableitet, und diese beiden Fehlersummen zusammenlegt. Diese Summe aber wird wieder grösser sein, als wenn man das Resultat aus 4 Fractionen à 25 zusammengelegt hätte, und so fort. Doch ist der Unterschied nur sehr unerheblich, wenn man mit der Fractionirung nicht zu sehr kleinen Fractionen herabgeht.

Der Grund ist ein doppelter. Der eine liegt darin, dass durch eine kleine Beobachtungszahl die mittlere Fehldistanz und mithin die dagegen gerechneten reinen Fehler abweichend von den wahren Werthen erhalten werden, wofür die anzusehen sind, die man unter gleichen Beobachtungsverhältnissen aus einer unendlichen Zahl Beobachtungen erhalten würde, und es lässt sich aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung beweisen, und bestätigt sich in der Erfahrung, dass der quadratische mittlere Fehler hiedurch nothwendig, der einfache durchschnittlich (ebenfalls nothwendig bei normaler Fehlervertheilung) zu klein ausfällt. Der andere Grund liegt in den bei längeren Versuchsreihen nie ganz auszuschliessenden Variationen des constanten Fehlers, wodurch die reinen Fehlersummen verunreinigt und vergrössert werden, wenn man Beobachtungen, welche solche Variationen einschliessen, zusammenfasst, und zur Ableitung der mittleren Fehldistanz und reinen Fehler benutzt.

Wegen der ersten dieser Ursachen lässt sich eine Correction anbringen, die ich die Correction wegen des endlichen m nenne, wodurch die Fehlersumme oder der mittlere Fehler auf den Fall zurückgeführt wird, dass die wahre mittlere Fehldistanz aus einer unendlichen Zahl Beobachtungen bestimmt und hiegegen die reinen Fehler gerechnet werden. Diese Correction ist schon längst beim quadratischen mittleren Fehler angewendet worden, wenn er zu Genauigkeitsbestimmungen bei physikalischen und astronomischen Beobachungen diente, und besteht darin, dass man ε_q statt $= \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{m}}$ vielmehr $= \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta^2)}{m-1}}$ nimmt, woraus man schon übersieht, dass sie um so unbedeutender ist, und um so leichter vernachlässigt werden kann, je grösser m ist. Für den einfachen

Mittelfehler ε ist die demgemässe Correction bisher noch nicht entwickelt gewesen, weil sich bisher noch keine praktische Verwendung desselben dargeboten hat. Ich finde, dass sie sich nach einem analogen Gange, als der Ableitung der Correction des quadratischen Mittelfehlers unterliegt, dahin annehmen lässt, dass man $\varepsilon = \frac{\Sigma \varDelta}{m}$ mit dem Factor $\frac{\pi m}{\pi m - 1}$ multiplicirt, wenn π die Ludolf'sche Zahl. Einfacher und genau genug lässt sich dafür setzen $\frac{3m+1}{3m}$, welches noch etwas mehr approximirt als das sich zunächst darbietende $\frac{3m}{3m-1}$, wie man durch die Ausführung selbst findet*).

Ein sachverständiger Mathematiker hat die Gefälligkeit gehabt, die, in den Massmethoden mitzutheilende, Ableitung dieser Correction zu controliren. Denselben Correctionsfactor hat man zur Correction von Fehlersummen aus endlichem m anzuwenden, wenn man bei den Fehlersummen stehen bleibt, ohne den mittleren Fehler ε daraus zu ziehen. Behandelt man eine Beobachtungsreihe fractionsweise, d. h. bestimmt die reinen Fehler besonders nach den mittleren Fehldistanzen der betreffenden Fractionen, so ist auch die Correction wegen des endlichen m bei jeder Fraction insbesondere nach dem m der Fractionen, nicht im Ganzen nach der Totalzahl der Beobachtungen aller Fractionen anzubringen. Beispiele hiezu s. im 5. Abschn. des 9. Kap.

Da wo es blos auf Verhältnissbestimmungen ankommt, wird man sich die Correction wegen des endlichen m dadurch ersparen können, dass man immer dasselbe m zu Grunde legt, oder wenn man eine verschiedene Zahl Beobachtungen anstellt, immer auf dasselbe m fractionirt, indem dann die aus der Endlichkeit des m hervorgehende Verkleinerung der mittleren Fehler oder Fehlersummen alle in gleichem Verhältnisse trifft.

Wegen der zweiten Ursache lässt sich keine Correction anbringen; wohl aber dieselbe durch hinreichend starke Fractionirung merklich beseitigen. Da nun die erste Ursache durch eine Correction oder durch ein stets gleiches m unschädlich gemacht

*) Auch der Correctionsfactor $\frac{\pi m}{\pi m - 1}$ ist nur ein approximativer, der für einen in endlicher Form nicht darstellbaren Integralausdruck steht, aber nur ganz unmerklich davon abweicht.

werden kann, so ziehe ich, um auch die zweite unschädlich zu machen, im Allgemeinen eine starke Fractionirung der unfractionirten Behandlung grösserer Versuchsreihen vor. Bei meinen Tastversuchen habe ich stets bis auf $m = 10$ fractionirt (was für ε und $\Sigma\Delta$ den Correctionsfactor $\frac{31}{30}$ giebt), und die 10 Beobachtungen jeder Fraction da, wo es ohne zu starke Reizung geschehen konnte, auch stets unmittelbar hinter einander angestellt. Manche Theile, wie namentlich die Stirn, vertragen jedoch so viele Versuche hinter einander auf derselben Stelle nicht.

Jedenfalls wird es hienach bei der jetzigen Methode, entsprechend wie bei der Methode der richtigen und falschen Fälle, nöthig, bei den Resultaten anzugeben, ob und bis auf welches m man bei Ableitung derselben fractionirt habe. In dieser Beziehung werde ich bei der Methode der mittleren Fehler m und μ eben so verwenden, als n und ν bei der Methode der richtigen und falschen Fälle, d. h., falls fractionirt worden ist, m für die Zahl der Beobachtungen, die in eine Fraction eingehen, μ für die Anzahl der Fractionen brauchen, so dass μm die Gesammtzahl der Beobachtungen ist, die zu einem Resultate bezüglich eines und desselben Beobachtungswerthes beitragen, welches dann aus μ einzelnen Resultaten zusammengelegt sein wird.

Bei Fehlersummen, die einen sehr kleinen Mittelfehler geben, kann es nöthig werden, noch zwei andere Correctionen zu berücksichtigen, die ich die Correction wegen der Grösse der Intervalle und wegen Schätzung der Eintheilung nenne. Die erste bezieht sich darauf, dass man immer nur Fehler aufzeichnet, welche um gewisse endliche Intervalle auseinander liegen, die um so grösser sind, je weniger weit die Theilung des Massstabes, wodurch man die Fehler misst, und die Unterabtheilung in Decimalen durch Schätzung getrieben wird, die unendlich vielen dazwischenfallenden Fehler aber auf die nachbarlichen dieser Skala reducirt. Diess hat einen Einfluss auf den Mittelfehler. Die zweite bezieht sich darauf, dass man bei Messung der Fehler am Massstabe selbst wieder Fehler begeht. Die Correction wegen ersten Umstandes ruht auf rein mathematischen Principien der Fehlertheorie, und lässt sich a priori bestimmen; die zweite fodert experimentale Untersuchungen, wie sich die Schätzungsfehler der Eintheilung bei den verschiedenen Bruch-

theilen eines Grades der Eintheilung verhalten, worüber eine interessante Untersuchung Volkmann's in den Berichten der sächs. Soc. Jahrg. 1858 S. 173 vorliegt. Ich abstrahire jedoch hier um so mehr vom Eingehen auf diese Correctionen, als sie fast immer zu vernachlässigen sind.

Von grösserer Wichtigkeit sind Formeln und Regeln, mittelst deren es möglich ist, die Unsicherheit der Mittelfehler und Fehlersummen nach der Grösse der Beobachtungszahl zu bestimmen, so wie Regeln, wonach die gewonnenen Einzelresultate zum wahrscheinlichsten Resultate verbunden werden können. Alles, was in dieser Hinsicht zu wissen nöthig ist, lässt sich aus der Wahrscheinlichkeitslehre schöpfen und für den Gebrauch praktisch darstellen; würde jedoch, um zulänglich geschehen zu können, manche Vorerörterungen nöthig machen, die hier zu weit führen dürften.

Eine einsichtige Handhabung der Methode der mittleren Fehler erfordert überhaupt eine Kenntniss der Hauptpuncte der mathematischen Fehlertheorie, welche ein Theil der Wahrscheinlichkeitslehre ist. Ich denke, das Wesentliche in dieser Hinsicht in den »Massmethoden« auch für den verständlich geben zu können, der sich nicht selbst in diese Lehre vertiefen will; doch kann diess begreiflich hier nicht geschehen.

f) Mathematische Beziehung der drei Methoden.

Man kann die Frage aufwerfen, welche Beziehung die mittelst der drei Methoden erhaltenen Masswerthe zu einander haben. Gesetzt bei derselben Unterschiedsempfindlichkeit in einem gegebenen Sinnesgebiete sei der eben merkliche Unterschied, der mittlere Fehler, das Verhältniss $\frac{r}{n}$ und hiemit $t = hD$ bestimmt worden. Es fragt sich, wie werden sie sich zu einander verhalten? Die Antwort hat auf folgenden Gesichtspuncten zu fussen:

Streng genommen wird man zu sagen haben: der eben merkliche Unterschied einer Grösse ist der, welcher, als Unterschied der zu vergleichenden Grössen bei der Methode der richtigen und falschen Fälle angewandt, gar keine falschen Fälle giebt, aber nicht verkleinert werden darf, ohne solche zu geben; denn dadurch, dass er noch merklich ist, wird das Vorkommen desselben und mithin jeder falsche Fall ausgeschlossen, und damit, dass er

nur eben merklich ist, ist gesagt, dass er bei der geringsten Verkleinerung nicht mehr gespürt werden kann. Aber in Wirklichkeit, wenn man keine falschen Fälle bei einem gegebenen Unterschiede haben will, muss man ihn hoch genug nehmen, dass nicht Zufälligkeiten ihn unter die Merklichkeit herabdrücken, und wie hoch diess ist, oder wie viel falsche Fälle unter einer überwiegenden Mehrzahl richtiger man noch zulassen will, um ihn überhaupt als eben merklich zu fassen, kommt theils auf die durchschnittliche Grösse der zutretenden Zufälligkeiten, theils das subjective Ermessen an.

Der mittlere Fehler anderseits ist nothwendig kleiner, als der eben merkliche Unterschied, falls dieser keine oder nur ausnahmsweise falsche Fälle zulassen soll. Denn wenn bei der Methode der mittleren Fehler ein Unterschied z. B. zweier Zirkeldistanzen noch merklich ist, so wird die Distanz so lange verändert, bis er unmerklich wird; und überhaupt tragen zur Bestimmung des mittleren Fehlers alle Fehler von Null an bei, welche kleiner als der eben merkliche Unterschied sind. Ein festes Verhältniss des eben merklichen Unterschiedes zum mittleren Fehler wird sich aber aus angegebenen Gründen auch nicht angeben lassen.

Hiegegen giebt es eine, durch das Hauptintegral der Wahrscheinlichkeitsrechnung geknüpfte, derartige mathematische Beziehung zwischen der Methode der richtigen und falschen Fälle und der Methode der mittleren Fehler, dass sich angeben lässt, welches Verhältniss richtiger und falscher Fälle entstehen wird, wenn man die Grösse des einfachen oder quadratischen mittleren Fehlers als Differenzgrösse D bei der Methode der richtigen und falschen Fälle unter sonst vergleichbar gehaltenen Umständen verwendet. Und zwar beträgt, wie ich in den »Massmethoden« zeigen werde, bei Verwendung des einfachen mittleren Fehlers als Differenzgrösse (Mehrgewicht bei den Gewichtsversuchen) das Verhältniss $\frac{r}{n}$ merklich $\frac{2}{3}$, genauer 0,655032.

Diese theoretische Beziehung ist inzwischen erst noch durch Versuche zu bewähren, was einige Schwierigkeit haben dürfte, insofern es dabei gilt, die Umstände für die zu vergleichenden Methoden in der Art vergleichbar herzustellen, dass die Zufälligkeiten gleichen Einfluss dabei gewinnen.

2) Massmethoden der absoluten Empfindlichkeit.

Das Feld dieser Methoden liegt bezüglich der intensiven Empfindungen bisher noch fast brach, und ausser einer Bestimmung von Schafhäutl über noch eben hörbare absolute Schallstärke, den Bestimmungen von E. H. Weber, und denen von Kammler über noch eben merkbare Druckgrössen, von welchen Bestimmungen im 11. Kapitel näher gehandelt wird, wüsste ich nicht, was sich hieher ziehen liesse. Im Felde der Lichtempfindung ist sogar eine reine Bestimmung der absoluten Empfindlichkeit nicht einmal möglich, weil man eine innere Quelle der Lichtempfindung, von der ich im 9. Kapitel spreche, nicht eliminiren kann.

Hiegegen haben die Massmethoden der absoluten Empfindlichkeit eine sehr ausgedehnte Anwendung im Gebiete extensiver Empfindungen gefunden, sofern man sich vielfach beschäftigt hat, eben merkliche Grössen oder Distanzen auf Netzhaut oder Haut zu bestimmen. In letzter Hinsicht liegen namentlich die bekannten und für die ganze Psychophysik bahnbrechenden Versuche E. H. Weber's über die eben merklichen Distanzen auf der Haut vor, womit die eine Verfahrungsart bezeichnet ist, die man für das absolute Empfindlichkeitsmass anwenden kann, eine Verfahrungsart, welche der Methode der eben merklichen Unterschiede für das Mass der Unterschiedsempfindlichkeit analog ist. Auch die beiden anderen Methoden dieses Masses aber tragen sich in einem Analogon auf das absolute Empfindlichkeitsmass über.

Volkmann hat auf der leicht zu constatirenden Bemerkung gefusst, dass die Weite der Zirkelspitzen, welche eine eben merkliche Distanz giebt, nichts absolut Festes ist, sondern innerhalb gewisser Gränzen schwankt, indem dieselbe Weite bei hinter einander angestellten Versuchen einmal als Distanz, ein anderesmal nicht als solche empfunden werden kann, so lange nicht eine obere Gränze überschritten ist, von der an die Weite stets als Distanz empfunden wird, oder eine untere, unter der sie niemals als solche empfunden wird, welche Gränzen aber selbst keiner absolut genauen Bestimmung fähig sind. Diess hindert nun zwar nicht, wie die Erfahrung selbst gelehrt hat, nach voriger Methode durch eine Mehrheit von Berührungen der Haut mit den Zirkelspitzen unter abgeänderter Weite eine mit der oberen Gränze nahe zusammenfallende, oder zwischen die obere und untere Gränze

fallende Distanz als eben merkliche Durchschnittsdistanz, so vergleichbar in verschiedenen Versuchen, zu gewinnen, dass ein Mass darauf zu gründen ist. Wäre es nicht der Fall, so wären Weber's Versuche und von Anderen bestätigte Resultate nicht möglich gewesen. Aber es lässt sich auf jene Bemerkung eine Abänderung der Weber'schen Methode gründen, wodurch dieselbe ein Analogon der Methode der richtigen und falschen Fälle wird, und ist in der That von Volkmann darauf gegründet worden, bestehend darin, dass man 1) in wiederholten Versuchen bei einer gegebenen Zirkelweite zwischen der angegebenen oberen und unteren Gränze das Resultat jeder einzelnen Zirkelapplication notirt, und die Zahl der Fälle zählt, wo Merklichkeit und Unmerklichkeit der Distanz stattfindet; dass man 2) diess Verfahren bei verschiedenen Zirkelweiten innerhalb jener Gränzen wiederholt. Je grösser die extensive Empfindlichkeit der betreffenden Hautstelle, desto grösser ist für eine gegebene Zirkelweite die Zahl der Fälle, welche hier die richtigen vertreten, d. h. wo die wirklich vorhandene Distanz auch wirklich als merklich empfunden wird, und desto kleiner kann die Distanz sein, um noch dieselbe Zahl richtiger Fälle zu liefern. Nun würde man jedes beliebige Verhältniss der richtigen zur Gesammtzahl der Fälle als Vergleichsmassstab der Empfindlichkeit benutzen können; indem man für die verschiedenen Hautstellen die Zirkelweite aufsuchte, wo sie dasselbe Verhältniss geben; doch empfiehlt sich vielleicht am meisten dazu das von Volkmann in dieser Hinsicht bevorzugte Verhältniss, wo die Merklichkeit eben so oft als die Nichtmerklichkeit eintritt. Da die zugehörigen Zirkelweiten nicht absolut genau werden zu treffen sein, wird man durch Interpolation der Nachbarweiten, die dem Versuche unterlegen haben, genau genug dazu gelangen können. Die von Volkmann nach dieser Methode über den Gang der Uebung der Tastempfindlichkeit angestellten Versuche sind in den Berichten der sächs. Societät 1858 S. 47 ff. enthalten, und haben durch ihre interessanten Resultate die Anwendbarkeit der Methode wohl bewährt.

Eine andere Abänderung der Weber'schen Methode, welche ich die Methode der Aequivalente nenne, ist im Tastgebiete von mir selbst im Zusammenhange mit der Methode der mittleren Fehler, deren Analogon sie darstellt, angewandt und ausgebildet

worden; nachdem inzwischen E. H. Weber dieselbe schon früher zu Versuchen über die absolute Empfindlichkeit verschiedener Theile bezüglich der Druckempfindung angewandt hat*).

Im Wesentlichen besteht sie, bei Anwendung auf das Tastmass, darin, dass man statt eines Zirkels auf einer Hautstelle deren zwei, respectiv *A*, *B*, auf zwei verschiedene Hautstellen *A*, *B*, deren extensive Empfindlichkeit verglichen werden soll, abwechselnd aufsetzt, und zur festen *A*-Distanz des *A*-Zirkels auf der *A*-Stelle die *B*-Distanz des *B*-Zirkels auf der *B*-Stelle so lange abändert, bis nach dem Gefühle der Haut die Distanz auf beiden Stellen gleich gross erscheint, obschon sie je nach der verschiedenen Empfindlichkeit der Hautstellen in Wirklichkeit ausnehmend verschieden sein kann. So erhält man Aequivalente gleich gross geschätzter Distanzen für beide Hautstellen, deren reciproker Werth, als Mittel aus einer grösseren Anzahl Versuchen bestimmt, als Mass der extensiven Empfindlichkeit dienen kann.

Man wird sich leicht überzeugen können, dass diese Methode sehr fein und genau ist, indem sie, insoweit die Empfindlichkeit der Hautstellen ein constantes Verhältniss behält, sehr constante und mit verschwindender Unsicherheit behaftete Resultate giebt, wovon Ersteres durch den Vergleich der verschiedenen Versuchsfractionen, Letzteres durch den leicht zu berechnenden wahrscheinlichen Fehler des mittleren Resultates bewiesen wird; insofern aber jenes Verhältniss variirt, diese Variationen ins Feine zu verfolgen gestattet. In der That habe ich bei Versuchen, die monatelang an denselben Theilen fortgesetzt wurden, das constanteste Verhältniss sich forterhalten sehen, wenn jeden Tag nur wenige Versuche angestellt wurden; eben so entschieden aber auch mehrfach, wo jeden Tag viele Versuche angestellt wurden, wodurch ein erheblicher Uebungseinfluss entstand, allmälige Aenderungen des Aequivalentes eintreten sehen, welche im Allgemeinen darin bestanden, dass der minder empfindliche Theil dem empfindlicheren näher kam, indem die Uebung offenbar jenem mehr als diesem zu Statten kam.

Hiezu kommt als Vortheil dieser Methode vor den beiden vorigen, dass sie nicht darauf beschränkt, die Empfindlichkeit der Hautstellen in den Gränzen der eben merklichen Distanzen zu

*) *Programm. coll. p.* 97.

vergleichen, sondern sie bei jeden beliebigen Distanzen vergleichen lässt; wogegen sie gegen dieselben darin im Nachtheile steht, dass sie eben nur Vergleichsdata der absoluten Empfindlichkeit giebt, indess der Werth einer eben merklichen, oder eine gleiche Zahl merklicher und nicht merklicher Fälle liefernden Distanz als ein Datum angesehen werden kann, welches die absolute Empfindlichkeit gegebener Hautstellen in absoluter Weise charakterisirt. Man wird also jede dieser Methoden in ihrer Art gelten zu lassen haben.

Wie leicht zu übersehen, ist das Verfahren, was man bei der Methode der Aequivalente einschlägt, wesentlich dasselbe, als bei der Methode der mittleren Fehler, nur dass man die Ausgleichung der beiden Zirkeldistanzen für die Empfindung nicht auf derselben, sondern auf verschiedenen Hautstellen bewirkt, und nicht auf den Unterschied, sondern das Verhältniss der verglichenen Grössen Acht hat. Es hindert aber nichts, bei der Methode der mittleren Fehler auch auf das Verhältniss der Vergleichsgrössen, d. i. Normaldistanz und Fehldistanz, und bei der Methode der Aequivalente auf die Abweichungen der einzelnen B-Distanzen von der mittleren B-Distanz als wie auf eben so viel reine Fehler Δ Rücksicht zu nehmen, und unter Zuziehung dieser Rücksicht ist die Methode der Aequivalente im Grunde nur das Allgemeinere der Methode der mittleren Fehler, und diese ein besonderer Fall der Methode der Aequivalente, der nämlich, wo man unter allen möglichen Stellen, die man gegen eine gegebene A-Stelle zur B-Stelle machen kann, die A-Stelle selbst dazu macht, womit die A-Distanz in die Normaldistanz, die B-Distanz in die Fehldistanz übergeht. Diess zeigt sich denn auch darin, dass die Verhältnisse des constanten Fehlers und reinen variabeln Fehlers der Methode der mittleren Fehler bei der Methode der Aequivalente nur in allgemeinerer Weise wiederkehren. Eben so wie die Methode der mittleren Fehler erfodert daher auch die Methode der Aequivalente mancherlei Rücksichten und Vorsichten, die mit denen jener Methode in Beziehung stehen.

Ganz wesentlich ist namentlich die Umkehr jedes Vergleiches. Hat man z. B. das Aequivalent von B-Lippe gegen A-Kinn bestimmt, so muss man durch eine gleiche Zahl Versuche das Gegenäquivalent von B-Kinn gegen A-Lippe bestimmen, beide Resultate zwar besonders notiren, aber schliesslich das Mittel nehmen, um nicht ein mit einem constanten Fehler behaftetes einsei-

tiges Resultat zu erhalten. Meine »Massmethoden« werden genügende Belege und Erläuterungen dazu geben, wie wesentlich diese Vorsicht ist. Die Grösse des constanten Fehlers lässt sich auch hier durch eine einfache Rechnung finden.

Fundamentale Gesetze und Thatsachen.

IX. Das Weber'sche Gesetz.

Das im 7. Kapitel erst nur im Allgemeinen als eine Hauptunterlage des psychischen Masses ausgesprochene Gesetz, welchem ich den Namen des Weber'schen gebe, soll jetzt nach Seiten seines Sinnes, seiner Begründung und seiner Gränzen näher erörtert werden, insoweit die bis jetzt darüber vorliegenden Untersuchungen einen Anhalt dazu gewähren.

Man kann dasselbe unter verschiedenen Formen aussprechen, die in der Sache auf dasselbe herauskommen, von denen aber nach Umständen die eine oder andere zweckmässiger für die Bezugnahme darauf sein kann.

Zuvörderst kann man sagen: ein Unterschied zweier Reize, auch fassbar als positiver oder negativer Zuwuchs zum einen oder anderen Reize, wird immer als gleich gross empfunden, oder giebt denselben Empfindungsunterschied, Empfindungszuwuchs, wenn sein Verhältniss zu den Reizen, zwischen denen er besteht, oder, sofern er als Zuwuchs gefasst wird, wenn sein Verhältniss zum Reize, dem er zuwächst, dasselbe bleibt, wie sich auch seine absolute Grösse ändere. So dass z. B. ein Zuwuchs von 1 zu einem Reize, dessen Stärke durch 100 ausgedrückt ist, eben so stark empfunden wird, als ein Zuwuchs von 2 zu einem Reize von der Stärke 200, von 3 zu einem Reize von der Stärke 300 u. s. f.

Aequivalent mit dem vorigen Ausspruche sind folgende kürzere Aussprüche: der Empfindungsunterschied, Empfindungszuwuchs bleibt sich gleich, wenn der relative Reizunterschied oder relative Reizzuwuchs sich gleich bleibt; und: der Empfindungsunterschied, Empfindungszuwuchs bleibt sich gleich, wenn das Verhältniss der Reize sich gleich bleibt; wobei man sich zu erinnern hat (vergl. S. 49), dass mit der Constanz des relativen Reizunterschiedes oder Reizzuwuchses die Constanz des Verhältnisses der Reize, wie umgekehrt, von selbst gegeben ist, was gestattet, die

letzte Ausdrucksweise des Gesetzes an die Stelle der ersten zu setzen.

Endlich lässt sich mit Rücksicht auf die begrifflichen Erörterungen über die Unterschiedsempfindlichkeit im 6. Kapitel das Gesetz auch so aussprechen: die einfache Unterschiedsempfindlichkeit steht im umgekehrten Verhältnisse der Grösse der Componenten des Unterschiedes, die relative bleibt sich bei jeder Grösse derselben gleich.

Man kann das Gesetz im Gebiete der intensiven und extensiven Empfindungen, und in ersterem nach Seiten der Stärke und Höhe (insofern bei Tönen in der Höhe ein quantitatives Moment der Qualität gegeben ist) ins Auge fassen, ohne sich von vorn herein berechtigt halten zu dürfen, die Bewährung desselben in irgend einem Specialgebiete der Empfindung zugleich als für ein anderes gültig anzusehen, vielmehr fodert es in jedem Gebiete eine besondere Untersuchung.

Bei der Frage, ob sich das Gesetz im Gebiete extensiver Empfindungen bestätigt, hat man für Reiz und Reizunterschied in dem Ausspruche des Gesetzes die Grösse der Ausdehnung und des Ausdehnungsunterschiedes zu substituiren, welche mit dem Auge oder Tastorgane aufgefasst werden. Man wird das Gesetz bestätigt finden, wenn z. B. bei zwei doppelt so langen Linien der Unterschied doppelt so gross sein muss, um noch eben merklich, oder allgemeiner gleich gross zu erscheinen.

Bezüglich der Höhe der Töne ist es die Zahl der Schwingungen, welche die Grösse des Reizes zu vertreten hat.

Mit der Richtigkeit des Gesetzes ist von selbst die Richtigkeit mancher Folgerungen gesetzt; und der Nachweis, dass sich diese Folgerungen in der Erfahrung bestätigen, daher als ein Theil der Bewährung des Gesetzes anzusehen. Anstatt jedoch hierauf in abstracto einzugehen, ziehe ich es vor, bei den Specialbewährungen des Gesetzes in den verschiedenen Gebieten darauf geführt zu werden, und verweise in dieser Hinsicht namentlich auf das Gebiet der Lichtempfindung.

In Betreff des Historischen habe ich schon bemerkt, dass E. H. Weber zwar nicht der erste ist, der das Gesetz überhaupt ausgesprochen und bewährt hat, aber doch der erste, der es in einer gewissen Allgemeinheit ausgesprochen, bewährt und aus einem Gesichtspuncte von allgemeinem Interesse dargestellt hat. Er

stützt sich dabei auf Versuche über eben merkliche Unterschiede von Gewichten, Linien, Tonhöhen, was, wie man bemerken kann, Beispiele für die drei Hauptseiten der Empfindung, Intensität, Extension, Höhe sind, die überhaupt in Frage kommen können, wodurch sich um so mehr rechtfertigt, dass wir das Gesetz nach seinem Namen bezeichnen. Zwar hat er nach dem blos beiläufigen Interesse, was sich bisher an das Gesetz knüpfte, dasselbe keiner sehr eingehenden Untersuchung unterworfen, doch so zu sagen die Angriffspuncte aller weiteren Untersuchung durch die seinige gegeben. Ich stelle demnach auch seine Angaben darüber wörtlich voran, bevor ich zu den weiteren Untersuchungen über das Gesetz übergehe, welche nöthig wurden, nachdem es den Anspruch gemacht, als Unterlage des psychischen Masses zu gelten, da Unterlagen sich verstärken und erweitern müssen, nach Massgabe als sich Schwereres und Mehreres darauf zu stützen hat. Bei der fundamentalen Wichtigkeit, welche das Gesetz in dieser Beziehung für uns hat, werde ich Alles, was mir von früheren und neueren, fremden und eigenen Thatsachen, welche auf die Bewährung so wie auf die Gränzen des Gesetzes Bezug haben, bekannt worden ist, möglichst vollständig mittheilen.

Nach einem vorgreiflichen Ueberblicke darüber ist zuzugestehen, dass noch viel an einer durchgreifenden Bewährung und selbst Prüfung des Gesetzes fehlt. Das Meiste in dieser Hinsicht ist in Bezug auf intensive Lichtempfindung, Empfindung von Schallstärke und Tonhöhe, Empfindung der Schwere von Gewichten und im Felde des Augenmasses geleistet. Sicher besteht hier überall das Gesetz in mehr oder weniger weiten Gränzen. In Bezug auf Temperaturempfindungen ist es noch als problematisch anzusehen; im Gebiete der extensiven Tastempfindungen sprechen die Versuche vielmehr gegen als für seine Gültigkeit. Hinsichtlich anderer Gebiete der Empfindung liegen noch keine Versuche vor.

Die eigenen Angaben Weber's.

Allgemein spricht sich *Weber* betreffs der Thatsache des Gesetzes in seiner Abhandlung über den Tastsinn und das Gemeingefühl S. 559 unter der Ueberschrift: »*Ueber die kleinsten Verschiedenheiten der Gewichte, die wir mit dem Tastsinne, der Länge der Linien, die wir mit dem Gesichte, und der Töne, die wir mit dem Gehöre*

unterscheiden können«, nach einigen Specialbestimmungen wie folgt aus: »Ich habe gezeigt, dass der Erfolg bei den Gewichtsbestimmungen derselbe ist, mag man Unzen oder Lothe nehmen, denn es kommt nicht auf die Zahl der Grane an, die das Uebergewicht bilden, sondern darauf, ob das Uebergewicht den 30sten oder den 50sten Theil des Gewichtes ausmacht, welches mit einem zweiten Gewichte verglichen wird. Eben so verhält es sich bei der Vergleichung der Länge von zwei Linien und der Höhe zweier Töne*). Es macht keinen Unterschied, ob man Linien vergleicht, die ungefähr 2 Zoll oder die 1 Zoll lang sind, wenn man erst die eine und dann die andere betrachtet und nicht beide zugleich neben einander sehen kann, und doch ist das Stück, um welches die eine Linie die andere überragt, im ersteren Falle noch einmal so gross als im letzteren. Freilich, wenn beide Linien nahe neben einander und einander parallel sind, so vergleicht man nur die Enden der Linien und untersucht, um wie viel die eine Linie die andere überragt, und hiebei kommt es dann nur darauf an, wie gross das überragende Stück der Linie ist, und wie nahe beide Linien einander liegen. — Auch bei der Vergleichung der Höhe zweier Töne kommt nichts darauf an, ob beide Töne um 7 Tonstufen höher sind oder tiefer, wenn sie nur nicht an dem Ende der Tonreihe liegen, wo dann die genaue Unterscheidung kleiner Tonunterschiede schwieriger wird. Es kommt daher auch hier nicht auf die Zahl der Schwingungen an, die der eine Ton mehr hat als der andere, sondern auf das Verhältniss der Zahl der Schwingungen der beiden Töne, die wir vergleichen«......

»Die Auffassung der Verhältnisse ganzer Grössen, ohne dass man die Grössen durch einen kleineren Massstab ausgemessen und den absoluten Unterschied beider kennen gelernt hat, ist eine äusserst interessante psychologische Erscheinung. In der Musik fassen wir die Tonverhältnisse auf, ohne die Schwingungszahlen zu kennen, in der Baukunst die Verhältnisse räumlicher Grössen, ohne sie nach Zollen bestimmt zu haben, und eben so fassen wir die Empfindlichkeitsgrössen oder Kraftgrössen so auf bei der Vergleichung der Gewichte.«

Die Erfahrungsunterlagen anlangend, auf die Weber sein

*) Delazenne in *Recueil des travaux de la soc. des sc. de Lille* 1827 im Ausz. in *Bull. des sc. nat. XI. p.* 275 und in Fechner's Repertor. der Experimentalphysik. Leipzig 1832. Bd. I. p. 341.

Gesetz stützt, so liegt in Betreff der Tonverhältnisse und Linearverhältnisse blos die allgemeine Angabe desselben vor, der man jedoch bei der unbedingten Treue dieses Beobachters das Gewicht beobachteter Thatsachen beilegen darf. In Betreff der Gewichtsverhältnisse sind seine Versuche in s. *Programm. collect. p.* 81. 86 f. zu finden.

Weber unterscheidet zwei Versuchsweisen, die eine, wo blos das Gefühl der Haut bei dem Drucke stärkerer und schwächerer Gewichte auf die ruhende auf den Tisch aufgelegte Hand in Anspruch genommen wird, die andere, wo das Gefühl der anzuwendenden Muskelkraft bei Hebung der Gewichte zugleich mit in Anspruch genommen wird, indem die Hand mit dem Gewichte aufgehoben wird. Mochten nun 32 Unzen oder 32 Drachmen als grösseres Gewicht angewandt werden, so blieb sich doch bei beiden Versuchsweisen die noch eben merkliche relative Differenz zum kleineren Gewichte nahe gleich, und betrug im Mittel für 4 Personen und beiderlei Gewichte bei der ersten Versuchsweise 10,1 (Unzen oder Drachmen), bei der zweiten 3,0.

Die nähere Beschreibung seiner Versuche (*Progr. coll. p.* 86) ist diese:

»In plurimorum hominum manibus, mensa quiescentibus, pondera duarum librarum collocavi, tabulamque papyraceam interposui. Postea, insciis illis, pondus alterutrum imminui, manusque pondera ferentes mutavi, levius nimirum pondus nunc ad dextram nunc ad sinistram transferendo. Saepe etiam pondera a manibus ablata denuo iisdem manibus imposui, ita quidem, ut homo non suspicari potuerit, sed tactu tantum percipere, in quonam latere pondus gravius collocatum esset. Tum si homo iteratis periculis et mutatis saepe manibus gravius pondus a leviori recte discernebat, notavi.«

»Postea eadem experimenta in iisdem hominibus iterabantur, hoc modo tamen, ut manus, et manibus simul pondera, extollerent, et pondera manibus pensitarent. Quo facto, si inventum a me est, in quanta ponderum differentia diversitas eorum certe cognita fuerit, iterum notavi, numerosque, differentiam ponderum exprimentes, inter se comparavi.«

Nach Mittheilung verschiedener Versuchsreihen, die sich auf andere Verhältnisse, als sein Gesetz beziehen, fährt dann Weber p. 91 fort:

»Non silentio praetereunda sunt alia experimenta, quibus probatur, tactum et coenaesthesin etiam in observandis ponderibus multo minoribus eadem inter se esse ratione, quam si librae duae seu triginta duae unciae cuilibet manui imponuntur. Eorundem enim hominum manibus, quibus antea duo pondera triginta duarum unciarum imposueram, nunc pondera triginta duarum drachmarum i. e. octavam ponderis illius partem imposui. Etiamsi suspicatus eram, fore, ut differentiam ponderis duorum corporum octies minorum non tam clare sentirent, tamen experimentis probatum est,

differentiam minorum ponderum tactu non minus subtiliter distingui, quam differentiam eandem majorum ponderum.

Quatuor afferam experimenta hoc probantia. Postquam nimirum quatuor homines, quos numeris signare lubet, pondera majora, triginta duabus unciis constantia, aequalia, manibus immotis imposita, comparaverant, alterutrum pondus magis magisque imminuere coepi, usquedum homines illi differentiam ponderum animadverterent. Qua differentia notata experimentum idem hoc modo repetii, ut pondera manibus tollerentur, adeoque simul ope tactus et coenaestheseos musculorum aestimarentur. Quo facto differentia ponderum, quae illorum observationem fugiebat, iterum notata est.«

»Nunc loco majorum ponderum minora pondera, triginta duabus drachmis constantia, eodem plane modo adhibui, differentiasque ponderum in experimentis non observatas, sensum scilicet fugientes, annotavi.«

»Iam si differentias ponderum graviorum et leviorum observationi nostrae subtractas comparas, easdem paene esse observabis.«

Numerus hominum, in quibus experimenta instituta sunt.	Differentia minima unciarum vel drachmarum, manibus impositarum, in qua diversitas ponderis percipiebatur.			
1. tactu	32 unc.	17 unc.	differt	15 unc.
tactu et coenaesthesi	32 -	30½ -	-	1½ -
tactu	32 drachm.	24 drachm.	-	8 drachm.
tactu et coenaesthesi	32 -	30 -	-	2 -
2. tactu	32 unc.	22 unc.	-	10 unc.
tactu et coenaesthesi	32 -	30½ -	-	1½ -
tactu	32 drachm.	22 drachm.	-	10 drachm.
tactu et coenaesthesi	32 -	30 -	-	2 -
3. tactu	32 unc.	20 unc.	-	12 unc.
tactu et coenaesthesi	32 -	26 -	-	6 -
tactu et coenaesthesi	32 drachm.	26 drachm.	-	6 drachm.
4. tactu	32 unc.	26 unc.	-	6 unc.
tactu et coenaesthesi	32 -	30 -	-	2 -
tactu et coenaesthesi	32 drachm.	29 drachm.	-	3 drachm.

1) Licht.

Eine ausführliche Darstellung der Bewährungen unseres Gesetzes im Gebiete der intensiven Lichtempfindung habe ich in den Abhandlungen der sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, math.-phys. Cl. Bd. IV. S. 457 ff. unter dem Titel: »Ueber ein psychophysisches Grundgesetz, und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrössen«, gegeben, mit einem Nachtrage dazu in den Berichten derselben Gesellschaft 1859. S. 58 ff., aus welchen Abhandlungen ich hier das Wesentliche mit einigen wenigen Zusätzen wiedergebe.

Das Gesetz ist im Gebiete der Lichtempfindung schon durch frühere Versuche von Bouguer, Arago, Masson, Steinheil gelegentlich im Zusammenhange mit anderen Untersuchungen, neuerdings von mir selbst und Volkmann, constatirt worden; ohne jedoch früherhin viel beachtet worden zu sein.

Alle bisherigen Bewährungen des Gesetzes stützen sich auf die Methode der eben merklichen Unterschiede, abgesehen von der durch Steinheil, die auf dem Principe der Methode der mittleren Fehler fusst, und der indirecten Bewährung, welche das Gesetz in der Schätzungsweise der Sterngrössen gefunden hat.

Da meine eigenen Versuche, wenn auch nicht die schärfste, aber einfachste Bewährung des Gesetzes darbieten, und die erste erfahrungsmässige Kenntniss des Gesetzes sich bei mir daran geknüpft hat, so werde ich auch hier den Anfang damit machen und die allgemeine Erläuterung des Gesetzes daran knüpfen.

Bei halbbedecktem Himmel findet man meist leicht ein paar benachbarte Wolkennuancen, die nur einen spurweisen Unterschied für das Auge darbieten, oder ein Wölkchen, das sich nur eben merklich vom Himmelsgrunde unterscheidet. Nachdem ich zwei solche Componenten eines nur eben merklichen Lichtunterschiedes am Himmel in das Auge gefasst, nahm ich ein paar graue Gläser vor die Augen, wie sie jetzt bei Optikern zum Gebrauche für Personen mit lichtscheuen Augen zu haben sind, von denen jedes, einfach vor das Auge genommen, nach allerdings nur oberflächlicher photometrischer Prüfung, etwas über $\frac{1}{3}$, beide zusammengelegt höchstens $\frac{1}{7}$ des Lichtes durchliessen. Nehmen wir bei einfach vor die Augen genommenen Gläsern das Licht jeder Componente auf $\frac{1}{3}$ reducirt an, so war hiemit der Unterschied derselben zugleich auf $\frac{1}{3}$ reducirt, und es lag nahe, vorauszusetzen, dass der so stark geschwächte Unterschied, da er vorher nur eben merklich war, durch die Schwächung unmerklich, oder, falls etwa die Gränze der Merklichkeit vor Anwendung der Gläser nicht erreicht war, mindestens auffallend undeutlicher werden würde. So zeigte es sich aber nicht. Der Unterschied blieb mindestens noch so merklich als vorher, und Andere, welche ich den Versuch anstellen liess, erklärten sich in demselben Sinne.

Derselbe Versuch wurde mit zusammengelegten Gläsern unter Anwendung blos Eines Auges bei Schluss des anderen wiederholt, wo die Componenten sammt ihrem Unterschiede auf höchstens $\frac{1}{7}$

herabkamen, der Unterschied blieb immer noch mindestens eben so merklich.

Endlich gab auch Schwächung durch farbige Gläser, mit welchen ich zum Theil noch zu erheblich grösserer Dunkelheit herabging, dasselbe Resultat. Hiebei dürfen natürlich nicht verschiedenfarbige Wolkennuancen oder eine Wolke gegen den blauen Himmel in das Auge gefasst werden, da Farbengläser eine verschiedene verhältnissmässige Absorption auf verschiedene Farben äussern.

Bemerken wir nun, dass bei der Schwächung des absoluten Unterschiedes der Componenten in vorigen Versuchen doch das Verhältniss der Componenten und hiemit der relative Unterschied derselben ungeändert blieb, so werden wir in der ungeschwächt bleibenden Merklichkeit des Unterschiedes eine Bestätigung unseres Gesetzes zu sehen haben.

Für den ersten Anblick könnte es freilich sehr auffällig und in Widerspruch mit alltäglichen Erfahrungen erscheinen, dass ein, auf $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, ja noch viel mehr herabgebrachter photometrischer Unterschied noch mindestens eben so merklich für die Empfindung sein soll, als ohne Abschwächung; da wir doch täglich Lichtunterschiede durch Abschwächung sich mindern und verschwinden sehen. Aber man darf die Bedingung des Gesetzes nicht übersehen, unter welcher es allein den Erfolg fodert, und unter welcher er allein stattfindet, dass nämlich der Lichtunterschied bei seiner Abschwächung ein ungeändertes Verhältniss zu seinen, in demselben Verhältnisse mit abgeschwächten, Componenten behält. Heisse der Fall der Erfüllung dieser Bedingung der erste Hauptfall. Es lässt sich aber der Unterschied noch auf eine andere Weise abschwächen, dadurch, dass die stärkere Componente durch alleinige Abschwächung, oder die schwächere durch alleinige Steigerung der anderen entgegengeführt wird. In diesem Falle, welcher der zweite Hauptfall heisse, erfährt der Unterschied mit seiner absoluten Schwächung zugleich eine Schwächung im Verhältnisse zu seinen Componenten; und dann nimmt in der That, wie sich durch spätere Versuchsweisen in Uebereinstimmung mit der allgemeinen Erfahrung leicht erweisen lässt, die Merklichkeit des Unterschiedes ab, und schwindet bei hinreichender Annäherung der Componenten an einander ganz.

Zu diesen beiden Hauptfällen lässt sich noch ein dritter

Hauptfall fügen, der zur directen Bewährung unseres Gesetzes durch den ersten eine indirecte Bestätigung zu liefern vermag: dass nämlich beiden Componenten, statt sie in gleichem Verhältnisse zu ändern, ein gleiches Plus zugefügt oder gleich viel davon abgezogen wird. In diesem dritten Falle bleibt, im Gegensatze gegen den ersten, der absolute Unterschied sich gleich, der relative ändert sich. Er nimmt ab, wenn wir den Componenten ein gleiches Plus zufügen, nimmt zu, wenn wir gleich viel davon abziehen. Insofern nun das Gesetz die gleiche Merklichkeit nicht an die Gleichheit des absoluten, sondern des relativen Unterschiedes knüpft, werden wir unter Voraussetzung seiner Richtigkeit zu erwarten haben, dass in unserem dritten Hauptfalle die Merklichkeit des Unterschiedes n i c h t gleich bleibt, trotz dem, dass der Unterschied absolut genommen gleich bleibt; dass sie vielmehr abnimmt oder zunimmt, je nachdem das gleiche Plus zugefügt oder das Gleiche abgezogen wird.

Zum Beweise nun, dass sich diess wirklich so verhalte, bedarf es nicht erst eines besonders ausgedachten Versuches, wenn schon auch die Bestätigung durch Versuche leicht fällt. Es bietet uns aber dasselbe Beobachtungsfeld, was uns bisher gedient hat, in einer alltäglichen Erfahrung eine genügende Bestätigung dar.

Bei Nacht sieht jeder die Sterne, bei vollem Tageslichte sieht er nicht einmal Sterne wie Sirius und Jupiter. Doch ist der absolute Unterschied der Helligkeit zwischen den Stellen des Himmels, wo die Sterne stehen, und den umgebenden Stellen noch eben so gross als bei Nacht. Es ist nur der Intensität beider durch das Tageslicht ein gleiches Plus zugefügt worden.

Möglicherweise hätte man den Erfolg unserer ersten Versuche mit den Wolkennuancen so deuten können: durch die dunklen Gläser sei der Unterschied derselben allerdings in sehr starkem Verhältnisse geschwächt worden, aber doch immer noch absolut vorhanden gewesen, und also habe er auch immer noch in Betracht seines absoluten Daseins wahrgenommen werden müssen, ohne dass man nöthig habe, die fortgehende Wahrnehmbarkeit von einer Forterhaltung derselben relativen Grösse abhängig zu machen. Aber man sieht aus vorstehender Erfahrung, dass das absolute Dasein eines Lichtunterschiedes keineswegs hinreicht, ihn wahrnehmbar zu machen, ja dass sogar sehr beträchtliche absolute Unterschiede dem Auge völlig entschwinden, wenn sie

eine sehr geringe relative Grösse zeigen. Niemand wird den Helligkeitsunterschied der Gestirne Sirius und Jupiter vom umgebenden Himmel bei Nacht gering halten, und Niemand wird mit geschärftester Aufmerksamkeit diese Gestirne bei Tage entdecken können; so dass die Behauptung auffallend erscheinen kann, der Helligkeitsunterschied derselben von der Umgebung sei bei Tage noch eben so gross als bei Nacht. In der That ist er es physisch, indess er für die Empfindung völlig null, ja insofern kleiner als null, ist, als es erst einer gewissen Vergrösserung desselben bedarf, ehe er den Punct erreicht, von wo an er merklich wird.

Man darf übrigens das Phänomen nicht etwa blos auf Lichtpuncte beschränkt halten. Die weiterhin anzuführenden Versuche mit Schatten geben vielmehr die bequemste Gelegenheit, dasselbe Phänomen an Lichtflächen von beliebiger Ausdehnung bei erheblichen absoluten Unterschieden zu beobachten; aber auch Erfahrungen des täglichen Lebens lassen sich wieder in dieser Beziehung anführen.

Bekanntlich werden die Figuren auf gefirnissten Oelgemälden, auf Daguerreotypen, gemalten Tellern, lackirten Tischen u. dgl. durch spiegelnde Lichter ganz unerkennbar. Nun hängt, wie man weiss, die Intensität des spiegelnd zurückgeworfenen Lichtes nicht von der Färbung oder Dunkelheit der Fläche, von der es zurückgeworfen wird, ab, sondern bei gleicher Substanz nur von der Glätte derselben und dem Einfallswinkel; fügt also den dunkleren und helleren Stellen der Figuren und des Grundes ein gleiches Plus zu, und macht dadurch die Unterschiede dazwischen unerkennbar.

Das Vorige dürfte schon zu einer Bewährung des Gesetzes im Allgemeinen genügen. Aber kann es wirklich für genau gelten?

Mit Fleiss habe ich gesagt, dass der Unterschied der Wolkennuancen bei Betrachtung mit den verdunkelnden Gläsern mindestens so merklich erschien, als mit blossen Augen. Denn einige von denen, welche ich den Versuch wiederholen liess, fanden ihn mit Gläsern sogar noch etwas schärfer als ohne Gläser, und mir selbst erscheint es oft, obwohl nicht immer, so. Man kann hienach jedenfalls sicher sein, dass ein Lichtunterschied nicht, wie man am leichtesten erwartet haben möchte, durch Schwächung seiner absoluten Grösse bei gleichbleibender relativer Grösse an Merklichkeit einbüsst. Aber auch ein Gewinn an Merklichkeit

hiebei wäre immerhin eine Abweichung vom Gesetze, welches eine gleichbleibende Merklichkeit an das Gleichbleiben des relativen Unterschiedes knüpft.

Abgesehen nun davon, dass hiebei möglicherweise abgeänderte Irradiationsverhältnisse ins Spiel kommen könnten, liesse sich auch an eine subjective Täuschung dabei denken, der Art, dass man geneigt wäre, einen gleich merklichen Unterschied für merklicher zu halten, sofern er es doch im Verhältnisse zu dem geschwächten Eindrucke der Componenten ist. Um nun ein, von subjectiven Täuschungen möglichst unabhängiges, Resultat zu erzielen, combinire ich folgenden Gegenversuch mit dem bisherigen Versuche.

Ich suche, während ich die Gläser vor den Augen habe, den schwächstmöglichen, nur als eben merklich taxirten, Unterschied auf, den ich am Himmel finde, und nehme dann die Gläser vor den Augen weg. Ist die Merklichkeit durch die Gläser irgends erheblich gesteigert worden, so muss der mit den Gläsern nur eben merkliche Unterschied bei Wegnahme der Gläser verschwinden. Ich habe aber bei mehrfacher Wiederholung des Versuches, mit den einfachen wie doppelt zusammengelegten Gläsern, nie einen noch so schwachen Unterschied aufzufinden vermocht, den ich nicht auch nach Wegnahme der Gläser noch zu erkennen vermochte, wenn nur der erste Eindruck einer momentanen Blendung vorübergegangen war, von dem sich das Auge bei Wegnahme der Gläser durch das plötzlich einfallende stärkere Licht frappirt findet. Und auch bei Vornahme derselben erfahre ich durch den plötzlichen Wechsel des Lichtes ein momentanes Undeutlicherwerden des Unterschiedes, was jedoch beidesfalls schnell vorübergeht.

Bei allen angeführten Versuchen bleibt wesentlich, nur ganz geringfügige Unterschiede zu verwenden, welche den Charakter des Ebenmerklichen tragen. Denn, wenn schon das Gesetz, wie weiterhin zu zeigen, eine Ausdehnung auf grössere Unterschiede zulässt, so ist es doch nicht leicht, es an solchen direct zu bewähren. Das Urtheil, ob solche mit und ohne Gläser gleich deutlich sind, ist sehr unsicher und schwankend, und wird unstreitig durch eine Mehrheit von Umständen mitbestimmt. Auch selbst bei Anwendung nur eben merklicher Unterschiede kann, wie vorhin bemerkt, das Urtheil über die Gleichheit derselben Täuschun-

gen unterliegen, wenn schon sie absolut genommen nicht so bedeutend sein können, als wenn man grössere Unterschiede anwendet. Aber der Hauptvortheil bei Anwendung ganz geringfügiger Unterschiede liegt darin, dass die Combination des Versuches mit dem Gegenversuche dabei gestattet, sich von dem Urtheile über Gleichheit oder Ungleichheit ganz unabhängig zu machen, und den Schluss blos auf das Dasein des Unterschiedes für die Empfindung zu gründen, worüber man sich nicht so leicht täuschen kann als über die Gleichheit. Wenn der schwächstmögliche Unterschied, der ohne Gläser noch erkannt wird, auch mit stark verdunkelnden Gläsern überhaupt noch erkannt wird, und wenn umgekehrt der schwächstmögliche Unterschied, der mit stark verdunkelnden Gläsern erkannt wird, überhaupt noch erkannt wird, so liegt darin eine Art objectiver Beweis, dass der Unterschied durch die Gläser in keinem irgends erheblichen Grade an Merklichkeit gewinnen oder verlieren kann.

Jedenfalls wird durch die Combination des Versuches mit dem Gegenversuche die Möglichkeit einer Abweichung von der Triftigkeit des Gesetzes in den Gränzen der Lichtintensität, in denen sich die Bewährung bisher gehalten hat, die weder bis zur Annäherung an völlige Finsterniss, noch bis zu sehr blendenden Lichtern gingen, selbst in sehr enge Gränzen eingeschlossen. Inzwischen ist damit doch keine unbeschränkte Gültigkeit des Gesetzes behauptet oder dargethan, vielmehr eine Abweichung davon, mindestens für den Versuch, nach oben wie nach unten, gewiss. Und ehe wir auf die weiteren Bewährungen eingehen, wird es nützlich sein, von diesen Gränzen des Gesetzes zu sprechen, da die Bewährungen selbst nur mit Rücksicht auf die Gränzen statt haben und zu verstehen sein können.

Gewiss vermöchte Niemand, selbst wenn sich die Beobachtung gefahrlos anstellen liesse, die Flecken in der Sonne (mindestens bei hohem Stande derselben) mit blossem Auge zu erkennen, indess sie jeder mit verdunkelnden Gläsern wahrnimmt. Sollte aber das Gesetz bis zu den höchsten Lichtgraden reichen, so müssten die Flecken mit blossen Augen eben so leicht vom umgebenden Lichtgrunde unterschieden werden, als mit Zuziehung dunkler Gläser. Unstreitig findet schon bei viel geringeren Lichtintensitäten eine Abweichung vom Gesetze statt, wahrscheinlich überall,

wo das Auge sich geblendet fühlt, obwohl es an bestimmten Versuchen hierüber noch ganz fehlt.

Es mag daher auch möglich sein, dass bei sehr heller Wolkenbeleuchtung wirklich durch die dunkeln Gläser ein kleiner Gewinn in Verdeutlichung der Unterschiede der Wolkennuancen erzielt wird, nur kann es nach dem Ausfalle der Combination von Versuch und Gegenversuch blos ein Gewinn sehr kleiner Ordnung sein, der sich bei Versuchen mit mässig heller Wolkenbeleuchtung nicht objectiv von mir hat constatiren lassen; denn Versuche mit sehr blendender Beleuchtung habe ich freilich wegen der grossen Reizbarkeit meiner Augen nicht ruhig und oft genug anstellen können, um etwas Sicheres darüber aussagen zu können.

Die untere Gränze anlangend, so leuchtet von vorn herein ein, dass, wenn man mit der Verdunkelung der Gläser zum Extreme gehen wollte, überall nichts mehr, und also auch kein Unterschied mehr gesehen werden kann, möchte er auch ohne Gläser noch so gross erscheinen und sein; und dass man also nach dem Continuitätsprincipe schon eine verminderte Deutlichkeit spüren muss, wenn man sich dieser Gränze nur sehr nähert, wie auch die Erfahrung bestätigt. In der That, mag ein Unterschied so gross sein, als er will, so wird man immer einen Grad der Verdunkelung der Gläser finden können, bei welchem er undeutlicher als ohne Gläser erscheint. Dieselben Sonnenflecke, welche bei mässig dunkeln Gläsern deutlich werden, werden bei ganz dunkeln Gläsern wieder undeutlicher und endlich ganz unerkennbar werden.

Anstatt also eine unbeschränkte Gültigkeit des Gesetzes behaupten zu können, können wir nach den Aussagen der Versuche nur behaupten, dass es sich in den, ziemlich weiten, Gränzen der Intensität, in denen sich das gewöhnliche Sehen bewegt, so weit bestätigt, dass eine Abweichung vom Gesetze nicht nachweisbar ist.

Es kann aber die Gültigkeit desselben in mittleren Gränzen selbst schon in gewisser Weise aus der entgegengesetzten Richtung der Abweichungen nach Oben und Unten gefolgert werden. Bei intensivem Lichte wächst die Deutlichkeit durch Abschwächung, bei sehr schwachem durch Verstärkung der Componenten in gleichem Verhältnisse. Also muss es schon aus mathematischem Gesichtspuncte ein gewisses mittleres Intervall geben, wo sie durch Verstärkung und Schwächung gleich unverändert bleibt. Nur dass

sich die grosse Ausdehnung eines solchen Intervalls nicht nach blos mathematischem Gesichtspuncte voraussehen liess.

Ich habe die vorigen Versuche vorangestellt, nicht nur, weil es die waren, auf die ich selbst zur Prüfung des Gesetzes zuerst verfiel, bevor mir noch das früher in dieser Hinsicht Geleistete bekannt war, sondern auch, weil sie ganz besonders bequem, Jedem leicht zugänglich, und dabei für die allgemeine Thatsache des Gesetzes im Grunde so viel beweisend als alle anderen sind. Nur hat man dabei weder die Bestimmung, noch gleichförmige Erhaltung, noch Abänderung der Lichtschattirungen in seiner Gewalt, kann daher auch nicht alle drei Hauptfälle beliebig damit herstellen; und aus diesem Gesichtspuncte empfiehlt sich allerdings die Zuziehung noch anderer Verfahrungsarten, welche das Experiment zur Beobachtung fügen.

Nun giebt es sehr verschiedene Wege, Lichtschattirungen von verschiedener Abstufung bis zum eben merklichen Unterschiede gegen einander zu erzeugen, wonach der Versuch verschiedene Formen annehmen kann. Sehr einfach ist, mit Tusche schwächstmögliche Schattirungen auf Velinpapier hervorzubringen, die zwar eben so wenig als die Wolkenschattirungen einen gemessenen Unterschied gewähren; aber doch den Vorzug der gleichförmigen Erhaltung, beliebigen Gradation und Handhabung voraus haben.

In der That habe ich Versuch und Gegenversuch neuerdings an solchen wiederholt und den entsprechenden Erfolg wie früher an den Wolkennuancen erhalten. Selbst mit verdunkelnden Glascombinationen, die nach genauer photometrischer Messung nur $\frac{1}{100}$ Licht durchlassen, erkenne ich, nachdem ich kurze Zeit durchgesehen, noch die schwächstmöglichen Schattirungen, die ich nur eben mit blossem Auge erkennbar finde. Nur muss der Versuch in gutem Tageslichte angestellt werden; denn wenn ich ihn bei dem Lichte der Studirlampe anstelle, bei der ich zu schreiben gewohnt bin, wird die Schattirung mit derselben Verdunkelung ganz unerkennbar; indess eine Verdunkelung auf $\frac{1}{12}$ und mehr sie noch so deutlich als ohne Verdunkelung erscheinen lässt.

Ein anderer einfacher und bequemer, zugleich bestimmte Messungen gestattender, und der Abänderung nach allen drei Hauptfällen fähiger, Versuchsweg bietet sich in der Anwendung zweier nachbarlichen Schatten dar, die man durch zwei Lam-

pen oder Lichter von demselben Gegenstande erzeugt, indem das photometrische Verhältniss beider Schatten nicht nur leicht regulirbar, sondern auch, unter Anwendung gleich heller Lichtquellen, leicht messbar durch das reciproke Verhältniss der Quadrate der Abstände beider Quellen von ihren Schatten gegeben ist, indess die photometrische Gleichheit der Quellen durch die gleiche Helligkeit der Schatten bei gleichem Abstande von denselben leicht bewährbar, und durch Putzen der Lichter oder Schrauben der Lampen herstellbar ist. Jedoch ist es im Ganzen noch zweckmässiger, statt beider Schatten den einen Schatten und den umgebenden Grund als Componenten des Unterschiedes zur Bewährung des Gesetzes in das Auge zu fassen, da das Verhältniss des Schattens zu dem, denselben ganz umgebenden, Grunde noch leichter beurtheilbar ist, bei welcher, im Folgenden eingeschlagenen, Versuchsweise des Näheren Folgendes in Betracht kommt.

Seien die beiden Lichtquellen L, L' und L' diejenige, deren Schatten man ins Auge fassen will. Dieser Schatten wird noch von dem anderen Lichte L, der umgebende Grund von beiden Lichtern, L, L' erleuchtet. Rückt man das Licht L' immer weiter von der die Schatten auffangenden Tafel zurück, während L stehen bleibt, so erhält der den Schatten umgebende Grund einen immer kleineren Erleuchtungszuschuss durch L', und endlich wird dieser so gering, dass er unmerklich für das Auge wird, also der Schatten im umgebenden Grunde verschwindet. Hat man diesen Punct erreicht, so reicht eine geringe Verrückung des einen beider Lichter oder Schrauben einer beider Lampen in rechtem Sinne hin, ihn wieder eben merklich zu machen.

Nun kann man zuvörderst Versuch und Gegenversuch mit den dunkeln Gläsern daran wiederholen; und wird eben so das Gesetz wie die untere Gränze des Gesetzes dadurch constatiren können.

Statt der Abschwächung beider Componenten nach gleichem Verhältnisse durch dunkle Gläser kann man dann dieselbe Abschwächung dadurch bewirken, dass man beide Lichtquellen L, L' in immer grössere, aber dasselbe Verhältniss behaltende, Abstände von der schattenauffangenden Tafel versetzt. So geschahe es bei den folgenden Versuchen. Dabei ward zugleich die Richtung des Verfahrens in der Art umgekehrt, dass, statt wie bisher die gleichbleibende Merklichkeit des Unterschiedes als Erfolg der relativ gleichen Abschwächung der Componenten zu beobachten, umge-

kehrt diese als Erfolg der Herstellung der gleichen Merklichkeit beobachtet ward, wie aus dem Folgenden deutlicher hervorgehen wird. Hiedurch wird die neue Versuchsweise vielmehr zu einer Ergänzung und Controle, als Wiederholung der vorigen.

Da meine sehr geschwächten Augen sich auf dergleichen Versuche nicht einlassen konnten, bei welchen die angestrengteste Aufmerksamkeit und das schärfste Hinsehen nöthig ist, um noch Spuren des im Verschwinden oder Wiedererscheinen begriffenen Schattens aufzufassen, so hat Volkmann unter Zuziehung einiger Mitbeobachter mit guten Augen die Anstellung derselben übernommen. Folgendes das Wesentliche des Verfahrens und der Erfolge.

Ein vertical vor einer verticalen weissen Tafel aufgestellter Stab warf auf dieselbe unter der Einwirkung zweier Lichtquellen L, L', zwei Schatten auf die Tafel. Die eine Lichtquelle L, eine brennende Stearinkerze, wurde in einem gegebenen Abstande von der Tafel erhalten, und die andere, deren gleiche Lichtintensität mit jener auf doppeltem Wege photometrisch constatirt war, nun durch einen der Mitbeobachter so weit von der Tafel zurückgerückt, bis der von dem Beobachter scharf ins Auge gefasste Schatten, den sie warf, eben merklich zu sein aufhörte. Hiezu musste bei Volkmann's Augen der Abstand der Kerze L' vom Schatten 10mal so viel betragen, als der Kerze L, d. h. der Unterschied der Beleuchtungen, wo der Schatten eben merklich zu sein aufhörte, $\frac{1}{100}$ der absoluten Beleuchtung betragen. Dasselbe Verhältniss der Distanzen und mithin Beleuchtungen, wo dieser Punct eintrat, fand sich aber auch bei ganz anderen absoluten Intensitäten der Beleuchtung wieder, welche bemerktermassen theils durch Abänderung der Intensität der Flammen selbst, theils dadurch erhalten wurde, dass die Flamme L in grössere oder geringere Distanz von der Tafel versetzt ward. Immer musste die Distanz der Flamme L' merklich 10mal so viel betragen, um den Schatten auf den Punct des Verschwindens zu bringen. So wurde der Versuch von einer Intensität der Beleuchtung L gleich 0,36 durch Intensitäten $= 1$, $= 2{,}25$, $= 7{,}71$ bis 38,79 variirt, wobei als 1 die Beleuchtung durch eine Stearinkerze in 3 Decimeter Abstand von der weissen Tafel gilt, ohne dass das Verhältniss der Distanz der anderen Lichtquelle zur Tafel bemerklich oder erheblich anders ausfiel. Nur bei der schwächsten Intensität (0,36) fand ein nennens-

werther kleiner Abfall statt, d. h. die Distanz des Lichtes L' musste etwas weniger als das 10fache der Distanz des Lichtes L betragen (nach der Tabelle der Resultate das 9, 6fache), um den Schatten eben verschwinden zu lassen, indem hiermit unstreitig die untere Gränze, welche die Gültigkeit des Gesetzes für das Experiment hat, überschritten zu werden anfieng.

Der Kürze halber habe ich bei dieser Darstellung blos auf den Punct des Verschwindens Bezug genommen. In Wirklichkeit aber wurde um den Punct des Verschwindens herum die Lichtquelle L' abwechselnd hin- und hergerückt, so dass zwischen dem Puncte des Verschwindens und Wiedererscheinens des Schattens der Punct der Ebenmerklichkeit möglichst genau erhalten wurde; und da die Verrückung der Lichtquelle L' durch einen Gehülfen nur auf den Ruf des, ganz mit Auge und Aufmerksamkeit auf die Apperception des Schattens gerichteten, Beobachters geschah, so erfolgte die definitive Fixation des Abstandes ohne dessen Kenntniss Seitens des Beobachters und konnte also nicht durch eine solche Kenntniss influenzirt werden, wodurch das Resultat dieser Versuche um so unzweideutiger wird.

Diese Versuche sind von Volkmann unter Zuziehung von Prof. Knoblauch, Dr. Heidenhain in Halle und Dr. Jung aus Berlin angestellt, und zum Theil auch in meinem eigenen Beisein wiederholt worden. Und bemerkenswerther Weise fand sich bei allen genannten Beobachtern ein nur wenig um $\frac{1}{100}$ der absoluten Beleuchtung schwankender Werth als eben merklicher Unterschied wieder.

Allerdings lässt diess Verfahren keine grosse Schärfe in Einzelversuchen zu, indem man das Licht L' innerhalb einer gewissen Weite, die nach Volkmann etwa $\frac{1}{10}$ des Totalabstandes betragen mag, verrücken kann, ohne genau zu wissen, wo man den Punct der Ebenmerklichkeit des Schattens fixiren soll; daher im Allgemeinen für jeden Beobachter das Mittel aus mehreren Versuchen als massgebend angesehen wurde; doch schwankten die Einzelresultate oft nur sehr wenig um das Mittel, und die Unsicherheit, die nach den Mitteln übrig bleibt, ist sehr gering.

Diese Versuchsweise mit den Schatten entspricht dem ersten Hauptfalle; begreiflich aber lässt sich auch leicht dem zweiten dadurch entsprechen, dass man ein Licht allein ohne das andere der Tafel nähert oder davon entfernt, heller oder dunkler macht;

dem dritten dadurch, dass man die beiden Schatten, welche einen Unterschied geben, oder einen Schatten und den Grund gemeinsam mit einem dritten hinreichend hellen Lichte beleuchtet, wodurch man im Stande ist, einen sehr deutlichen Unterschied für das Auge zum Verschwinden zu bringen.

So weit die eigenen und durch mich veranlassten Versuche. Ungeachtet sie nach dem schon Eingangs Vorbemerkten nicht wesentlich neu sind, konnte doch ihre Anführung auch nach den früher angestellten noch nützlich sein, sofern sie unabhängig von denselben und mit manchen Modificationen angestellt sind, wodurch sie zur Sicherstellung und Erläuterung des Gesetzes beitragen. Nun aber soll auch noch das Wesentliche dessen hinzugefügt werden, was mir von den früheren Bewährungen nach und nach bekannt worden ist. Zuvörderst hat Bouguer nach s. *Traité d'optique sur la gradation de la lumière par Lacaille.* 1760. *p.* 51 den Versuch mit dem verschwindenden Schatten in ganz ähnlicher Weise als Volkmann angestellt*), und beschreibt denselben unter der Ueberschrift: »*Observations faites pour déterminer, quelle force il faut qu'ait une lumière pour qu'elle en fasse disparaître une autre plus faible.*«

Zwar giebt er blos das Resultat eines Versuches bei einem einzigen Abstande beider Lichter, wonach der eine Schatten bei ungefähr $\frac{1}{64}$ Differenz (statt $\frac{1}{100}$ bei Volkmann) verschwindet; sagt aber weiterhin, dieser Grad der Empfindlichkeit müsse je nach dem Auge des Beobachters verschieden sein; er habe jedoch zu finden geglaubt, dass er für sein Auge unabhängig von der Stärke des Lichtes sei.

Nach einer auf mündlicher Mittheilung fussenden Angabe von Masson**) hat Arago die Versuche von Bouguer wiederholt und dabei auch mit farbigen Lichtern operirt. Arago selbst erklärt sich in seiner populären Astronomie***) positiv über die Statthaftigkeit des Gesetzes, indem er nach Auseinandersetzung der Bouguer'schen Versuchsweise sagt: »welches auch die absolute Helligkeit von *M* und *L* (den beiden Lichtern des Bouguer'-

*) Ich entnehme die Angabe darüber der wörtlichen Wiedergabe seiner Worte durch Masson in den *Ann. de Ch. et de Ph.* 1845. *T. XIV. p.* 148; da mir Bouguer's Schrift selbst nicht zu Gebote stand.

**) *Ann. de Chim. et de Phys.* 1845. *T. XIV. p.* 150.

***) Herausgegeben von Hankel, Th. I. S. 168.

schen Versuches) ist, stets wird der Versuch auf dasselbe Resultat (denselben eben merklichen relativen Unterschied) führen.« Doch führt er hier keine eigenen Versuche in Bezug auf den Gegenstand an.

Auch in seinen Mémoires sur la photométrie (p. 256) kommt er nicht auf das Gesetz zurück, führt aber, wie es scheint, unter Voraussetzung des Gesetzes, Versuche an, welche einen Einfluss der Bewegung auf die Sichtbarkeit des Unterschiedes beweisen, und die ich unten anführen werde.

Masson*) ist auf seine Versuche zur Bewährung des Gesetzes beiläufig bei einer ausgedehnten Untersuchung über elektrische Photometrie gekommen. Sein Verfahren ist sinnreich und einfach und seine Angaben lassen die Bewährung viel schärfer und vollständiger hervortreten, als die Angaben Bouguer's und Arago's. Im Wesentlichen war es dieses: Eine weisse Scheibe von ungefähr 6 Centimeter Durchmesser, auf der ein Sector, beispielsweise $\frac{1}{60}$ der Kreisfläche betragend, zu einem gewissen Theile *mn* in beigezeichneter Weise geschwärzt war, wurde in rasche Dre-



hung versetzt, so dass vermöge der Nachdauer des Gesichtseindruckes sich der schwarze Theil zu einem Ringe oder Kranze auf der weissen Scheibe ausdehnte, der nach dem bekannten, hiebei obwaltenden, Gesetze über die Helligkeitsverhältnisse rasch bewegter Körper um $\frac{1}{60}$ dunkler war als der weisse Scheibengrund. Ein Auge, was noch im Stande ist, den Kranz vom Grunde zu unterscheiden, wird hienach im Stande sein, einen Unterschied, der nicht über $\frac{1}{60}$ der Intensität beträgt, noch wahrzunehmen. Masson liess nun eine ganze Reihe solcher Scheiben anfertigen, bei

*) *Ann. de Chim. et de Phys.* 1845. T. XIV. p. 150.

welchen das Verhältniss der Winkelgrösse des Sectors zur Kreisfläche respectiv $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{70}$ und so fortschreitend bis $\frac{1}{120}$ betrug, wodurch er in den Stand gesetzt war, Gränzen zu bestimmen, zwischen welche die Gränze der Empfindlichkeit fiel. Zu übereinstimmenden Ergebnissen mit dieser Methode führte folgende, welche, verglichen mit der vorigen, zugleich das Interesse hat, zu zeigen, dass instantanes Licht sich mit bleibendem Lichte in Betreff des Gesetzes gleich verhält.

Bekanntlich, wenn man eine abwechselnd in weisse und schwarze Sectoren getheilte, vom Tageslichte oder von einer Lampe erleuchtete, Kreisscheibe rasch dreht, erscheint sie von gleichförmigem Grau. Erleuchtet man sie statt dessen mit dem instantanen elektrischen Funken, so erblickt man alle Sectoren völlig unterschieden. Wendet man beide Beleuchtungsarten zugleich an, so kommt es auf das Verhältniss der Intensitäten an, ob man gleichförmiges Grau sieht oder die Sectoren unterscheidet; Ersteres, wenn das elektrische Licht zu schwach ist, Letzteres, wenn es hinreichend stark ist. Für die Augen verschiedener Menschen ist nach Masson das Verhältniss beider Beleuchtungsintensitäten, bei welchem das gleichförmige Grau eintritt, verschieden, indess es für das Auge desselben Beobachters sich gleich bleibt. Die Sectoren verschwinden und das gleichförmige Grau tritt ein, wenn die instantane Erleuchtung der weissen Sectoren durch das elektrische Licht (die schwarzen werfen kein erhebliches Licht zurück) denselben kein hinreichendes Uebergewicht mehr über die gleichförmig graue Färbung, die ohne das elektrische Licht eintreten würde, giebt, dass sie vom Auge unterschieden werden kann; und je nach der verhältnissmässigen Breite der schwarzen und weissen Sectoren, womit sich das Grau ändert, wird demnach hiezu bei derselben fixen Beleuchtung eine verschieden starke elektrische Erleuchtung erfodert. Vermag das Auge nach der vorigen Versuchsweise noch $\frac{1}{100}$ zu unterscheiden, so wird bei Gleichheit der weissen und schwarzen Sectoren die Erleuchtung der weissen Sectoren durch das elektrische Licht $\frac{1}{200}$ ihrer Erleuchtung durch das bleibende Licht betragen müssen, indem diese Erleuchtung durch die Drehung der Scheibe zu einem Grau von der halben photometrischen Helligkeit abgeschwächt wird. Die Versuche nach dieser Methode sind von Masson zu anderen Zwecken, als unser Gesetz zu bewähren, in grosser Abänderung angestellt,

dabei aber die Uebereinstimmung ihrer Ergebnisse mit denen der vorigen Methode constatirt worden.

Das Nähere seiner Resultate giebt Masson, zuerst bezüglich der ersten Beobachtungsmethode, nachher sich zur zweiten wendend, wie folgt an*):

»En essayant différentes vues, j'ai trouvé, que pour celles que l'on considère comme faibles, la sensibilité a varié de $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{70}$. Elle a été de $\frac{1}{80}$ à $\frac{1}{100}$ pour les vues ordinaires, et pour les bonnes vues de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{120}$ et au-delà. J'ai rencontré deux personnes apercevant fort distinctement la couronne produite sur un disque donnant le $\frac{1}{120}$.«

»En faisant varier l'intensité de l'éclairement, j'ai trouvé que, quand il était suffisant, pour qu'on pût facilement lire dans un in-octavo, la sensibilité ne variait pas pour un même individu. Ainsi, comme Bouguer l'avait reconnu, la sensibilité de l'oeil est indépendante de l'intensité de la lumière. J'ai fait varier de plusieurs manières la puissance du rayon lumineux réfléchi par le disque. J'ai pris la lumière d'une carcel placée à diverses distances du disque, l'éclairement par un temps sombre et couvert; j'ai opéré à la lumière diffuse après le coucher du soleil; j'ai employé la lumière solaire réfléchie par un héliostat, et quelquefois j'ai rendu le faisceau divergent au moyen d'une lentille. La distance de l'oeil au disque est sans influence sur la sensibilité, pourvu qu'on n'atteigne pas une certaine limite déterminée par l'angle soutenu par la couronne.«

»Les résultats n'ont pas été modifiés, quand j'ai changé le rapport entre le diamètre du disque et la largeur de la couronne. J'ai employé des disques, dans lesquels la surface parcourue par le secteur noir était le tiers ou le quart de celle du cercle. J'ai placé la partie noire au bord du disque, au centre, et entre le centre et la circonférence. Enfin j'ai disposé sur un même cercle plusieurs portions noires appartenant à des secteurs ayant avec le cercle des rapports différents, et j'ai employé le disque no. 5 **). Dans tous les cas, la limite de la sensibilité est restée invariable.«

»En éclairant le disque mobile par des lumières colorées, j'ai pu déterminer si la sensibilité de l'oeil variait avec la nature des rayons lumineux. Sauf quelques restrictions dont je vais parler, j'ai trouvé que la limite de sensibilité est indépendante de la couleur. Ainsi, je vois aussi distinctement la couronne au $\frac{1}{100}$, soit que j'éclaire le disque par la lumière naturelle, soit que j'emploie des rayons colorés.«

»J'ai produit des lumières de diverses couleurs en faisant passer au travers de verres colorés les rayons du soleil ou ceux d'une lampe de Carcel. Je me suis servi des couleurs d'un spectre, et enfin de l'appareil photométrique de M. Arago.«

*) Der Umstand, dass, so viel mir bekannt, die Masson'sche Arbeit in kein deutsches wissenschaftliches Journal übergegangen ist, wird die etwas längere wörtliche Mittheilung rechtfertigen.

**) Diese Scheibe enthält einen unterbrochenen schwarzen Sectortheil.

»Les verres que je dois à l'obligeance de M. Bontemps ont tous été essayés au spectre. Excepté le verre rouge, qui ne laissait passer que l'extrémité rouge du spectre, tous les autres laissaient passer toutes les couleurs en quantités variables. Quelques-uns, le rouge par exemple, absorbaient une telle quantité de lumière, qu'on voyait difficilement la couronne.«

»Dans les essais précédents, l'observateur ayant l'oeil fixé sur le disque pendant un temps plus ou moins long, nous ne pouvons affirmer que les limites de sensibilité, ainsi déterminés, resteront les mêmes quand l'éclairement sera instantané. Je me suis assuré par le moyen suivant que, dans ce dernier cas, la limite de sensibilité éprouvait peu de variations.«

»Après avoir éclairé les secteurs du photomètre*) par une lampe Carcel, j'ai placé une lumière électrique à la distance limite, puis j'ai fait varier, soit la distance de l'étincelle, soit celle de la lampe, de manière à rendre très-sensibles les secteurs. J'ai opéré pour diverses intensités d'éclairement. En comparant ainsi la variation de distance nécessaire pour produire l'apparence des secteurs à la distance absolue des lumières, j'ai trouvé, et cela résulte aussi des expériences que je citerai plus loin, qu'on pouvait prendre pour limite de sensibilité dans mes expériences photométriques les nombres obtenus pour les lumières fixes.«

»En soumettant à mes expériences plusieurs individus, j'ai constaté un fait de la plus haute importance pour la photométrie absolue, je veux dire pour la comparaison des lumières fixes à une lumière instantanée prise pour unité. J'ai trouvé que deux personnes, qui avaient la même sensibilité, donnaient, après avoir acquis suffisamment l'habitude des expériences, les mêmes nombres au photomètre électrique.«

»J'ai substitué aux papiers blancs éclairés par des lumières colorées, des papiers colorés éclairés par de la lumière naturelle. La limite de sensibilité m'a toujours paru plus petite dans ce dernier cas, et un peu variable avec la couleur des papiers. Je ne pense pas cependant qu'on doive regarder ce fait comme une exception à la règle que j'ai établie. Il est en effet à peu près impossible de se procurer des papiers uniformément colorés; la lumière qu'ils réfléchissent est toujours très-faible, et le noir qu'on dépose à leur surface adhère difficilement et réfléchit lui-même une quantité de lumière blanche qui varie dans des limites assez étendues relativement à la lumière réfléchie par les disques colorés. Cependant, pour des papiers rouges et bleus, je suis arrivé très-sensiblement à la limite obtenue par les autres moyens.«

»Ayant remarqué qu'à la limite de la couronne décrite par la partie noire du secteur, il y avait toujours un certain contraste qui, rendant la couronne plus apparente sur ses bords, aidait à sa vision, j'ai terminé la partie noire du secteur par une bordure frangée no. 6 et 7. fig. 7« (s. Original).

*) Masson bezieht sich hier auf eine in seiner Originalabhandlung beschriebene photometrische Einrichtung, bestehend in einer vom elektrischen Funken zu erleuchtenden, in weisse und schwarze Sectoren getheilten, rasch gedrehten Kreisscheibe. Vergl. S. 153.

»Il résulte aussi des expériences, que j'ai faites sur plusieurs individus, que la sensibilité de leur organe restant la même pour toutes les couleurs, ils éprouvaient, en fixant le disque éclairé par le rouge, une fatigue, un malaise qui indiquaient chez eux une espèce de répugnance pour cette couleur. Il serait curieux d'examiner si cet effet n'est pas produit sur quelques yeux par une couleur autre que le rouge.«

Ich komme endlich zu Steinheil's Versuchen. Dieser fand in seiner berühmten Abhandlung über das Prismen-Photometer*) Veranlassung zu untersuchen, ob der Irrthum, den man in der Schätzung der Gleichheit von Lichtintensitäten begeht, je nach der Grösse der Intensitäten verschieden gross sei, und giebt (p. 14 seiner Abhandlung) das Resultat der darüber angestellten Beobachtungen kurz dahin an: »Sie zeigen, dass man mit grosser Genauigkeit den Punct erkennt, in welchem zwei Flächen gleich hell sind. Die Unsicherheit jeder einzelnen Schätzung der Art beträgt nicht über $\frac{1}{38}$ der gesammten Helligkeit; diese mag gross oder klein sein.«

Diesser Ausspruch includirt den Ausspruch unseres Gesetzes. Denn die Unsicherheit in der Schätzung der Gleichheit zweier Lichtintensitäten hängt begreiflich von der Grösse des noch erkennbaren Unterschiedes ab, und wenn bei verschiedenen Intensitäten um einen gleich grossen Verhältnisstheil im Mittel einer Mehrzahl von Versuchen geirrt wird, so muss auch die Gränze der Merklichkeit eines Unterschiedes bei einem gleich grossen Verhältnisstheile dieser Intensitäten liegen.

So fasst es Steinheil selbst, indem er (p. 71) mit Bezug auf dieselbe Beobachtung sagt: »In Abtheilung B wird gezeigt werden, ... dass man bei der Schätzung gleicher Helligkeit jedesmal um einen aliquoten Theil der gesammten Lichtmenge fehlt. Aus Letzterem folgt nun, dass, wenn man die Lichtflächen bis zu dem Puncte der Intensität schwächt, wo sie nicht mehr von dem Himmelsgrunde zu unterscheiden sind, diese alsdann eine Intensität haben, welche der des Himmelsgrundes proportional ist.«

Die absolute Angabe $\frac{1}{38}$ kann der früheren von $\frac{1}{64}$ bis $\frac{1}{120}$ gegenüber auffallen, und es bleibt fraglich, ob sie von einer Verschiedenheit der Augen oder der Methode abhängt; aber das trifft das Gesetz nicht, um was es hier zu thun ist. Dabei ist zu be-

*) Elemente der Helligkeits-Messungen am Sternenhimmel von Steinheil, in den Abhandl. der mathemat. phys. Kl. der kön. bair. Akad. 1837.

merken, dass der Bruch $\frac{1}{38}$, welcher die Unsicherheit nach Steinheil misst, dem eben merklichen Unterschiede, welchen die Brüche $\frac{1}{64}$ bis $\frac{1}{120}$ nach den anderen Beobachtern bezeichnen, zwar als proportional, aber nicht als damit übereinstimmend anzusehen ist; obwohl diese Bemerkung die Grösse und Richtung des Unterschiedes zwischen den Ergebnissen nicht erklärt.

Steinheil's Versuche (p. 75 ff. seiner Abhandlung), in so weit sie für die Bewährung unseres Gesetzes als vergleichbar in Betracht kommen, beziehen sich allerdings nur auf eine Skala dreier Intensitäten, die sich wie 1,000, 1,672 und 2,887 verhalten; haben also keine grosse Ausdehnung; doch sind sie sehr schätzbar und wichtig, nicht nur, weil sie von einem der ausgezeichnetsten, in Anwendung photometrischer Massmittel geübten, Beobachter herrühren; sondern auch, weil sie auf einem anderen Bewährungsprincipe beruhen, als die bisherigen, und also um so mehr bezeugen, dass das Gesetz jede Art Prüfung besteht.

In der That übersieht man leicht, dass bei Steinheil's Bewährung das Princip der Methode der mittleren Fehler unterliegt, indess die früheren Bewährungen auf dem Principe der Methode der eben merklichen Unterschiede fussen.

Da die Darstellung und Berechnung der Steinheil'schen Versuche nicht ohne Umständlichkeit geschehen könnte, verweise ich darüber auf das Original oder auf meine Abhandlung p. 477, wo ich nach einer etwas modificirten Berechnung und unter Ausschluss einer, mit den übrigen nicht ganz vergleichbaren, Versuchsreihe statt des Bruches $\frac{1}{38}$ finde $\frac{1}{40}$. Nur die Zusammenstellung der gefundenen, und der nach Voraussetzung der Gültigkeit des Gesetzes berechneten einfachen mittleren Fehler der, den Quadratwurzeln der Intensitäten proportionalen, Beobachtungsgrössen mag hier folgen.

Beob.	Ber.
2,517	2,426
1,712	1,846
1,471	1,428

Die bisherigen Bewährungen des Gesetzes bezogen sich auf sehr kleine Unterschiede, was, wie man im 7. Kapitel gesehen, für ein darauf zu gründendes psychisches Mass das Wesentliche ist. Die directe Bewährung desselben für mehr als nur eben merkliche Unterschiede hat einige Schwierigkeit, da bemerktermassen das Urtheil über ihre Gleichheit kein recht sicheres ist, und die Com-

bination von Versuch und Gegenversuch hier nicht eben so wie bei nur eben merklichen Unterschieden aus dem blossen Dasein auf die gleiche Merklichkeit schliessen lässt. Doch führe ich in meiner Abhandlung S. 489 die Erfahrung, dass bei Bedeckung des einen Auges ein leichter Schatten sich über das Gesichtsfeld legt, den man nicht geneigt ist heller oder dunkler zu halten, mag man ein Feuer oder eine Wand in's Auge fassen, als eine solche an, die aus gewissem Gesichtspuncte unter unser Gesetz tritt, und als Bewährung desselben für etwas mehr als eben merkliche Unterschiede gedeutet werden kann. Die Discussion dieser Erfahrung möge man in der Abhandlung selbst nachsehen.

Es giebt aber noch von einer anderen Seite eine, und zwar viel unzweideutigere, Bewährung des Gesetzes an mehr als nur eben merklichen Unterschieden, zugleich die erste, die überhaupt für das Gesetz existirt, und zwar wiederum auf jenem hohen Beobachtungsfelde, dem die zuerst angeführten Bewährungen entnommen wurden, nämlich in der Schätzungsweise der Sterngrössen, wobei man voraussetzen muss, dass das geübte Auge der Astronomen die Schwierigkeit der Schätzung im Sinne unseres Gesetzes glücklich überwunden hat.

Die Schätzung der Sterngrössen ist nämlich seit Alters (Hipparch) bekanntlich nicht nach ihrem photometrischen Lichtwerthe, sondern nach dem Eindrucke, den dieselben auf das Auge machen, geschehen, in solcher Weise, dass die Astronomen die Sterne 1., 2., 3. Grösse u. s. f. durch gleiche scheinbare Helligkeitsunterschiede auseinanderzuhalten gesucht haben, dabei aber die Nummern der Sterngrössen abnehmen lassen, während die scheinbaren Helligkeiten zunehmen. Nach unserem Gesetze nun kann der empfundene Helligkeitsunterschied zwischen den aufeinanderfolgenden Grössenclassen nur gleich sein, sofern das photometrische Verhältniss zwischen denselben gleich ist, mithin der mathematischen Reihe der Sterngrössen eine geometrische der Sternintensitäten zugehört, um mit Sternintensität kurz den photometrischen Werth eines Sternes zu bezeichnen.

Hiemit steht nun allerdings in Widerspruch, dass nach einer auf J. Herschel's Untersuchungen gestützten Angabe in v. Humboldt's Kosmos die den aufeinanderfolgenden Sterngrössen zugehörige Reihe der Sternintensitäten statt einer geometrischen Reihe, vielmehr eine quadratische Potenzenreihe ist,

$$1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16} \ldots.$$

Sollte es eine geometrische Reihe sein, so müsste jede Zahl durch Multiplication mit derselben Zahl aus der nächst vorhergehenden hervorgehen, und man unter möglichstem Anschlusse an die vorige Reihe in einfachen Zahlen vielmehr haben

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \ldots.$$

Dieser Widerspruch erscheint für den ersten Anblick um so wichtiger, als die quadratische Potenzenreihe von Herschel selbst der geometrischen Reihe vorgezogen wird und als seine höchst sorgfältige Revision der Sterngrössen und Vergleichung derselben mit den Sternintensitäten nach eigenen photometrischen Bestimmungen eine der ausgedehntesten und wichtigsten Unterlagen ist, worauf man überhaupt bei der vorliegenden Frage mit einiger Sicherheit fussen kann. Inzwischen habe ich in meiner Abhandlung, wie ich glaube, einwurfsfrei dargethan, dass der Widerspruch blos scheinbar ist, und sich bei genauerer Betrachtung vielmehr in die volle Bestätigung unseres Gesetzes auflöst. Hier die wesentlichsten Puncte:

Eine erhebliche Abweichung zwischen den obigen beiden Reihen $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16} \ldots$ und $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \ldots$ findet überhaupt nur bei der 1. Grössenclasse statt. In dieser variirt aber die Intensität der einzelnen Sterne vom Einfachen bis ungefähr zum 16fachen, so dass man, wenn man willkührlich die Intensität eines Sternes dieser Classe als Repräsentanten der Intensität der ganzen Classe wählt, solche beliebig mit dieser oder jener Reihe in Uebereinstimmung bringen kann; und in der That hat eine solche Willkühr bei Herschel stattgefunden. Derselbe hatte nämlich eine Vorliebe für die quadratische Potenzenreihe der Intensitäten, indem unter Voraussetzung derselben die Verhältnisse der Zahlen, welche die Grösse bezeichnen, zugleich die Verhältnisse der Entfernungen, in denen sie von uns stehen, bezeichnen würden; und wählte demgemäss als Repräsentanten der Sterne 1. Grösse denjenigen aus, der am besten zu dieser Voraussetzung stimmt, welcher aber keinesweges der von der mittleren Intensität ist, sondern einer der allerhellsten, der Reihenfolge nach der dritte unter den Sternen 1. Grösse, *α* Centauri, indess Herschel selbst an mehreren Orten einen anderen Stern, *α* Orionis (Beteugeuze) ausdrücklich als einen solchen bezeichnet, der eine mittlere Stelle

unter den Sternen 1. Grösse einnimmt, als ein »typical specimen« der Sterne 1. Grösse, als einen Stern »of an average first magnitude.« Wirklich nimmt auch derselbe diese Stelle nach Herschel's eigenen Beobachtungsdatis ein, wonach unter den übrigen 14 von ihm photometrisch bestimmten und unter Zuziehung von Grössenbruchtheilen gereihten Sternen 1. Grösse 8 eine kleinere, 6 eine grössere Intensität, 6 eine kleinere, 8 eine grössere Grössennummer haben, als *α Orionis*.

Hienach leuchtet ein, dass, wenn man einen mittleren oder typischen Werth für die Sterne 1. Grösse ohne willkührliche Anpassung an irgendwelche Voraussetzung sucht, man nicht *α Centauri*, sondern *α Orionis* dafür zu wählen hat. Nun steht *α Orionis* zu *α Centauri* nach Herschel's eigener photometrischer Bestimmung im Verhältnisse von 0,484 zu 1. Substituiren wir also 0,484 für 1 in die quadratische Potenzenreihe, so geht sie über in

$$0{,}484;\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{9};\ \frac{1}{16}\cdots$$

0,484 aber unterscheidet sich so wenig von 0,5 oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{9}$ von $\frac{1}{8}$, dass man in Betracht der von Herschel selbst hervorgehobenen Schwierigkeit der genauen Bestimmung von Grösse und Intensität, in Betracht ferner, dass von ihm selbst die quadratische Potenzenreihe nicht für eine mit den Beobachtungen genau zutreffende erklärt wird, den Unterschied als klein genug ansehen kann, um für die quadratische Reihe die geometrische

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{16}\cdots$$

substituirbar zu finden. Bei höheren Grössenclassen würden freilich beide Reihen weiter auseinander weichen, allein Herschel's photometrische Bestimmungen gehen nicht über die 4. Grössenclasse hinaus, und es ist also hier kein Anhalt zu weiterem Vergleiche geboten.

Eine gründlichere Berechnung, hinsichtlich deren ich auf meine Abhandlung verweisen muss, hat des Weiteren dargethan, dass die geometrische Reihe der Sternintensitäten nicht nur mit den Beobachtungsdatis Herschel's verträglich ist, sondern dieselben bei angemessener Bezugsetzung dazu und geeignet bestimmtem Exponenten der Reihe noch besser repräsentirt, als die quadratische Potenzenreihe, indem die Zusammenstellung von Beobachtung und Rechnung nach Herschel's,

auf die Voraussetzung der quadratischen Potenzenreihe gegründeten, Formel eine Fehlerquadratsumme 2,719, nach unserer, auf die Voraussetzung der geometrischen Reihe gegründeten, Formel blos 2,2291 übrig lässt.

J. Herschel's Untersuchung, wenn schon eine der wichtigsten, ist jedoch nicht die einzige, worauf man bei diesem Gegenstande fussen kann; und es wird das Statthaben der geometrischen Reihe der Sternintensitäten zur arithmetischen Reihe der Sterngrössen noch durch verschiedene andere gründliche Untersuchungen ausser Zweifel gestellt, welche sämmtlich, und zwar unabhängig von einander, zu dem gleichen Resultate geführt haben, so von Steinheil, von Stampfer, von Johnson und von Pogson. Die Zusammenstellung dieser Untersuchungen findet man theils in meiner erst angeführten grösseren Abhandlung, theils in dem Nachtrage dazu in den Berichten der sächs. Societät.

Der Exponent der geometrischen Reihe schwankt nach den Resultaten dieser verschiedenen Untersuchungen nicht sehr bedeutend um 2,5 oder 0,40; je nachdem man die Reihe der Intensitäten aufsteigend oder absteigend verfolgt, nämlich bestimmt sich wie folgt:

	aufst.	abst.
nach J. Herschel's Datis	2,241	0,4427
– Steinheil*) (1) . .	2,831	0,3588
– – (2) . .	2,702	0,3705
– Stampfer**) (1) . .	2,519	0,3970
– – (2) . .	2,545	0,3929
– Johnson***) (1) . .	2,358	0,424
– – (2) . .	2,427	0,412
– Pogson	2,400	0,417

Die Abweichungen zwischen diesen Bestimmungen des Exponenten erklären sich aus Abweichungen theils zwischen den

*) (1) Nach Steinheil's eigener Berechnung, (2) nach einer etwas abgeänderten Rechnung, vergl. meine erste Abhandlung S. 518 ff.

**) (1) Nach Bestimmung an Fixsternen, (2) nach Bestimmung an Planeten.

***) (1) Nach eigener Revision der Sterngrössen, (2) mit Zuziehung anderweiter Grössenschätzungen.

Grössenschätzungen, theils zwischen den photometrischen Bestimmungen der verschiedenen Beobachter. Auch kann auf den absoluten Werth der Bestimmungen einigen Einfluss gehabt haben, dass die Intensität des Himmelsgrundes nicht in erfoderliche Rücksicht dabei gezogen ist, wie ich näher in meiner zweiten Abhandlung bespreche. Hier jedoch würde es nicht am Orte sein, näher auf den Gegenstand einzugehen, indem die allgemeine Uebereinstimmung dieser Untersuchungen in dem für uns wesentlichen Resultate, d. i. der Gültigkeit der geometrischen Reihe der Sternintensitäten, genügt.

Nach allem Vorstehenden muss ein beiläufiger Widerspruch auffallen, der sich in J. Herschel's Angaben gegen unser Gesetz findet, und den wir, als von einem so zuverlässigen Beobachter herrührend, nicht ausser Acht lassen dürfen, wenn schon er in Widerspruch mit dem Resultate steht, was nach obiger Erörterung von anderer Seite aus Herschel's Untersuchung fliesst, und das Resultat aller vorangegangenen Untersuchungen nicht aufheben kann.

Herschel bemerkt nämlich bei Beschreibung seines Astrometers (Capreise, S. 357) in einer Anmerkung, es sei nützlich, dabei ein gleichseitiges Prisma zu Hülfe zu nehmen, um durch dessen reflectirende Wirkung die Verbindungslinie zweier zu vergleichenden Sterne dem Horizont parallel zu machen und fügt hinzu: »Occasionally, too, it may be used to enfeeble the light of nearly equal bright stars, by external reflexion in an equal ratio (by bringing the line joining their reflected images parallel to that joining their direct). In this enfeebled state, shades of inequality become apparent, which would otherwise escape detection. By increasing or diminishing (equally) the angles of incidence, the reflected images may be more or less enfeebled. A plain metallic mirror may be used for the same purpose.« (Hiezu eine Parallelstelle in Outlines p. 522.)

Wie es sich nun auch mit diesem Widerspruche verhalte, so scheint mir jedenfalls nach allem Vorstehenden unmöglich, in der von Herschel bemerkten Abweichung mehr als eine Abweichung kleiner Ordnung zu sehen, welche unter gewissen Umständen der Beobachtung eintritt. Wie es scheint, hat er diese Abweichung nur »occasionally« beobachtet, ohne bestimmte Versuche desshalb anzustellen, und nachdem er selbst anderwärts von »unzähligen« Ursachen spricht, welche »unser Urtheil in kaum glaublicher Weise bei solchen Versuchen mit bestimmen«, darf man gelegentliche Beobachtungen nicht für ausreichend halten, dieselbe bestimmten Versuchen gegenüber, wie sie vorstehends vorgelegen haben, zu begründen. Von der anderen Seite aber lässt sich allerdings denken, dass ein in solchen Beobachtungen so viel beschäftigtes und geübtes Auge als das von Herschel zuletzt eine Empfindlichkeit für feine Unterschiede und mithin feine Abweichungen vom Gesetze erlangt, welche für das Mass nur eine ganz ge-

ringe Grösse repräsentiren, bei Intensitäten, wo sie für ein ungeübtes Auge noch nicht merklich werden; und dazu nicht unwahrscheinlich, dass Herschel's Angabe sich vorzugsweise auf sehr helle Sterne bezieht, wo die Abweichung wegen der oberen Gränze des Gesetzes vielleicht überall schon spürbar wird, da Herschel selbst die Schwierigkeit einer genauen Bestimmung der hellsten Sterne hervorhebt, und also hier vorzugsweise das eben angegebene Mittel angewendet haben mag. Leider lässt sich aus Mangel bestimmterer Angaben nichts hierüber entscheiden. Doch fodert jener, sicher auf etwas Thatsächlichem fussende, Widerspruch um so mehr zu einer weiteren Untersuchung der Bedingungen der Gültigkeit des Gesetzes auf.

Das Bisherige betraf den Nachweis, dass das Gesetz überhaupt in gewissen Gränzen besteht, ohne diese Gränzen genauer festzustellen; was überhaupt bis jetzt noch nicht geschehen ist. Doch wird theils über die Verhältnisse, den Grund, die Natur dieser Gränzen noch in manche Erörterungen einzugehen sein; theils die Anführung mancher Puncte hier zweckmässig anzuknüpfen sein, welche unbeschadet der Gültigkeit des Gesetzes auf die Merklichkeit der Lichtunterschiede Einfluss haben, also bei Versuchen über die Gültigkeit desselben gleich oder vergleichbar zu halten sind; übrigens hier, wo sie zuerst in Rücksicht kommen, auch zulänglich für späteren Bezug darauf behandelt werden sollen.

Die obere Gränze des Gesetzes, wenn das Auge sich geblendet fühlt, hängt unstreitig damit zusammen, dass das Auge hiebei nachtheilig afficirt wird. In gewisser Hinsicht ist eine obere Gränze der Art selbstverständlich. Unstreitig können die inneren Bewegungen, an denen die Empfindung hängt, nicht über eine gewisse Gränze hinaus gesteigert werden, ohne das Organ zu zerstören und die Möglichkeit ihrer weiteren Steigerung selbst aufzuheben. Auch zwei ungleich starke Reize, die diese Gränze der Erregung erreichen und überschreiten, werden es doch nur bis zu diesem gleichen Maximum der Empfindung zu bringen im Stande sein, also keinen Unterschied der Empfindung mehr geben können. Doch führt jedenfalls schon die Annäherung an diese Gränze eine Abweichung vom Gesetze mit.

Es liegt nahe, die obere Abweichung vom Gesetze einfach darauf zu schieben, dass das Auge durch Abstumpfung gegen den Lichtreiz zugleich unempfindlicher gegen Lichtunterschiede werde, und diess scheint seine schlagende Bestätigung darin zu finden, dass man nach plötzlichem Uebertritte aus vollem Tageslichte in

eine dämmerige Kammer in den ersten Momenten gar nichts unterscheidet, allmälig aber immer besser unterscheiden lernt. Nun aber macht sich die gleiche Erscheinung noch in umgekehrter Richtung geltend. Wer nach längerem Aufenthalte im Dunkeln plötzlich in das Helle tritt, vermag anfangs eben so wenig die Gegenstände zu unterscheiden, und lernt es erst allmälig. Wäre Abstumpfung der Grund, dass man in sehr hellem Lichte Unterschiede nicht wohl erkennt, so müsste man im ersten Augenblicke beim Eintritte aus dem Dunkel in das Helle am deutlichsten, und allmälig immer schlechter unterscheiden. Schon bei Anstellung des Versuches und Gegenversuches mit den Wolkennüancen S. 144 machte sich dieser doppelte Fall geltend.

Man könnte hienach geneigt sein, die Unfähigkeit beim Eintritte aus dem Hellen in das Dunkel die Gegenstände sogleich zu unterscheiden, vielmehr auf eine Nachdauer des Lichteindruckes, als Abstumpfung gegen den Eindruck, und die entsprechende Unfähigkeit beim Eintritte aus dem Dunkel in das Helle auf die Allmäligkeit, mit der sich Eindrücke geltend machen, zu schieben. Bliebe nämlich beim Uebergange ins Dunkle aus dem Hellen das Augenschwarz durch Nachdauer noch eine Zeit lang erhellt, so könnten lichtschwache Eindrücke nach dem Principe des Verschwindens der Sterne am Tage nicht wahrgenommen werden, und machte sich beim umgekehrten Uebergange der stärkere Eindruck in langsamerem Verhältnisse geltend als der schwächere, so könnten auch Unterschiede zwischen starkem Lichte anfangs nicht wahrgenommen werden. In der That habe ich diese Erklärung in meiner Abhandlung über »ein psychophysisches Grundgesetz« S. 487 vermuthungsweise aufgestellt. Doch scheinen mir nach genauerer Erwägung beide Seiten der Erklärung nicht mehr haltbar. Denn nach allen bisherigen Erfahrungen erlöscht das Phänomen der Nachdauer zu rasch, anderer Schwierigkeiten nicht zu gedenken; und der Annahme, dass sich ein starker Lichteindruck verhältnissmässig langsamer geltend mache als ein schwacher, widersprechen positive Versuche von Swan*).

Wenn ich nicht irre, so tritt die anfängliche Unfähigkeit, nach Eintritt aus dem Hellen in das Dunkel zu sehen, wesentlich unter Gesichtspuncte, die im 12. Kapitel ihre Erörterung finden werden; jedoch die gleiche Unfähigkeit beim Uebertritte aus dem Dunkel in das Helle nicht erklären, und vielleicht ist daher noch als Erklärung zuzuziehen, dass, so wie vorgängige Einwirkung eines starken Lichtreizes gegen die absolute Empfindung eines schwachen eine Zeit lang mehr oder weniger stumpf macht, so auch vorgängige Einwirkung eines starken Lichtunterschiedes

*) Sillim. J. 1850. IX. p. 443.

gegen die nachherige Empfindung eines schwachen Unterschiedes eine Zeit lang mehr oder weniger stumpf macht. Sei es nun, dass wir von sehr hellem zu sehr schwachem Lichte übergehen, oder umgekehrt, so ist diess ein starker Lichtunterschied, der, obwohl successiv aufgefasst, doch auch gegen Lichtunterschiede, die nachher gleichzeitig aufgefasst werden sollen, eine Zeit lang mehr oder weniger abstumpfen könnte. Jedoch ist allerdings auch diese Erklärung bis jetzt noch sehr problematisch.

Wie dem auch sei, so bleibt immer nach den, im 12. Kapitel aufzustellenden, Gründen überwiegend wahrscheinlich, dass, wenn das Auge sich für beide Componenten in gleicher Weise abstumpft, diess keinen anderen Erfolg hat, als wenn beide Componenten äusserlich in gleichem Verhältnisse abgeschwächt werden, wo der Unterschied noch gleich merklich bleibt, so dass also eine Störung des Gesetzes von hier aus nicht stattfinden kann.

Was die untere Gränze unseres Gesetzes anlangt, so ist sie bei näherer Betrachtung nicht als eine wahre Gränze anzusehen, und was bisher als Abweichung vom Gesetze erschien, ist genau betrachtet eine Folgerung des Gesetzes. Um diess zu zeigen, ist eine, auch für die Folge nach vielen Beziehungen wichtige, Vorerörterung nöthig.

Abnormerweise können in allen Sinnesgebieten durch innere Ursachen (innere Reize) unabhängig von äusseren Reizen Empfindungen entstehen, die man bekanntlich mit dem Namen Hallucinationen bezeichnet; ein Beweis, dass ein Vermögen dazu unabhängig von äusseren Reizen in allen Sinnesgebieten vorhanden ist. Insofern kann es an sich nichts Auffallendes haben, wenn ein solches sich in einem gegebenen Gebiete auch constant und normalerweise äussert. Ein Beispiel hiezu bietet uns factisch der Gesichtssinn dar, wo wir eine so zu sagen normale Hallucination anzuerkennen haben. In der That ist das Schwarz, was wir im Dunkeln und bei geschlossenen Augen sehen, eine Lichtempfindung, die ohne äusseren Reiz statt hat, nicht zu verwechseln mit dem Nichtssehen, welches mit dem Finger oder Hinterkopfe statt hat, und nicht zu vergleichen mit dem Nichtshören bei Abwesenheit äusseren Geräusches. Vielmehr ist das Schwarz, was wir im geschlossenen Auge haben, nur dieselbe Lichtempfindung, die wir beim Anblicke einer schwarzen Fläche haben, die durch alle Gradationen in die stärkste Lichtempfindung übergehen kann; ja das

innere Schwarz des Auges geht selbst durch rein innere Ursachen mitunter in helles Licht über, und enthält lichte Phänomene so zu sagen eingesprengt.

Bei genauerer Aufmerksamkeit entdeckt man in dem Schwarz des geschlossenen Auges eine Art feinen Lichtstaub, der bei verschiedenen Personen und in verschiedenen Zuständen des Auges in verschiedener Reichlichkeit vorhanden ist, und sich in krankhaftem Zustande zu lebhaften Lichtphänomenen steigern kann. In meinem Auge ist seit einer längeren Augenkrankheit ein starkes continuirliches Lichtflackern vorhanden, was nach Massgabe zunimmt, als der, grossen Schwankungen unterliegende, Reizzustand meines Auges zunimmt. Solche lebhafte subjective Lichtphänomene können übrigens bei verschiedenen Individuen sehr verschiedene Formen annehmen, worüber ich hier in kein weiteres Detail eingehe, sondern auf Schriften über Augenkrankheiten und Kapitel über subjective Lichtphänomene in physiologischen Schriften verweise. Vergl. z. B. Rüte's Ophthalmol. 2. Aufl. S. 192.

Der schwarze Grund des Auges kann auch an Tiefe zunehmen und abnehmen. Der Beweis dafür ist leicht zu führen. Hat man eine weisse Scheibe auf schwarzem Papiere scharf und anhaltend betrachtet, so zeigt sich nachher selbst im geschlossenen Auge bei vorgehaltenen Händen (um den Lichtzutritt durch die Augenlieder auszuschliessen), ein vertieft schwarzes Nachbild der Scheibe in einem relativ dagegen hellen Grunde; zugleich zeigt sich die Netzhaut an der Stelle des Nachbildes abgestumpft gegen äusseres Licht; denn richtet man das Auge, in dem man das Nachbild hat, offen auf eine weisse Fläche, so sieht man daselbst einen gegen den weissen Grund dunklen Fleck. Also vertieft sich das Augenschwarz durch Ermüdung des Auges und erhellt sich relativ durch Ruhe.

Denselben Erfolg, den Ermüdung hiebei hat, hat Lähmung, welche partiell oder total, unvollkommen oder vollkommen, vorübergehend oder bleibend sein, blos die Netzhaut oder auch die Centraltheile des Sehapparates betreffen kann. Nicht selten sind nur manche Stellen der Netzhaut gelähmt, dann sieht der Kranke mit offenem Auge grüne, schwarze oder (in Betracht der für verschiedene Farbestralen verschieden geschwächten Empfindlichkeit) gefärbte Flecke auf den Gegenständen, welche den gelähmten Stellen entsprechen*). Bei manchen Kranken tritt dergleichen vorübergehend ein. Auch das ganze Gesichtsfeld kann sich eben so wie bleibend, vorübergehend aus inneren Ursachen verdunkeln. Rüte**) »beobachtete eine

*) Rüte, Ophthalmol. II. 458.

**) Ophthalmol. I. 156.

Dame, bei der sich unter gleichbleibendem Lichte oft plötzlich eine vollkommene Dunkelheit über die Augen ergoss, aus der die sichtbaren Objecte nur dann und wann wie Phantome auftauchten und sogleich wieder verschwanden, wenn die Kranke sie zu fixiren strebte.«

Sollte nicht blos die Netzhaut, sondern auch die Centraltheile des Gesichtssinnes vollständig gelähmt sein, so hätte man zu erwarten, dass nicht blos das Gesichtsfeld sich verdunkelt, sondern das Schwarz des Gesichtsfeldes selbst schwindet, (wie es an den Gränzen des Gesichtsfeldes im geschlossenen Auge schwindet) und mit den Augen eben auch nicht mehr als mit dem Finger oder einem todten Nervenstrange gesehen wird. Ich habe nichts darüber finden, und von berühmten Augenärzten keine entscheidende Auskunft darüber erhalten können, ob dergleichen wirklich total und bleibend beobachtet worden ist; es scheint nicht so; vorübergehend und partiell aber ist es nach folgender Angabe Rüte's*) der Fall: »Es kommt bei nervösen Subjecten bisweilen vor, dass ihnen bei momentanen Lähmungen einzelner Theile der Retina das Stück der Aussenwelt, welches den gelähmten Stellen entspricht, wie im Raume gar nicht vorhanden erscheint**).« Wahrscheinlich sind die centralen Bedingungen der Gesichtsempfindung im Gehirne zu wesentlich mit den Bedingungen des Lebens verbunden, als dass ein totales und bleibendes Aufhören der einen ohne die anderen stattfinden könnte.

Unter Voraussetzung der unbeschränkten Gültigkeit des Gesetzes nach unten lässt sich selbst die photometrische Intensität des Augenschwarz durch ganz analoge Versuche, als bisher zur Bewährung des Weber'schen Gesetzes angestellt worden sind, bestimmen. Hiezu hat man nämlich nur im Nachtdunkel ein einziges Licht so weit von einem schattengebenden Körper zu entfernen, bis der, nur allein noch vom Augenschwarz erfüllte, Schatten von dem, durch das Augenschwarz und die äussere Erleuchtung zugleich erhellten Grunde nur eben nicht mehr unterscheidbar ist. Legt man den von Volkmann gefundenen Bruchwerth $\frac{1}{100}$ unter, so beträgt bei dieser Entfernung die Erleuchtung, welche das Licht dem Augenschwarz zufügt, $\frac{1}{100}$ der Intensität des Augenschwarz.

Dieser Versuch ist wirklich, wenn auch bisher erst sehr beiläufig, angestellt worden. Für Volkmann's Augen verschwand der Schatten auf einem Grunde von schwarzem Sammet, als das Licht, eine gewöhnliche brennende Stearinkerze, in einem langen

*) Ophthalmol. I. 154.

**) Eine Abhandlung von Gräfe »Ueber die Unterbrechungen des Gesichtsfeldes bei amblyopischen Affectionen« in Gräfe's Arch. f. Ophthalmol. II. Abh. 2. S. 258 scheint doch nur Fälle zu betreffen, wo Stücke des Gesichtsfeldes nicht sowohl weggefallen, als blos verdunkelt waren.

dunkeln, durch einige Zimmer noch verlängerten, Gange bis auf 87 Fuss davon zurückgerückt war. Sofern nun bei dieser Entfernung die Erleuchtung, die das Licht dem Augenschwarz zufügte, $\frac{1}{100}$ der Erleuchtung durch das Augenschwarz war, würde sie bei $\frac{1}{10}$ jener Entfernung, d. i. bei 8,7 Fuss Entfernung derselben gleich gewesen sein. Der Versuch sagt also: dass eine schwarze Tafel durch eine gewöhnliche Stearinkerze, die in ungefähr 9 Fussen Entfernung davon brennt, eine eben so starke Erleuchtung empfängt, als durch das Augenschwarz allein ohne äussere Beleuchtung, und mithin die photometrische Intensität der letzten Erleuchtung der ersten gleich ist.

Vielleicht mag man einen solchen Helligkeitswerth des Augenschwarz noch auffallend und viel zu gross finden, sofern *er* der Erleuchtung einer Fläche durch eine gewöhnliche Kerze in nahe 9 Fuss Abstand äquivalent sein soll. Aber man muss nicht übersehen, dass es die Erleuchtung einer schwarzen Fläche ist, womit die Gleichwerthigkeit behauptet, weil durch den Versuch bewiesen, wird. Es würde aber eine absolut schwarze Fläche selbst durch die nächststehende noch so intensive Flamme gar nicht erleuchtet werden, indem sie alles Licht verschluckte, und nur der Umstand, dass es keinen absolut schwarzen Körper giebt, lässt noch von einem geringen Erleuchtungsgrade eines schwarzen Grundes überhaupt sprechen. Daher warf der schwarze Grund immerhin etwas, aber doch nur sehr wenig, Licht in der Umgebung des Schattens zurück, womit die Helligkeit des Augenschwarz sehr wohl in der Art commensurabel sein konnte, wie es sich durch den Versuch herausgestellt hat.

Ich habe hier nur das Ergebniss für Volkmann's Augen bei dem sorgfältigsten Versuche, den er bisher angestellt, angeführt; zwei andere Personen, welche er zu dem Versuche zuzog, erkannten den Schatten noch bei jener Distanz von 87 Fussen, über welche der Versuch nach der Beschaffenheit der Localität nicht getrieben werden konnte, was beweist, dass entweder die Helligkeit ihres Augenschwarz oder ihre Empfindlichkeit eine andere war. Volkmann beabsichtigt, diesen Versuchen noch genauere Bestimmtheit, weitere Ausführung und Folge zu geben. Vorläufig genügt das von ihm erhaltene Resultat zu zeigen, dass die photometrische Intensität des Augenschwarz weder eine an sich un-

messbare, noch unmessbar kleine ist; und diess ist es, worauf es hier zunächst ankommt.

Insofern nach allem Vorstehenden das Schwarz des Gesichtsfeldes bei vollkommenem Auschlusse äusseren Lichtes noch als eine wirkliche Lichtempfindung anzusehen ist, darf es bei der Prüfung des Weber'schen Gesetzes nicht vernachlässigt werden. Gesetzt, wir betrachten zwei einander nahe Wolkennüancen oder Schatten mit blossen Augen, so fügt sich zu beiden Wolkennüancen oder Schatten noch die Helligkeit des Augenschwarz hinzu. Dämpfen wir nun das Licht beider Wolkennüancen oder Schatten durch Vorhaltung eines grauen Glases in einem gegebenen Verhältnisse, so bleibt die Helligkeit des Augenschwarz dabei ungedämpft, und fügt sich immer noch mit seiner constanten Intensität den beiden Wolkennüancen oder Schatten hinzu, die also nicht wahrhaft dasselbe Verhältniss und hiemit nicht denselben relativen Unterschied als vorher behalten, sondern einen geringeren, was nach dem Gesetze eine Verminderung des Unterschiedes in der Empfindung mitführen muss. Ja, wenn wir mit der Dunkelheit der Gläser immer weiter gehen, so bleibt endlich das Augenschwarz statt beider Nüancen allein übrig, und aller Unterschied verschwindet. Das Schwarz im Auge wirkt bei diesem Versuche in der That, wie sonderbar diess auch erscheinen möge, ganz wie die helle Erleuchtung des Himmels, in der die Sterne verschwinden. Also kann sich das Weber'sche Gesetz bei blosser Beziehung auf den äusseren Lichtreiz nur insofern und so lange bestätigen, als das innere Augenlicht gegen das äussere verschwindend klein ist, wie denn auch Masson die Gültigkeit des Gesetzes nur von dem Puncte an in Anspruch nimmt, wo man gewöhnliche Druckschrift lesen kann; wogegen, wenn man zu grosser Dunkelheit mit den Versuchen herabgeht, der Unterschied der Nüancen undeutlicher werden muss. Entsprechendes gilt für alle angeführte Modificationen des Versuches, und bestätigt sich überall durch die Erfahrung.

Eine gute Erläuterung zu Vorstehendem gewährt es, dass man einen Lichtschein, der sich nur ganz wenig vom Augenschwarz unterscheidet, durch ein scheinbar ganz entgegengesetztes Mittel, doch nach demselben Principe, zum Verschwinden bringen kann.

Wenn man Abends einen Stern ins Auge fasst, den man nur

eben vom schwarzen Himmelsgrunde unterscheiden kann, so kann man ihn eben sowohl zum Verschwinden bringen, wenn man ein verdunkelndes Glas vor die Augen nimmt, als wenn man dem Auge die Lampe von der Seite nähert. Eine entsprechende Erfahrung liess sich sehr schön an dem prachtvollen Kometen des Jahres 1858 Anfangs October machen. Sowohl durch graue wie farbige Gläser, als Annäherung einer hellen Lampe von der Seite verkürzte sich der Schweif ausnehmend, und ein dunkelrothes Glas, durch das ich bei Tageslicht die feinsten Wolkennuancen erkannte, brachte gar den ganzen Kometen zum Verschwinden. Das Erste erklärt sich dadurch, dass durch die Gläser das Licht des Sternes oder Kometen, nicht das des Schwarz im Auge, erheblich geschwächt wird, das Zweite dadurch, dass durch das Licht nicht blos die Stelle der Netzhaut, worauf sein Bild fällt, sondern in gewissem Grade der ganze Augengrund erleuchtet wird, wozu verschiedene Ursachen beitragen, die von verschiedenen Beobachtern hervorgehoben worden sind.

Einmal scheint das Licht durch Sclerotica und Chorioidea mit röthlicher Farbe durch, wovon manche bemerkenswerthe Erscheinungen objectiver und subjectiver Färbung der Bilder abhängen, die Brücke in Poggend. Ann. LXXXIV. S. 418 besonders sorgfältig studirt hat; zweitens findet vom Bilde aus eine directe zerstreuende Reflexion auf die übrigen Theile der Netzhaut, so wie rückwärts nach der Hornhaut statt, von welcher das Licht zum Theil abermals nach der Netzhaut zurückgeworfen wird, welche Puncte unter Mitrücksicht auf den folgenden besonders Helmholtz in Pogg. Ann. LXXXVI. S. 501 ff. hervorgehoben hat; drittens findet wegen der mikroskopischen Zusammensetzung der Augenmedien aus Zellen, Fasern, Häutchen eine unregelmässige Lichtzerstreuung, wie es scheint nach dem Principe der Beugung statt, wovon die um Lichtflammen sichtbaren farbigen Höfe abhängen, welche Meyer in Pogg. Ann. XCVI. S. 235 zum Gegenstande eines besonderen Studiums gemacht hat. Vermöge der letzten Ursache so wie vermöge der directen zerstreuenden Reflexion vom Bilde der Lichtquelle auf die übrige Netzhaut ist die Erleuchtung der Netzhaut am stärksten in der Nähe des Bildes, erstreckt sich aber abnehmend in der That über den ganzen Augengrund.

Durch die vereinigte Wirkung dieser Ursachen wird das sehr schwache Licht des Sternes oder Kometenschweifes, ähnlich wie das Sternenlicht durch das Tageslicht, um so leichter übertäubt, je näher es dem Bilde der Lichtquelle im Auge fällt, da die Erleuchtung des Augengrundes in dessen Umgebung am stärksten ist.

Daher auch die Angabe Brewster's*):

»Wenn das Licht der dicht beim rechten Auge gehaltenen Kerzenflamme auf einen Theil der Netzhaut wirkt, macht es alle übrigen Theile der Netzhaut in stärkerem oder schwächerem Grade unempfindlich für alle anderen Lichteindrücke. Die Unempfindlichkeit erreicht ihr Maximum dicht bei dem erleuchteten Flecke, und nimmt mit der Entfernung von diesem ab. Mässig beleuchtete Gegenstände verschwinden wirklich in der Gegend der stark erregten Partien, und Körper von lebhaften Farben werden nicht nur alles ihres Glanzes beraubt, sondern auch in ihrer Farbe verändert.«

Auf demselben Grunde beruht es, dass man nach Helmholtz Methode**) die sog. übervioletten Stralen des Sonnenspectrum, welche nach der gewöhnlichen Methode nicht gesehen werden, selbst ohne Anwendung fluorescirender Substanzen erblicken kann, wenn man es so einrichtet, dass sie merklich isolirt von dem übrigen Theile des Spectrum, der sie durch zerstreutes Licht übertäubt, aufgefasst werden können.

Eine allgemeine Folgerung aus Vorstehendem ist ferner, dass, ungeachtet bei verstärkter Beleuchtung die Menge reflectirten Lichtes auf schwarzen und weissen Flächen in gleichem Verhältnisse wächst, doch der Unterschied des Weissen vom Schwarz mit zunehmender Beleuchtung grösser erscheint, weil die Helligkeit des Augenschwarz immer den Hauptantheil an der Helligkeit des Schwarz behält. Diess ist z. B. der einfache Grund, dass man im Hellen besser lesen kann, als im Dunkeln.

Abgesehen von den Gränzen des Gesetzes, welche mit dem Grade der Intensität des Lichtes in Beziehung stehen, darf man nicht vergessen, dass eine Bestätigung desselben durch Beobachtung nur in soweit zu erwarten ist, als ausser den Intensitätsverhältnissen die übrigen Umstände gleich bleiben, welche auf die Auffassung des Lichtunterschiedes einen Einfluss äussern können. Nun ist die Untersuchung über die Umstände, welche in dieser Hinsicht von belangreichem Einflusse sein können, noch in hohem Grade unvollständig; doch soll einiger Puncte gedacht werden, welche nach den bisherigen Erfahrungen vorzugsweise Beachtung verdienen.

Schon S. 152 wurde angeführt, dass Arago einen Einfluss der Bewegung der Componenten auf die Wahrnehmung ihres Unterschiedes erkannt habe. Auch Volkmann hat diesen Einfluss wahrgenommen. Um die feinsten Spuren des erscheinenden

*) Pogg. XXVII. S. 494.
**) Pogg. LXXXVI. S. 513.

oder verschwindenden Schattens aufzufassen, musste das schattengebende Licht bewegt werden, womit sich der Schatten zugleich bewegte; und der eben merkliche Unterschied $\frac{1}{100}$ ist unter dem Einflusse der Bewegung bestimmt.

Bei Arago's hierauf bezüglichen Versuchen bestanden die Componenten nicht aus zwei Schatten, sondern wurden so erhalten, dass mit einem Fernrohre, welches inwendig ein Rochon'sches Prisma (wodurch ein Doppelbild erzeugt wird) hatte, und vor dessen Objectiv ein Nicol'sches Prisma angebracht war, durch dessen Drehung das eine Bild in beliebigem und messbarem Verhältnisse gegen das andere abgeschwächt werden kann, nach einer in schwarzer Pappe angebrachten Oeffnung, welche sich auf den bedeckten Himmel projicirte, visirt ward, wo sich dann aus der Lage der Hauptschnitte des Nicol'schen und des Rochon'schen Prisma gegen einander die relative Intensität der beiden durch letzteres erzeugten Bilder bestimmen lässt. Durch geradlinige Bewegung des Rochon'schen Prisma im Fernrohre in der Richtung vom Ocular nach dem Objective wurde das schwächere Bild in Bewegung gesetzt, so dass es von der Lage, wo sein Rand durch die Mitte des stärkeren ging, in gemessener Zeit zu derjenigen überging, wo sein Rand sich mit dessen Rande berührte.

In drei Versuchsreihen, welche unter Zuziehung mehrerer Beobachter auf diese Weise angestellt wurden, fand bei einer Geschwindigkeit der Bewegung des Bildes von 12 Winkelminuten in der Zeitsecunde das Verschwinden des schwächeren über dem stärkeren superponirten Bildes für das Auge statt, wenn die Intensität des schwächeren folgenden Bruchwerth des stärkeren betrug:

	In der Ruhe.	Bei Bewegung.
I.	$\frac{1}{39}$	$\frac{1}{58}$
II.	$\frac{1}{51}$	$\frac{1}{87}$
III.	$\frac{1}{71}$	$\frac{1}{131}$

In Betreff des grossen Unterschiedes, welchen die absoluten Zahlen dieser drei Versuchsreihen zeigen, bemerkt Arago blos: »*Je ne chercherai pas ici à expliquer, comment la sensibilité de l'oeil correspondant à l'état de repos a été si différente dans ces trois séries d'expériences. C'est là un phénomène physiologique, sur lequel il y aura à revenir.*« Der Unterschied kann nicht von der Verschiedenheit der Beobachter abgehangen haben, da Arago sagt: Vor-

stehendes seien die »*résultats à très-peu concordants, obtenus par M. Laugier, par M. Goujon et par M. Charles Mathieu;*« eben so wenig von einer Verschiedenheit der absoluten Intensität, welchem theils die ausdrückliche Anerkennung unseres Gesetzes in der populären Astronomie widerspricht, theils die allgemeine Angabe, die er für sämmtliche Versuche beifügt: »*Ajoutons, comme renseignement propre à faire juger de l'obscurité du champ, que l'image faible, lorsqu'elle se projetait en dehors de l'image forte, a disparu quand son intensité était de* $\frac{1}{2100}$.«

Von Interesse in Bezug auf den Einfluss der Bewegung sind auch folgende Bemerkungen von Förster*), die er bezüglich der Anwendung seines Photometers macht:

»Bei einer sehr schwachen Beleuchtung und kleinen Objecten tritt die Erscheinung ein, dass letztere, wenn man sie einige Momente lang ruhig betrachtet hat, plötzlich, anstatt noch deutlicher zu werden, verschwinden, um bald wieder aufzutauchen. Ich glaube, dass dieser Wechsel nicht in einem, der Retina als Eigenthümlichkeit zukommenden, Schwanken ihrer Energie beruht, sondern darin, dass in dem Momente, wo die Objecte wieder sichtbar werden, die Augen eine kleine Bewegung ausgeführt haben, so dass nun dieselben Bilder neue, bisher auf andere Weise erregte Retinatheile treffen. Ich habe bei Gelegenheit der mit Aubert angestellten Experimente über den Raumsinn der Retina (cf. v. Gräfe'sches Arch. III) diess mit grösster Bestimmtheit beobachten können. Wir betrachteten damals in einem stark verdunkelten Zimmer auf einige Fuss Abstand grosse Bogen Papier, auf denen sich, durch grössere Zwischenräume isolirt, schwarze Ziffern befanden, und es kam uns darauf an, das Auge recht ruhig zu halten. Das Zimmer war so dunkel, dass uns die Zahlen nur eben noch als schwarze Flecke erschienen. Fixirte ich eine von diesen, so dauerte es — bei einer gewissen sehr schwachen Beleuchtung — nicht lange, bis sowohl die fixirte Ziffer als alle anderen in dem Grau des Papierbogens, der immer dunkler wurde, vollständig verschwand. War dieser Moment eingetreten, so wurde das Fixiren fernerhin unmöglich, es stellte sich ein unangenehmes Gefühl in der Orbita ein, die Augen machten eine kleine Bewegung und sofort war wieder der ganze Bogen mit den Zahlenflecken sichtbar. Die Bewegung wurde entweder selbst als solche wahrgenommen, oder sie wurde willkührlich gemacht, oder endlich sie wurde daraus erschlossen, dass nun eine anders gelegene Zahl im Fixationspuncte stand.«

Bis jetzt ist noch unklar, worauf der Einfluss der Bewegung beruht. Man hat ihn darin gesucht, dass der Unterschied auf eine neue, noch nicht ermüdete Stelle falle, allein da die Componenten des Unterschiedes durch die Bewegung nicht geändert wer-

*) Ueber Hemeralopie p. 13.

den, sondern blos die Stelle des sehr kleinen Unterschiedes verrückt wird, so scheint es nicht, dass der Ermüdungszustand durch die Bewegung erheblich gemindert werden könnte.

Demnächst wäre möglich, dass es vielmehr die vervielfältigte Auffassung des Unterschiedes durch eine Mehrheit von Puncten als die Frische dieser Puncte ist, was die grössere Merklichkeit des Unterschiedes bei der Bewegung bedingt, insofern vielleicht eine Summation des Eindruckes der successiv getroffenen Puncte in der Zeit bis zu gewissen Gränzen stattfindet. Endlich könnte folgendes, freilich auch noch nicht erklärtes, aber doch durch seine Allgemeinheit gewissermassen einen Erklärungsgrund vertretendes, Verhältniss im Spiele sein. Jeder Vergleich zweier unterschiedener Grössen gelingt besser, wenn wir dieselben successiv mit denselben Organtheilen, als simultan mit verschiedenen auffassen, wie E. H. Weber hervorgehoben und durch Versuche belegt hat, und wie auch schon S. 88 geltend gemacht wurde. So erkennen wir einen kleinen Unterschied zweier Gewichte leichter durch successives Abwägen mit derselben Hand, als gleichzeitiges mit verschiedenen Händen. Durch die Bewegung der Componenten bei unseren Lichtversuchen wird aber der gleichzeitige Unterschied für verschiedene Netzhautpuncte in einen successiven für dieselben umgesetzt. Auf dieselben Puncte, auf die noch eben stärkeres Licht fiel, fällt alsbald schwächeres und umgekehrt, und je rascher die Bewegung erfolgt, um so mehr Puncte treten in gegebener Zeit in diese Succession ein. Jedoch ist auch diese Erklärung bis jetzt nur eine vermuthungsweise.

Weiter gehört zu den Umständen, welche auf die Erkennbarkeit eines Unterschiedes Einfluss haben, die Ausdehnung der Componenten, ohne dass aber das Gesetz bezüglich der Intensität dadurch geändert wird, wenn die Ausdehnung jedesmal vergleichbar bleibt, wie unmittelbar daraus hervorgeht, dass es an Sternen eben so gut als an ausgedehnten Schatten sich gültig erwiesen hat. Aber ein Lichtpunct ist bei gleicher Intensität nicht so leicht vom Grunde unterscheidbar, als eine Lichtfläche. Da inzwischen dieser Gegenstand ausführlicher im 11. Kapitel behandelt wird, so gehe ich hier nicht weiter darauf ein.

Drittens hat sich gezeigt, dass ein gegebener relativer Lichtunterschied leichter erkannt wird, wenn sich seine Componenten dunkel in hellem Grunde als hell in dunklem Grunde finden. Hier-

über liegt nicht nur eine auf Erfahrung gestützte ausdrückliche Angabe von Arago bezüglich der Wahl des einen oder anderen Verhältnisses bei einem von ihm angegebenen photometrischen Apparate vor*); sondern Hankel hat auch dasselbe bei Gelegenheit anderer photometrischer Versuche gefunden, welche bis jetzt noch nicht veröffentlicht sind.

Schliesslich noch folgende Bemerkung: Bei der sonst gewöhnlich als gültig angesehenen Analogie zwischen Tonhöhen und Farbe ist es ein beachtenswerther, aus dieser Analogie ganz heraustretender, Umstand, dass das Weber'sche Gesetz im Gebiete der Farben nicht eben so besteht, als, nach dem alsbald Mitzutheilenden, im Gebiete der Tonhöhen, d. h. die gleich merklichen Unterschiede der Schwingungszahlen sind keineswegs den Schwingungszahlen der Farben proportional. In der That gewahrt das Auge an den Gränzen des Spectrum in Intervallen einer kleinen oder selbst grossen Terz kaum eine Farbenänderung, indess in der Gegend des Gelb und Grün die merklichen Farbenübergänge sich so rasch folgen, dass sämmtliche Uebergangsstufen zwischen Gelb und Grün in das Intervall eines kleinen halben Tones zusammengedrängt sind**). Uebrigens giebt es auch andere, hier nicht zu erörternde, Puncte, in welchen die Analogie zwischen Tönen und Farben fehl schlägt.

2) Schall.

Im Gebiete des Schalles gilt es zu unterscheiden blosse Geräusche, welche keine bestimmte Tonhöhe haben, wo dann blos die Stärke als etwas Messbares in Betracht kommt, und Töne, bei welchen die von der Schwingungsamplitude abhängige, dem Quadrate derselben proportionale Stärke, und die von der Schwingungszahl abhängige, durch dieselbe physikalisch gemessene, Höhe besonders in Betracht zu ziehen sind. Die Verhältnisse der Stärke wird man eben so bei den einen als anderen, die der Höhe nur an letzteren untersuchen können. Fassen wir zuerst die Stärke in das Auge.

Renz und Wolf***) haben unter Vierordt's Leitung nach

*) Arago's Werke, herausgegeben von Hankel.

**) Helmholtz in den Berichten der Berl. Akad. 1855. S. 757 ff.

***) Vierordt's Arch. 1856. H. 2. S. 185. Poggend. Ann. XCVIII.

der Methode der richtigen und falschen Fälle Versuche über die Empfindlichkeit des Ohres für Unterschiede der Schallstärke am Tiktak einer Uhr, die in verschiedenen Abständen vom Ohre unter geeigneten Massregeln angebracht wurde, angestellt. Als Hauptresultat folgt aus ihren Versuchen:

»Werden zwei Schallgrössen von absolut jedoch ziemlich schwachen Intensitäten unmittelbar hinter einander wahrgenommen, so wächst die Sicherheit des Urtheiles mit zunehmender Differenz der Schallstärken in der Art, dass Schallgrössen im Verhältnisse von 100 : 72 unter allen Umständen von einander deutlich unterschieden wurden. Bei Schallgrössen, die sich verhalten wie 100 : 92, übertrifft die Zahl der richtigen Entscheidungen nur um ein Geringes die Summe der falschen und unentschieden gebliebenen.«

Diese mit Sorgfalt angestellten Versuche verdienen Beachtung als Erläuterungsbeispiele für die Anwendung der Methode der richtigen und falschen Fälle, und, sofern sie, was auch für das Folgende in Betracht kommen wird, auf eine verhältnissmässig geringe Sicherheit in der Erkenntniss von Unterschieden der Schallstärke hinweisen, sind aber nicht geeignet, über die Gültigkeit unseres Gesetzes zu entscheiden, da sie nicht auf die Gleichheit des empfundenen Unterschiedes bei verschiedenen absoluten Schallstärken gerichtet gewesen sind. Hierauf beziehen sich die folgenden Versuche.

Als ich mich mit Volkmann nach seiner Ausführung der photometrischen Versuche über die grosse Wichtigkeit einer allgemeineren Bewährung des Weber'schen Gesetzes unterhielt, improvisirte er zur vorläufigen Bewährung des Gesetzes für Schallstärke gleich folgenden Apparat, der mit nicht nennenswerthen Kosten selbigen Tages hergestellt ward.

Er besteht einfach in einem pendulirenden Hammer, der gegen eine Platte aus irgend einer tönenden oder nicht tönenden Substanz anschlägt. Als Axe dieses Pendels diente eine starke Stricknadel, in Messinglöchern sich drehend, zwischen zwei, auf einem Brete befestigten, oben durch ein Querholz verbundenen, Säulen. Begreiflich, je nachdem man den Hammer schwerer oder leichter macht, aus grösserer oder geringerer Höhe gegen die Platte herabfallen lässt, sich dem Apparate mehr nähert oder weiter davon entfernt, wird der Schall physisch betrachtet stärker oder

schwächer sein. Da der Apparat in seiner rohen Ausführung keine Kreiseintheilung zur Bestimmung der jedesmaligen Elevation des Hammers hatte, wurde zum Ersatze derselben ein Quartant mit einigen Merkzeichen in verschiedener Höhe an die Seite des Apparates gestellt und die jedesmalige Elevation des Hammers dadurch bestimmt. Der Hammer war von Holz und schlug gegen eine viereckige Glasflasche. Nun wurden zwei Elevationen des Hammers aufgesucht, welche hinreichend unterschiedene Schalle gaben, dass ein unmittelbar beim Apparate stehender Beobachter sich nicht täuschte, wenn er, ohne die Elevationen zu kennen, rieth, welcher Schall der stärkere sei; aber wenig genug unterschieden, dass, wenn man den Unterschied etwa auf die Hälfte reducirte, das Urtheil unsicher ward und theils richtige, theils falsche Fälle gab. Darauf entfernte sich der Beobachter successiv auf 6, 12, 18 Schritte, so dass der anfängliche Abstand desselben vom Apparate *mindestens* verzwölffacht wurde. Bei jedem dieser Abstände wurde derselbe Versuch mit jenen zwei Elevationen mehrmals wiederholt, welche dem Beobachter in der Nähe einen zwar noch bestimmt erkennbaren, aber nur sehr schwachen Unterschied dargeboten hatten. Da bei 12facher Entfernung des Beobachters die physische Schallstärke auf $\frac{1}{144}$ herabgekommen ist*), so hätte der in der Nähe nicht viel über das eben Merkliche hinausgehende Unterschied verschwinden müssen, wenn er überhaupt von der absoluten Stärke des Schalls abhienge. Aber bei allen drei Entfernungen des Beobachters blieb das Urtheil desselben eben so sicher und richtig, als in grösster Nähe.

So roh in gewisser Hinsicht der Apparat und Versuch war, schien doch das Wesentliche dabei hinreichend berücksichtigt und das Resultat so entscheidend, dass vorauszusehen war, eine genauere Ausführung mit einem sorgfältiger construirten Apparate werde auch zu keinen anderen Resultaten führen. In der That hat sich diess, und zwar in einer sehr grossen Versuchsskala mit Schallstärken vom Einfachen bis auf das Mehrhundertfache bei späteren Versuchen *Volkmann's* gezeigt, die jedoch nicht mit einem fallenden Pendel, sondern frei auf eine stählerne Platte herabfallenden Stahlkugeln unter erfoderlichen Massregeln ange-

*) Genau würde diess freilich nur bei Anstellung des Versuches in freier Luft sein. Der obige ward in verschlossenem Raume angestellt.

stellt worden sind und an deren einigen ich Theil genommen habe. Bei diesen Versuchen wurden sowohl Fallhöhe, als Schwere der fallenden Kugeln, als Abstand des Beobachters in weiten Gränzen abgeändert; die Fallhöhen und deren Unterschiede aber an einer verticalen Skala, längs deren der Fall erfolgte, genau bestimmt. Im Uebrigen war die Anstellungsweise und der Erfolg der Versuche mit dem vorigen übereinstimmend. Bei den verschiedensten absoluten Schallstärken nämlich erschien das Verhältniss der Fallhöhen 3 : 4, welchem nach unten folgender Herleitung ein gleiches Verhältniss der Schallstärken entspricht, eben hinreichend, eine sichere Unterscheidung für zwei Beobachter mit guter Unterscheidungsgabe zu bewirken, was mit dem von Renz und Wolf erhaltenen Resultate wohl übereinkommt.

Hier folgt die, aus Volkmann's Beobachtungsjournal ausgezogene nähere Beschreibung der Versuche.

»Ein prismatischer Stab ist graduirt und senkrecht auf einem Brete aufgestellt, welches durch 3 Schrauben in der Horizontale erhalten werden kann. An diesem Stabe sind zwei Läufer angebracht, von welchen wagerecht zwei Arme α, β ausgehen. Von der Höhe, welche die beiden Arme anzeigen, lässt man eine Kugel auf das Bret herabfallen. Die Kugel wurde zwischen Daumen und Zeigefinger gefasst; die Spitze des Zeigefingers berührte den Arm α oder β, und dann wurden die Finger vorsichtig von einander entfernt, um die Kugel fallen zu lassen. Ich hatte zwei Kugeln von gleicher Schwere, fasste die eine mit der linken, die andere mit der rechten Hand, um nicht erst nach dem ersten Fallversuche die Kugel für den zweiten Versuch aufzuheben oder gar suchen zu müssen.«

»Die grösste Nähe des horchenden Beobachters am Fallinstrumente war 1 Meter, die grösste Entfernung 6 Meter.«

»Die absoluten Fallhöhen, die zum Vergleiche kamen, differirten wie 3 : 11,0.«

»Die Gewichte der fallenden Kugeln differirten wie 1,35 Grmm. : 14,85 Grmm.«

»Zahlreiche Versuche innerhalb der Breite dieser Schalldifferenzen zeigten, dass Heidenhain und ich im Stande sind, mit Sicherheit Schallstärken zu unterscheiden, die sich zu einander wie 3 : 4 verhalten. Wenn der Unterschied verringert wird bis zum Verhältnisse 6 : 7, so kommen bereits einzelne Fehler und noch öfter Unentschiedenheiten im Urtheile vor.«

»Fechner dagegen irrte schon bei dem Verhältnisse 3 : 4 sehr häufig. Offenbar hatte aber bei ihm Uebung Einfluss auf Steigerung des Unterscheidungsvermögens, denn am Ende einer sehr langen Beobachtungsreihe unterschied er Schallstärken im Verhältnisse von 3 : 4 jedesmal richtig, während er anfangs häufiger irrte als richtig hörte und nach längeren Versuchen immer noch $\frac{1}{3}$ falsche Angaben bei $\frac{2}{3}$ rechten machte.«

Die vorigen Versuche fussen auf dem Principe der Methode der eben merklichen Unterschiede; und da sich aus früher angegebenen Gründen mittelst dieser Methode nicht wohl dieselbe Schärfe erreichen lässt, als nach der Methode der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler, so bleiben unstreitig Versuche nach diesen Methoden immer noch erwünscht. Aber bei der ausnehmend grossen Variation der absoluten Schallstärken, die in den angestellten Versuchen Platz hatte, sind sie entscheidend genug für die Gültigkeit des Gesetzes im Allgemeinen, und es könnte höchstens noch eine Abweichung kleiner Ordnung von demselben in den Gränzen der angestellten Versuche möglich sein, ohne dass diese eine Wahrscheinlichkeit dafür begründen.

Es dürfte nützlich sein, über die bei Versuchen dieser Art zu verwendenden Apparate und deren Theorie noch Einiges hinzuzufügen.

Schafhäutl*) hat schon früher ein Instrument mit fallenden Kugeln zur Messung der Empfindlichkeit für Schallstärke angegeben, jedoch dasselbe blos zur Messung der absoluten Empfindlichkeit benutzt.

Nicht minder ist das Schallpendel schon früher zu diesem Zwecke in Gebrauch gezogen worden. Itard**) hat sich eines solchen zur Untersuchung der Empfindlichkeit des Gehörs bei Gehörkrankheiten unter dem Namen Akumeter bedient, welches aus einem geschlagenen kupfernen Ringe besteht, der an einem Stäbchen frei von der durch eine Säule auf einem Fussgestelle errichteten Maschine herabhängt, und gegen welche das Pendel anschlägt, dessen Elevation an einem Gradbogen gemessen wird.

Ich selbst habe mir ein doppeltes Schallpendel mit Gradbogen verfertigen lassen, wo zwei ganz gleich construirte Pendel von zwei Seiten gegen eine dicke Schieferplatte***) schlagen; jedoch bis jetzt noch nicht Zeit gefunden, Versuche damit anzustellen.

Folgendes zur Theorie der Instrumente:

Man findet leicht, dass, wenn ein Körper sei es durch freien Fall oder als Pendel auf einen anderen Körper herabfällt, die Stärke des Schalls, der dabei entsteht, im zusammengesetzten

*) Abhandl. d. baier. Akad. VII. 2. Abth.

**) Gehler's Wört. Art. Gehör. S. 1217.

***) Mit Holz habe ich keinen gleichen Klang für beide Pendel zu erzielen vermocht.

Verhältnisse der Fallhöhe und des Gewichtes des herabfallenden Körpers steht*), insoweit sich der Einfluss des Luftwiderstandes und etwaige andere störende Einflüsse auf die Fallgeschwindigkeit vernachlässigen lassen.

In der That: die Stärke des Schalles ist proportional dem Quadrate der Schwingungsamplitude des schallenden Körpers; die Schwingungsamplitude des schallenden Körpers ist (nach bekannten Formeln) proportional der Geschwindigkeit, mit der die Theilchen durch ihre Gleichgewichtslage durchgehen, d. i. derselben, mit der sie daraus entfernt werden. Diese steht in zusammengesetztem Verhältnisse der Geschwindigkeit, mit welcher der fallende Körper auftrifft, und seines Gewichtes. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper auftrifft, d. i. die Endgeschwindigkeit seines Falles, ist nach den Fallgesetzen proportional der Quadratwurzel der Fallhöhe. Mithin ist das Quadrat dieser Endgeschwindigkeit proportional der Fallhöhe, mithin ist auch das Quadrat der Geschwindigkeit, mit der sich die Theilchen aus der Ruhelage entfernen, u. s. f. proportional dieser Fallhöhe. Da es nun bekanntlich keinen Unterschied betreffs der Endgeschwindigkeit macht, ob ein Körper durch freien Fall oder auf krummem Wege durch eine gewisse Höhe fällt, so kann man die vorige Betrachtung eben so auf den Hammer des Fallpendels (die Reibung an der Axe als verschwindend vorausgesetzt) als einen freifallenden Körper anwenden. Man muss sich nur beidesfalls hüten, dem fallenden Körper zu Anfange eine Geschwindigkeit mitzutheilen, wenn die angegebene Abhängigkeit der Schallstärke von der Fallhöhe gültig bleiben soll. Der Luftwiderstand dürfte bei den geringen Fallhöhen und Geschwindigkeiten, mit denen man im Allgemeinen operiren wird, um so mehr vernachlässigt werden können, wenn man Blei als fallenden Körper anwendet.

Aus Vorigem erhellt, dass die Stärke des Schalles beim Schallpendel nicht im Verhältnisse des Elevationswinkels φ des Pendels, sondern der Verticalhöhe, um welche der Hammer über seine tiefste Stelle gehoben ist, d. i. im Verhältnisse von $1 - \cos\varphi = 2\sin\frac{\varphi^2}{2}$ steht, wonach das Instrument gleich graduirt werden

*) Schafhäutl setzt die Schallstärke proportional der Quadratwurzel der Fallhöhe des schallgebenden Körpers (München. Abhandl. VII. S. 517), was ich nach der oben folgenden Herleitung nicht richtig finden kann.

könnte. Da beispielsweise der Cosinus von 45° gleich $\sqrt{\frac{1}{2}}$ = 0,707 und der Cosinus von 90° gleich null, so ist hienach das Verhältniss der Schallstärken bei diesen beiden Elevationen das von 1 — 0,707 = 0,293 zu 1 oder nahehin wie 3 zu 10. Die Elevationswinkel 60°, 90°, 180° entsprechen einem Verhältnisse der Schallstärken ½ : 1 : 2. So lange die Elevationen 60° nicht übersteigen, kann man die Schallstärke approximativ dem Quadrate derselben proportional setzen, so dass einer doppelten Elevation die vierfache, einer dreifachen die neunfache Schallstärke nahehin entspricht*).

Hier folgen zwei kleine Tabellen, welche die zu den Elevationen eines Schallpendels von 0° bis 90° zugehörigen Schallstärken und umgekehrt geben, wenn die Stärke bei 90° gleich 1,0000 (in Tabelle I) oder 10 (in Tabelle II) gesetzt wird. Bei 180° ist sie dann doppelt so gross als bei 90°, und alle Stärken bei Elevationen zwischen 90° und 180° fallen hiezwischen; man wird aber nicht leicht ein Pendel bei Elevationen über 90° anwenden.

Tabellen über den Bezug zwischen den Elevationen eines Schallpendels und der Schallstärke.

I.

Elevat.	Stärke	Elevat.	Stärke
90°	1,0000	45°	0,2929
85°	0,9128	40°	0,2340
80°	0,8264	35°	0,1808
75°	0,7412	30°	0,1340
70°	0,6580	25°	0,0937
65°	0,5774	20°	0,0603
60°	0,5000	15°	0,0341
55°	0,4264	10°	0,0152
50°	0,3572	5°	0,0038

II.

Stärke	Elevat.	Stärke	Elevat.
10	90°,00	3	45°,57
9	84°,26	2	36°,87
8	78°,46	1	25°,84
7	72°,54	½	17°,19
6	66°,42	¼	12°,97
5	60°,00	⅛	9°,07
4	53°,13	1/16	6°,41

In Betreff der Tonhöhen, bei welchen die Schwingungszahl die Grösse des Reizes zu vertreten hat, liegen ausser Weber's allgemeiner Angabe die, auch von Weber citirten, Angaben Delezenne's vor; doch beziehen sich dessen Beobachtungen, wie ich mich aus seiner Originalabhandlung überzeugt habe, in der Hauptsache vielmehr darauf, welche Abweichungen von der Reinheit noch bei dieser und jener Art Intervall (Einklang, Octave, Quinte u. s. w.) unterscheidbar sind, als darauf, ob die Abweichung von der Gleichheit zweier Töne bei gleichem Verhältnisse

*) Diess folgt aus der bekannten Formel $\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \text{etc.}$

der Schwingungszahlen oder in verschiedener Höhe der Tonskala gleich gross erscheint, was die eigentliche Frage des Weber'schen Gesetzes ist. Inzwischen bedarf es zur Bestätigung des Gesetzes in dieser Hinsicht nicht erst besonderer Versuche, da es die einfache und so zu sagen notorische Aussage des musikalischen Gehöres ist, dass gleichen Verhältnissen der Schwingungszahlen eine als gleich gross empfundene Tondifferenz in verschiedenen Octaven entspricht, so dass man das Gesetz hier directer als sonst irgendwo und zwar auch für grosse Unterschiede erwiesen halten kann. Auch haben Euler, Herbart und Drobisch hierauf bei ihrer mathematischen Betrachtung der Tonverhältnisse gefusst.

Ich befragte mehrere Personen mit gutem musikalischen Gehöre bei gelegentlicher Anstellung von Versuchen mit einem hölzernen Schallpendel, was auf Holz aufschlug, ob sie nicht einen Vergleich des Verhältnisses der Schallstärken bei 45° und 90° mit einem Verhältnisse von Tonhöhen zu ziehen vermöchten. Manche erklärten sich dazu unfähig; merkwürdigerweise aber stimmten die meisten, welche sich auf einen Vergleich einliessen (unabhängig von einander und ohne von dem Urtheile der Anderen etwas zu wissen) dahin überein, dieses Verhältniss mit dem einer Quarte zu vergleichen. Doch will ich auf diese Versuche bei ihrer bisherigen nur rohen und beiläufigen Anstellung um so weniger etwas geben, als jene Uebereinstimmung nicht ausnahmlos war, und halte es selbst noch für sehr fraglich, ob ein directer Vergleich zwischen Verhältnissen der Stärke und Höhe durch das Gefühl überhaupt zu ziehen. Jedenfalls tritt das Ergebniss dieser Versuche bestätigend in das von Renz und Wolf, so wie von Volkmann erhaltene hinein, wonach man nicht geneigt ist, ziemlich bedeutende Unterschiede der Schallstärken (3 : 10) als hoch zu taxiren.

In derselben Beziehung war mir interessant, von einem Musiker (dem Violinvirtuosen v. Wasilewski) die Angabe zu hören, man habe bei den Rheinischen Sängerfesten die Erfahrung gemacht, dass ein Chor von 400 Männerstimmen keinen bedeutend stärkeren Eindruck mache als von 200.

3) Gewichte.

Die mittelst der Methode der eben merklichen Unterschiede erlangten Resultate Weber's, wodurch die erste Bestätigung un-

seres Gesetzes im Felde der Gewichtsversuche geboten ist, sind schon S. 138 angeführt worden. Seine Versuche haben das besondere Verdienst, dass bei einem Theile derselben die Druckempfindung der Haut von dem Muskelgefühle gesondert ist, und die auf diese Weise erlangten Resultate mit denen verglichen worden sind, welche bei gemeinsamem Anspruche beider Empfindungen erhalten wurden, indess die von mir selbst nach der Methode der richtigen und falschen Fälle angestellten Versuche, von welchen im Folgenden näher die Rede sein wird, sich auf die, bei den Hebungen der verglichenen Gewichte stattfindende, natürliche Verbindung beider Empfindungen beziehen. Eine genaue Trennung beider war nämlich nach der Modalität des Verfahrens nicht wohl ausführbar, doch erschien eine gemeinsame Bewährung des Gesetzes für beide, in Betracht der Genauigkeit, welche die Methode versprach, nützlich; ausserdem waren diese Versuche nicht minder zum Studium der Methode als zur Prüfung des Gesetzes bestimmt.

Zum Verständnisse des Folgenden wird vielfach eine Bezugnahme auf Dasjenige nöthig sein, was im Kapitel S. 93 ff. über die Ausführung der Methode gesagt ist, ohne dass ich es nöthig halte, hier eingehend darauf zurückzukommen. Von anderer Seite werden im Folgenden manche Belege und Erläuterungsbeispiele zu dem dort Gesagten zu finden sein.

Meiner Hauptversuchsreihen über den betreffenden Gegenstand sind zwei, eine zweihändige und eine (mit Rechter und Linker besonders ausgeführte) einhändige, welche, beide vergleichbar, durch eine Reihe von 6 Hauptgewichten, 300, 500, 1000, 1500, 2000, 3000 Grammen durchgeführt, zu sehr übereinstimmenden Ergebnissen geführt haben. Die einhändige Reihe ist im October und November 1856, die zweihändige im December 1856 und Januar 1857 angestellt. Die Umstände der Versuche beider Reihen waren im Allgemeinen die S. 97 angegebenen Normalumstände. Speciell ist Folgendes dazu zu bemerken:

Jede beider Reihen umfasst in 32 Versuchstagen à 12 Abtheilungen à 64 Hebungen im Ganzen 32 . 12 . 64 = 24576 einfache Hebungen oder Fälle. Zu jedem Hauptgewichte P wurden (periodisch damit wechselnd) zwei bestimmte Verhältnisstheile als Zusatzgewicht D angewandt, nämlich 0,04 P und 0,08 P. Letzteres Zusatzgewicht kann gross erscheinen, giebt aber doch, wie man

sich aus den folgenden Versuchstabellen überzeugen kann, noch genug falsche Fälle, was mit der Einrichtung des S. 94 f. beschriebenen Verfahrens zusammenhängt, jeden (zu 2 Fällen gerechneten) Vergleich auf eine einfache Doppelhebung, statt auf wiederholtes Hin- und Herwiegen zu begründen, wo ein $D = 0{,}08\ P$ schwerlich noch falsche Fälle liefern möchte. An jedem Versuchstage von $12 \,.\, 64 = 768$ Hebungen wurden sämmtliche 6 Hauptgewichte, jedes in 2 Abtheilungen à 64 Hebungen, alle mit demselben verhältnissmässigen D geprüft, und dieses nur nach Tagen oder Wochen, wie unten anzugeben, gewechselt. Ausserdem wurde nach Tagen wechselnd in aufsteigender (↑) und absteigender (↓) Folge der Hauptgewichte verfahren. So kommen in jeder beider Versuchsreihen auf jedes der sechs Hauptgewichte im Ganzen $32 \,.\, 128 = 4096$ Hebungen oder Fälle; 2048 mit $D = 0{,}04\ P$ und eben so viel mit $D = 0{,}08\ P$; je 1024 davon ↑ und eben so viel ↓. In der zweihändigen Reihe wurden mit jedem Hauptgewichte die 128 Hebungen jedes Tages *in continuo* angestellt, in der einhändigen folgeweis 64 mit der Linken, 64 mit der Rechten, wobei nach Tagen wechselnd die Linke oder Rechte den Anfang machte. In der zweihändigen Reihe wurde nach je zwei Tagen, in der einhändigen nur nach je 8 Tagen zwischen $D = 0{,}04\ P$ und $D = 0{,}08\ P$ gewechselt. Diess hat den Unterschied mitgeführt, dass in der zweihändigen Reihe die Empfindlichkeitswerthe bei beiden D's ganz vergleichbar sind, so dass diese Reihe mit zu einer Bestätigung des Gesetzes dienen kann, nach welchem das Verhältniss der richtigen zur Totalzahl der Fälle $\frac{r}{n}$ von der Grösse D bei constanter Empfindlichkeit h abhängt*), während diess nicht so der Fall ist mit der einhändigen Reihe, wo die Wochen mit $0{,}08\ P$ verhältnissmässig kleinere Empfindlichkeitswerthe als die mit $0{,}04\ P$ geben, was in die Bemerkung S. 83 hineintritt. Aber in Betreff des Einflusses der Grösse des Hauptgewichtes auf die Masswerthe, worauf es hier allein ankommt, ist die einhändige ganz eben so vergleichbar in sich, als die zweihändige.

*) Diess Gesetz wird nach den Erörterungen im 7. Kapitel durch die Beziehung der Werthe $\frac{r}{n}$ zu $t = hD$ in unserer Fundamentaltabelle S. 108 ausgedrückt, wonach ein doppeltes D ein doppeltes t giebt, wenn die Einflüsse p, q eliminirt sind.

Ich gebe nun zuvörderst, um mit der einfachsten, wenn schon nicht genauesten, Benutzungsweise dieser Beobachtungsreihen zu beginnen, die Gesammtzahl der richtigen Fälle *r* bei den verschiedenen Hauptgewichten *P*, specificirt nach einigen Hauptumständen, aber ohne Sonderung der 4 Hauptfälle und ohne Rückgang auf die genauen Masszahlen, d. i. die Werthe $t = hD$, die sich daraus berechnen lassen, indem sich auch schon ohne solche Berechnung die in Betracht kommenden Hauptresultate aus den Verhältnissen der für alle Hauptfälle zusammengefassten richtigen Zahlen *r* werden ziehen lassen, wonach die schärfere Behandlung der Reihen auch weiter nichts wird leisten können, als dieselben Resultate noch etwas schärfer herausstellen.

Die gebrauchte Gewichtseinheit im Folgenden ist überall der Gramme.

Um über die Bedeutung der Zahlen in den nächstfolgenden Tabellen keinen Zweifel zu lassen, gebe ich dieselbe ausdrücklich für die erste Zahl der ersten Tabelle an. Die Zahl 612 bei $P = 300$, $D = 0{,}04\,P$, $n = 1024$, ↑ sagt, dass bei einem Hauptgewichte = 300 Grammen und einem Zusatzgewichte = 0,04 des Hauptgewichtes, also 12 Grammen, die Zahl der richtigen Fälle aller Tage, wo die Hauptgewichte in aufsteigender Folge (↑) angewandt wurden, 612 war, indess die Totalzahl der Fälle, richtige und falsche zusammen, unter denselben Umständen 1024 betrug, wonach die Zahl der falschen $1024 - 612 = 412$ war. Hienach wird die Bedeutung der übrigen Zahlen von selbst verständlich sein. Den Zahlen *r* der verticalen Schluss-Summenspalte gehört natürlich das 4fache *n* der Zahlen in den Specialspalten zu, d. i. 4096, wie einschaltungsweise angegeben ist, da die *r* der 4 verticalen Specialspalten in der verticalen Schlusssummenspalte addirt sind; hingegen gehört den Zahlen *r* der horizontalen Schlusssummenspalte das 6fache *n* der Specialzahlen, d. i. 6144 zu, da die *r*, welche zu den 6 *P*'s in derselben Verticalspalte gehören, in der horizontalen Schlusssummenspalte addirt sind.

I. Zahl richtiger Fälle r der zweihändigen Reihe.

P	$n = 1024$				Summe ($n = 4096$)
	$D = 0{,}04\,P$		$D = 0{,}08\,P$		
	↑	↓	↑	↓	
300	612	614	714	720	2660
500	586	649	701	707	2643
1000	629	667	747	753	2796
1500	638	683	811	781	2913
2000	661	682	828	798	2969
3000	685	650	839	818	2992
Summe ($n = 6144$)	3811	3945	4640	4577	16973

II. Zahl richtiger Fälle r der einhändigen Reihe.

P	$n = 512$								Summe ($n = 4096$)
	$D = 0{,}04\,P$				$D = 0{,}08\,P$				
	Linke		Rechte		Linke		Rechte		
	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	
300	352	337	344	318	387	372	386	342	2838
500	339	332	348	335	383	402	413	366	2918
1000	325	343	382	388	383	412	389	422	3044
1800	353	358	371	383	406	416	435	430	3152
2000	378	353	369	382	413	418	414	421	3148
3000	367	343	364	386	426	433	429	438	3186
Summe ($n = 3072$)	2114	2066	2178	2192	2398	2453	2466	2419	18286

Ich übergehe, als nicht hieher gehörig, alle Erörterungen über die Verschiedenheit der Resultate dieser Tabellen je nach den verschiedenen Umständen (als der verschiedenen Grösse des D, Anwendung der Linken und Rechten, ↑ und ↓), welche man leicht selbst bemerken kann, und worauf näher in den »Massmethoden« einzugehen sein wird. Hier geschahe die Specification der Resultate nach diesen Umständen hauptsächlich nur aus dem Grunde, um zu zeigen, dass die Zahl der richtigen Fälle r in Bezug zu den Hauptgewichten P unter allen Verhältnissen wesentlich denselben Gang befolgt, d. h. mit den Hauptgewichten langsam ansteigt, und bei den höchsten Hauptgewichten, 2000 und 3000 Grammen, sich nur wenig mehr ändert. Hat man diese Uebereinstimmung für die verschiedenen Versuchsumstände ins Auge gefasst, so kann man sich des Weiteren an die verticalen Schlusssummenspalten halten,

welche in beiden Tabellen für ein $n = 4096$ die richtigen Zahlen bei den einzelnen Hauptgewichten geben.

Sollte nun das Gesetz sich direct und genau durch diese Versuche bewährt finden, so müssten, in Rücksicht dessen, dass überall dasselbe Verhältniss des Zusatzgewichtes zum Hauptgewichte besteht, alle Zahlen r bei den verschiedenen Hauptgewichten nicht blos annäherungsweise, sondern genau gleich sein. Diess ist nicht der Fall. Es ist jedoch die Abweichung, die solchergestalt für den Versuch noch von dem Gesetze übrig bleibt, eben so wenig für eine wahre Abweichung anzusehen, als die Abweichung, welche wir im Gebiete der Lichtempfindung an der unteren Gränze fanden, vielmehr eben so und aus einem ganz analogen Gesichtspuncte als eine Foderung des Gesetzes. Wie wir nämlich bei der Lichtempfindung die, auch ohne Zutritt des äusseren Lichtes vorhandene, innere Lichterregung mit in Rechnung zu nehmen haben, so hier das auch ohne äusseres Gewicht P vorhandene, bei Hebung desselben mit gehobene, Gewicht des Armes und etwaigen bedeckenden Kleidungsstückes (bei meinen Versuchen blos ein leichter Hemdärmel*). Und wie sich das Gesetz im ersteren Gebiete durch den Versuch direct nur nach Massgabe bestätigen kann, als sich das innere Augenlicht gegen das äussere vernachlässigen lässt, so im anderen Gebiete nur nach Massgabe, als das Gewichtsmoment des hebenden und zugleich gehobenen Armes gegen das des gehobenen Gewichtes vernachlässigt werden kann.

Wirklich aber sehen wir bei unseren höchsten Hauptgewichten nur eine noch sehr unerhebliche Abweichung von der Foderung des Gesetzes, und den allgemeinen Gang der Abweichung in dem Sinne, in dem er nach voriger Auffassung zu erwarten, d. i. die richtigen Zahlen wachsen etwas mit P. Denken wir nämlich zu den an Grösse aufsteigenden Hauptgewichten P immer denselben absoluten Zusatz A vermöge des Armgewichtes gefügt, indess D blos proportional mit P wächst, wie es bei unseren Versuchen der Fall, so fällt natürlich $\frac{D}{P+A}$, wovon die richtige Zahl abhängt, um so grösser aus, je mehr A gegen P im Divisor verschwindet,

*) Ausserdem bleibt fraglich, in wiefern der Druck der Luft auf die Haut nicht mit einem gewissen Werthe in Rechnung gebracht werden muss, doch scheint dieser so zu sagen in den Organismus mit verrechnet.

d. i. je grösser P selbst ist, und wird merklich constant von dem Puncte an, wo P gross genug geworden ist, dass man A als nicht mehr dagegen in Betracht kommend ansehen kann; ganz wie es der Versuch zeigt.

Bei dem nicht unbeträchtlichen Gewichte des Armes kann es zunächst nur auffallen, dass der Zuwachs, den die Hauptgewichte von 300 bis 3000 Grammen dadurch erhalten, sich nicht in einem noch stärkeren Zuwachse der richtigen Zahlen mit aufsteigendem P kund giebt, und namentlich, dass dieser nicht beim Uebergange zwischen beiden kleinsten Hauptgewichten 300 und 500 Grammen spürbarer ist, wo sich sogar in der zweihändigen Reihe vielmehr eine kleine Abnahme zeigt. Aber diese letztere Anomalie zunächst dahin gestellt, auf die ich nachher zurückkomme; so ist erstens keineswegs als ausgemacht anzusehen, dass die Belastung des Armes durch sein eigenes Gewicht in derselben Weise in Anschlag zu bringen ist, als ein hiezu gefügtes äusseres Gewicht; zweitens ist in Betracht zu ziehen, dass das gehobene Gewicht P am Ende des Hebelarmes, den der hebende Arm bildet, wirkt, das im Schwerpunkte des Armes wirkende Gewicht des Armes aber an einem kürzeren, was sein Moment verhältnissmässig vermindert; drittens, dass der Zusatz dieses Momentes zum Momente von P blos für das Muskelgefühl, aber nicht für das Druckgefühl in Betracht kommt, da blos das Gewicht P, aber nicht das Gewicht des Armes auf die Haut drückend einwirkt; viertens endlich, dass die richtigen Zahlen der vorigen Tabellen noch keinen genauen Massstab für die Empfindlichkeit gewähren, sondern blos den Gang der Empfindlichkeit im Aufsteigen mit den Hauptgewichten obenhin anzeigen können. Es gilt hier in der That ganz das, was S. 117 f. auseinandergesetzt wurde; und namentlich kommt der S. 115 f. erwähnte Umstand in Rücksicht, dass der Einfluss der Zeitfolge der Hebung p bei starker Vergrösserung des Hauptgewichtes wächst, und dadurch gemäss der Bemerkung S. 116 die Summe der richtigen Fälle etwas kleiner macht, als es ohne diesen störenden Einfluss der Fall sein würde, so dass ohne diese Störung in der That die richtigen Zahlen bei den höchsten Hauptgewichten etwas grösser und damit etwas unterschiedener von den niederen ausgefallen sein würden. Diess kommt namentlich in Betracht bei dem kleineren Zusatzgewichte 0,04 P, indess gegen das grössere 0,08 P der Einfluss p verhältnissmässig mehr ver-

schwindet. So hat man in der zweihändigen Reihe für die Hauptgewichte 1500 und 3000 als richtige Zahlen bei 0,04 P in Summa 1321 und 1335, bei 0,08 P hingegen 1592 und 1657; in der einhändigen eben so bei 0,04 P die Zahlen 1465 und 1460; bei 0,08 P 1687 und 1726. Der Unterschied ist also in beiden Reihen viel grösser bei 0,08 P als 0,04 P.

Man beseitigt die Störung durch die Nebeneinflüsse p, q vollkommen durch die früher (S. 112 ff.) erörterte vollständige Compensation derselben, welche auf der Sonderung und getrennten Berechnung der 4 Hauptfälle beruht. Hier folgt nun zuvörderst die Specification der r-Werthe nach den 4 Hauptfällen in einer ersten Tabelle (III) und der mittelst der Fundamentaltabelle daraus (noch ohne Fractionirung) abgeleiteten t-Werthe in einer zweiten (IV). In den »Massmethoden« werde ich eine entsprechende Specification auch für die einhändige Reihe mittheilen; hier wünsche ich, nicht zu viele Zahlen zu häufen. Die Definitivresultate, auf die man nach unten folgender Erörterung bezüglich der Frage unseres Gesetzes zu achten hat, sind in den Spalten 4 hD und 8 hD der Tabelle IV enthalten; die übrigen Spalten dieser Tabelle und die ganze Tabelle III kommen für unseren jetzigen Zweck nur als Unterlagen jener Definitivresultate in Rücksicht; können aber nebenbei zur Erläuterung der Weise, wie solche zu gewinnen sind, und mancher Puncte der Methode überhaupt von Nutzen sein, wie ich einschaltungsweise beifüge.

Sicheren Verständnisses halber erörtere ich wieder die ersten Zahlen der beiden folgenden Tabellen:

Die Zahl $r_1 = 328$ bei $P = 300$, $D = 0{,}04\,P$, $n = 512$ in der Tabelle III sagt, dass bei $P = 300$ Grammen, $D = 12$ Grammen, 512 Fälle des ersten Hauptfalles, d. i. wo D im erstaufgehobenen linksstehenden Gefässe liegt, 328 richtige Fälle geben.

Die entsprechende Zahl $t_1 = 2547$ der Tabelle IV ist nach der Fundamentaltabelle gefunden, indem zu $\frac{r}{n} = \frac{328}{512} = 0{,}6406$ der zugehörige t-Werth genommen ist. Die Angabe $n = 512$, $\nu = 1$ oben bedeutet bei der Tabelle IV, dass jeder t-Werth aus 1 mal 512 Fällen (also ohne Fractionirung) abgeleitet ist.

III. Nach den 4 Hauptfällen specificirte Werthe r der zweihändigen Reihe.

P	$n = 512$								Summe ($n=4096$)
	$D = 0{,}04\ P$				$D = 0{,}08\ P$				
	r_1	r_2	r_3	r_4	r_1	r_2	r_3	r_4	
300	328	304	328	266	404	358	372	300	2660
500	352	274	321	288	399	339	364	306	2643
1000	334	318	335	309	377	365	410	338	2796
1500	346	323	308	344	408	402	399	383	2913
2000	296	365	309	373	404	385	439	398	2969
3000	244	393	265	433	392	447	390	428	2992
Summe	1900	1977	1866	2013	2384	2296	2374	2153	16973

IV. Aus der vorigen Tabelle abgeleitete Werthe t der zweihändigen Reihe. $n = 512$, $\nu = 1$.

P	$D = 0{,}04\ P$					$D = 0{,}08\ P$					Total $8\,hD$
	t_1	t_2	t_3	t_4	Summe $4\,hD$	t_1	t_2	t_3	t_4	Summe $4\,hD$	
300	2547	1677	2547	346	7117	5679	3692	4260	1535	15166	22283
500	3456	624	2290	1112	7482	5444	2958	3932	1749	14083	21565
1000	2769	2181	2807	1856	9613	4469	3973	5971	2920	17333	26946
1500	3224	2363	1820	3147	10554	5873	5584	5444	4726	21627	32181
2000	1394	3973	1856	4301	11524	5679	4813	7558	5397	23447	34971
3000	—416	5168	312	7200	12264	5123	8067	5034	6915	25139	37403
Sa.	12974	15986	11632	17962	58554	32267	29087	32199	23242	116795	175349

Man sieht, wie sehr sich nach der Beschaffenheit der 4 Hauptfälle die Zahlen r ändern, und wie sehr diese Aenderungen von der Grösse des Hauptgewichtes mit influirt werden. Bei $P = 3000$ ist die richtige Zahl $r = 244$ sogar kleiner als die falsche 268 (welche durch Abzug der richtigen Zahl von der Totalzahl 512 erhalten wird), was dann einen negativen Werth t_1 (in Tabelle IV) mitgeführt hat. (Vgl. S. 109) Solcher Fälle kommen übrigens genug in meinen anderen Beobachtungstabellen vor.

Man kann nun die Tabelle III benutzen, die S. 112 ff. gegebenen Regeln zur vollständigen Compensation und Bestimmung der Einflüsse p, q selbst in Ausübung zu bringen, auf welche Bestimmung hier einzugehen kein Interesse vorliegt.

Ferner kann man sich durch Vergleich der bei $D = 0{,}04\ P$ und $D = 0{,}08\ P$ erhaltenen Summenwerthe der Tabelle der t's überzeugen, dass diese Summenwerthe den D's merklich proportional sind, nämlich die bei $0{,}08\ P$ erhaltenen merklich das Doppelte der bei $0{,}04\ P$ erhaltenen, was die Statthaftigkeit des Rechnungsprincipes nach der S. 103 gemachten Bemerkung verbürgt*). Jedoch ist auf alles diess hier nicht näher einzugehen.

*) Hiezu liegen mir übrigens auch noch andere Versuchsreihen vor.

Worauf es hier ankommt, ist, dass wir zusehen, inwiefern die Summenwerthe $4hD$, $8hD$, welche durch Addition von t_1, t_2, t_3, t_4 entstanden sind, constant bei den verschiedenen P's sind, was sie eben so, wie die Summen der Zahlen r, aus denen sie abgeleitet sind, sein müssten, wenn unser Gesetz gilt, und wenn das Armgewicht nicht zu P zuträte.

Die Zahlen der Spalten $4hD$, $4hD$, $8hD$ stellen nämlich, erstere für jedes der beiden verhältnissmässigen Zusatzgewichte insbesondere, letztere addirt für beide, die eigentlich hier in Betracht kommenden Masszahlen dar, welche ohne die Miteinflüsse der Zeit- und Raumlage der Gefässe p, q erhalten worden wären, d. h. Producte aus dem Masse der Unterschiedsempfindlichkeit h in das 4- oder 8fache Zusatzgewicht D, woraus sich durch Division mit 4 oder 8 D*) das Unterschiedsmass h selbst für die verschiedenen Hauptgewichte finden lassen würde. Dieses müsste ohne Zutritt des Armgewichtes nach unserem Gesetze den Gewichten P und mithin den ihm proportionalen Zusatzgewichten D umgekehrt proportional gefunden werden, und hienach eben die Producte $4hD$ oder $8hD$ bei den verschiedenen Hauptgewichten gleich gefunden werden. Da sich nun Abweichungen von der Gleichheit leichter beurtheilen lassen, als von der Proportionalität, so ist bei den Producten $4hD$, $8hD$ stehen geblieben, ohne auf h selbst zurückzugehen.

Der leichteren Uebersicht wegen stellen wir nun die Werthe der drei Hauptspalten, durch Division respectiv mit 4 oder 8 auf den einfachen Werth hD zurückgeführt, in folgender Tabelle zusammen. Die Bezeichnungen $\nu = 4$, $\nu = 8$ über den Spalten besagen, gemäss der S. 94 angegebenen Bezeichnungsweise, dass jede Zahl der Spalten respectiv aus 4- oder 8mal n Beobachtungen abgeleitet ist; n aber ist $= 512$.

*) D ist für die Spalte $8hD$ im Mittel $0{,}06\ P$. Bei genauerer Berechnung ist aber die Berechnung von h für $D = 0{,}04\ P$ und $D = 0{,}08\ P$ besonders aus den Spalten $4hD$ vorzunehmen, und hieraus erst der wahrscheinlichste Mittelwerth von h zu suchen.

V. Werthe hD der zweihändigen Reihe.

$n = 512$,

P	$D = 0{,}04\ P$ ($\nu=4$)	$D=0{,}08\ P$ ($\nu=4$)	Mittel ($\nu=8$)
300	1779	3792	2785
500	1871	3521	2696
1000	2403	4333	3368
1500	2639	5407	4023
2000	2881	5862	4371
3000	3066	6285	4675
Summe	14639	29200	21918

Um die abstracte Bedeutung der Zahlen hD, mit der wir hier nur bezüglich der Constatirung unseres Gesetzes zu thun haben, in eine Bedeutung für das Experiment zu übersetzen, so ist es diese: wenn man bei jedem der angewandten Hauptgewichte, anstatt dasselbe relative Zusatzgewicht anzuwenden, wie geschehen ist, dieses dividirt mit der Zahl hD oder einem gegebenen Multiplum oder Bruchtheil von hD, angewandt hätte, so würde überall eine gleiche Zahl $\frac{r}{n}$ erhalten worden sein. So wird man z. B. in der zweihändigen Reihe nach der Aussage der Versuche die zu dem Hauptgewichte 2000 und 3000 Grammen gehörigen Zusatzgewichte, welche in demselben Verhältnisse als diese Hauptgewichte stehen, respectiv mit Zahlen zu dividiren haben, welche 4500 und 4909 proportional sind, damit sie gleich stark in die Empfindung fallen.

Wenn schon diese Rechnungsresultate noch nicht die definitiven sind, zu denen ich folgends erst komme, habe ich sie doch hier mit Fleiss gegeben, weil sie von den definitiven nicht wesentlich abweichen, so dass man sich immerhin an sie halten könnte, und weil sich ohne zu grosse Weitläufigkeit alle Unterlagen derselben geben liessen, woraus man sie nach den im 8. Kapitel angegebenen Regeln selbst reproduciren kann. Dabei sind alle richtigen Zahlen, welche für denselben Hauptfall, dasselbe P und D während des ganzen Beobachtungsmonats erhalten wurden, zusammengenommen, und ohne Fractionirung zur Ableitung der t-Werthe aus der Fundamentaltabelle benutzt worden. Indessen habe ich, wie S. 120 bemerkt, bei allen meinen Versuchsreihen vorgezogen, um die Variationen der Einflüsse p, q sicherer zu eliminiren, die t-Werthe für jeden Hauptfall aus lauter Fractionen mit $n = 64$ besonders zu berechnen, und diese zu Summen- oder Mittelwerthen zusammenzulegen. So ist es denn folgends auch sowohl bei der zweihändigen als einhändigen Reihe geschehen. Die richtigen Zahlen dieser Fractionen à 64 und daraus abgelei–

teten **einzelnen** t-Werthe hier einzeln zu reproduciren, würde aber zu viel Raum kosten, ich beschränke mich daher folgends, das aus sämmtlichen Fractionen zusammengelegte, mit der Zahl ν der Fractionen dividirte, Definitivresultat für beide Reihen zu geben, bei dem endlich stehen zu bleiben ist.

VI. Werthe hD der zweihändigen Reihe.

$n = 64.$

P	$D = 0,04\ P$ ($\nu = 32$)	$D = 0,08\ P$ ($\nu = 32$)	Mittel ($\nu = 64$)
300	2023	3918	2971
500	1965	3705	2835
1000	2530	4637	3584
1500	2774	5910	4342
2000	2966	6034	4500
3000	3296	6520	4908
Summe	15554	30724	23140

VII. Werthe hD der einhändigen Reihe.

$n = 64.$

P	Linke			Rechte			L. u. R.
	$D = 0,04\ P$ ($\nu = 16$)	$D = 0,08\ P$ ($\nu = 16$)	Mittel ($\nu = 32$)	$D = 0,04\ P$ ($\nu = 16$)	$D = 0,08\ P$ ($\nu = 16$)	Mittel ($\nu = 32$)	Totalmittel ($\nu = 64$)
300	3916	4845	4381	3658	5360	4509	4445
500	2876	5246	4061	3349	5584	4467	4264
1000	2906	5649	4278	5103	6230	5667	4973
1500	4016	6426	5221	4638	7647	6143	5682
2000	4700	6515	5608	4517	6821	5669	5639
3000	4455	8084	6220	4551	7616	6084	6152
Summe	22869	36765	29769	25816	39258	32539	31155

Gelegentlich weise ich hier wieder auf einen Punct der Methode hin, der sich durch den Vergleich von Tabelle VI mit Tabelle V erläutert. Beide, für die zweihändige Reihe geltende, Tabellen fussen auf denselben Beobachtungswerthen und unterscheiden sich nur dadurch, dass in der Tabelle V die Werthe hD ohne andere Fractionirung als nach den 4 Hauptfällen, unter Anwendung von $n = 512$, abgeleitet sind, in der Tabelle VI aber mit starker Fractionirung unter Anwendung von $n = 64$. Hievon hängt es, gemäss der Bemerkung S. 120, ab, dass alle Werthe der letzten Tabelle etwas grösser sind, als die der ersten. Die Abweichung würde gleichgültig sein, wenn das Verhältniss der Vergrösserung bei allen Werthen gleich wäre, da es hier überhaupt nur auf Verhältnisse ankommt. Aber manche Werthe sind in anderem Verhältnisse vergrössert, als andere. Diess hängt, wie sich aus einer

Specialdiscussion der Beobachtungsreihen darthun lässt, davon ab, dass p und q während der durch einen Monat durchgeführten Beobachtungsreihe nicht völlig constant geblieben sind, sondern unregelmässig variirt haben. Durch Theilung der Reihen in so kleine Fractionen, dass während jeder derselben die Variation vernachlässigt werden kann, beseitigt man den für die Elimination von p und q daraus hervorgehenden Nachtheil, und aus diesem Grunde sind die in Tabelle VI erhaltenen Werthe denen der Tabelle V vorzuziehen. Inzwischen zeigt sich doch kein wesentlicher Unterschied im Gange der Werthe zwischen beiden Tabellen, so dass man auch wohl bei der ersten, viel kürzer ableitbaren, hätte stehen bleiben können. Jedenfalls kann der Vergleich dieser Tabellen einen Anhalt geben, wie sich ungefähr je nach dem Grade der Fractionirung die absoluten Masswerthe ändern können.

Vergleicht man die mit der einhändigen und zweihändigen Reihe erhaltenen definitiven Mittelwerthe, so findet man,

P	$\frac{\text{einhänd.}}{\text{zweihänd.}}$
300	1,496
500	1,504
1000	1,325
1500	1,309
2000	1,253
3000	1,254

wonach das Verhältniss beider Werthe sich mit wachsendem Hauptgewichte langsam verkleinert, aber der Constanz zu nähern scheint.

Der Blick auf den Gang der Werthe hD in vorigen Tabellen VI und VII lehrt nun wohl, dass derselbe wesentlich auf dasselbe führt, als der Gang der Zahlen r in den ersten Tabellen, nur dass das Wachsthum der Werthe hD mit P aus angegebenem Grunde bei den höchsten P–Werthen etwas mehr spürbar ist, als das der Zahlen r. Immer noch aber stellt sich die zunehmende Approximation an die Gleichheit mit Wachsthum von P deutlich genug heraus.

So finden für die drei höchsten P–Werthe = 1500, 2000, 3000 Grammen in der zweihändigen Reihe im Mittel die Werthe hD = 4342, 4500, 4908; in der einhändigen 5682, 5639, 6152 statt. Während P von 1500 auf 3000, also vom Einfachen aufs Doppelte steigt, steigt hD verhältnissmässig nur noch wenig, nämlich vom Einfachen respectiv aufs 1,13fache oder 1,08fache.

Es schien mir nun von Interesse, diese, für die Bewährung des Gesetzes wichtigste, approximative Gleichheit von hD bei höheren Gewichten für die beiden höchsten Hauptgewichte 2000 und 3000 nochmals insbesondere zu constatiren; und ich nahm dazu Gelegenheit bei einer Versuchsreihe, die zugleich bestimmt war,

das einhändige und zweihändige Verfahren in abwechselnden Versuchen zu vergleichen, indem die vorigen beiden Reihen, als im Ganzen hinter einander angestellt, keine Sicherheit eines solchen Vergleiches gewähren (vergl. S. 183); nebenbei auch die, schon durch anderweite Versuche constatirte, Proportionalität der t-Werthe mit dem angewandten D des Weiteren zu bewähren.

Diese Reihe, ebenfalls 32tägig, ist im Dec. 1858 und Jan. 1859 unter den S. 197 angegebenen Normalumständen, also, obwohl viel später, doch ganz vergleichbar mit den früheren angestellt. Jeder Versuchstag umfasst 8 Abtheilungen à 64 Hebungen, die ganze Reihe also 32. 8. 64 = 16384 Hebungen. Zwischen den beiden Hauptgewichten wurde von einem Tage zum anderen, zwischen einhändigem und zweihändigem Verfahren nach je zwei Tagen gewechselt, ausserdem an jedem Tage nach je zwei Abtheilungen zwischen einem Zusatzgewichte $D = 0{,}04\ P$ und $0{,}08\ P$ gewechselt, welches also bei $P = 2000$ respectiv 80 und 160, bei $P = 3000$ respectiv 120 und 240 Grammen betrug. Ausserdem wechselten bei dem einhändigen Verfahren, wie ich diess stets so halte, Linke und Rechte nach je einer Abtheilung à 64 Hebungen.

Zur Unterscheidung von der vorigen nenne ich diese Versuchsreihe die zwei- und einhändige. Zuvörderst gebe ich in Tabelle VIII die addirten Zahlen r der 4 Hauptfälle zu einem vorläufigen Aperçu; in Tabelle IX aber die, ganz vergleichbar mit Tabelle VI und VII unter Sonderung der 4 Hauptfälle aus Fractionen à 64 berechneten, Werthe hD, ohne auch hier, wegen ihrer Umfänglichkeit, die Unterlagen dieser Berechnung in Specie mittheilen zu können.

VIII. Zahl der richtigen Fälle r der zwei- und einhändigen Reihe.

	Zweihändig		Einhändig			
	$n = 2048$		Linke $n = 1024$		Rechte $n = 1024$	
P	$D = 0{,}04\ P$	$D = 0{,}08\ P$	$D = 0{,}04\ P$	$D = 0{,}08\ P$	$D = 0{,}04\ P$	$D = 0{,}08\ P$
2000	1280	1503	708	840	681	863
3000	1297	1536	737	882	703	847
Summe	2577	3039	1445	1722	1384	1710

Die Summe r bei $P = 2000$ ist 5875
– – – – – = 3000 - 6002

IX. Werthe hD der zwei- und einhändigen Reihe.

$n = 64.$

P	Zweihändig ($\nu = 32$)		Einhändig ($\nu = 16$) Linke		Einhändig ($\nu = 16$) Rechte	
	$D = 0,04\ P$	$D = 0,08\ P$	$D = 0,04\ P$	$D = 0,08\ P$	$D = 0,04\ P$	$D = 0,08\ P$
2000	2461	5018	3456	7078	3709	9464
3000	2702	5326	4270	8310	4212	8028
Summe	5163	10344	7726	15388	7921	17492

Die Summe der hD bei $P = 2000$ ist 31186
- - - - - - = 3000 - 32938

Bei strenger Vergleichbarkeit der äusseren Umstände und der Berechnungsweise dieser Reihe mit den vorigen Reihen sollten die Zahlen der Tabelle IX mit denen der Tabelle VI und VII für $P = 2000$ und 3000 stimmen. Sie sind aber bei der zweihändigen Reihe beträchtlich kleiner, und stimmen bei der einhändigen zwar nahe mit den Zahlen für 0,08 P, aber sind erheblich kleiner für 0,04 P, wobei zu erinnern, dass die Zahlen der einhändigen Reihe bei $D = 0,04\ P$ und 0,08 P selbst nicht unter einander vergleichbar sind, was sich dadurch beweist, dass die letzten nicht merklich das Doppelte der ersten sind, und, wie schon S. 184 bemerkt, davon abhängt, dass sie in verschiedenen Wochen erhalten sind. Diess kann einen Beleg zu dem, was S. 183 gesagt wurde, geben, dass man auf eine Vergleichbarkeit von Masswerthen, die in verschiedenen Epochen erhalten wurden, nicht rechnen darf, auch wenn die äusseren Umstände gleich waren. Inzwischen thut diess der Vergleichbarkeit jeder Reihe in sich bezüglich der Verhältnisse, um die es sich hier handelt, keinen Eintrag.

Dass in unserer jetzigen Reihe, wo der Wechsel zwischen den beiden D's an demselben Tage erfolgte, die aus r berechneten Werthe hD sich merklich proportional den gegebenen D's zeigen, gehört zu den Bewährungen unserer Rechnungsregel.

Nach dem Definitivergebnisse also nahm hD von $P = 2000$ bis $P = 3000$ nur im Verhältnisse 31186 zu 32938 zu. Die Abweichung beider Zahlen von der Gleichheit bedeutet die Abweichung von der directen Foderung des Weber'schen Gesetzes, welche von uns durch das zutretende Armgewicht erklärt wird. Die Zahl 9464 in voriger Tabelle ist jedoch nach Vergleich mit allen anderen Zahlen unstreitig durch Zufälligkeiten zu gross; und dadurch die Abweichung etwas kleiner ausgefallen, als sie ohnedem sein würde. Im Uebrigen ist das wesentliche Resultat dieser Reihe die vollkommene Bestätigung des Resultates der früheren.

Da sich der Verhältnisstheil, mit welchem das Moment des gehobenen Armes zu dem des gehobenen Gewichtes zuzurechnen ist, nicht wohl von vorn herein bestimmen lässt, theils weil das Moment am Lebenden nicht genau messend zu ermitteln sein möchte, theils weil nicht genau bekannt ist, in welchem Verhältnisse die Wirkung des Muskelgefühls in die Totalwirkung eingeht, so könnte man daran denken, den zu P zuzurechnenden Werth aus unseren Werthen hD nach Voraussetzung der Gültigkeit unseres Gesetzes selbst zu bestimmen; doch zeigt einige Ueberlegung, dass sie dazu nicht wohl ausreichen.

Legt man die bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Fehler bezüglich des Zusammenwirkens von einander unabhängiger Präcisionsbedingungen gültigen Principien zu Grunde, so würde, wenn das Muskelgefühl allein den Werth $t' = h'D$ und das Druckgefühl allein den Werth $t'' = h''D$ bei einem gewissen Zusatzgewichte D erzeugt hätte, von dem Zusammenwirken derselben ein Werth $t =$

$$\sqrt{t'^2 + t''^2} = \sqrt{h'^2 + h''^2}\, D$$

zu erwarten, und hienach eine etwa versuchte Rechnung zu führen sein. Nun steht t' nach unserem Gesetze im umgekehrten Verhältnisse von $P + A$, wenn A wie oben verstanden wird, t'' blos im umgekehrten Verhältnisse von P, mithin hat man

$$t^2 = (hD)^2 = \frac{c'}{(P + A)^2} + \frac{c''}{P^2}$$

wenn c' und c Constanten sind. Die drei Unbekannten c', c'', A wären dann aus unseren für die verschiedenen P's erlangten Werthen hD zu bestimmen. Aber selbst, wenn die Schwierigkeit dieser Berechnung zu überwinden wäre, würde die Anomalie bei kleinem P, wovon gleich die Rede sein soll, einer genauen Berechnung im Wege stehen.

Dass im Uebergange von $P = 300$ zu $P = 500$ Grammen sich t statt erhöht vielmehr etwas vermindert zeigt, ist eine Anomalie, die aus dem bisher Angeführten nicht erklärbar ist. Ich glaube kaum, dass sie auf Zufälligkeiten wegen noch nicht hinreichender Beobachtungszahl ruht, wenn schon die Möglichkeit davon nicht schlechthin ausgeschlossen ist, da sie allerdings nur gering ist, und sehr grosse Versuchszahlen erfoderlich sind, um kleine Unterschiede sicher begründet zu halten; aber abgesehen von der Uebereinstimmung beider Versuchsreihen darin, deren jede eine grosse Menge Versuche zählt, sollte auch gerade bei den kleinsten Werthen von P die Erhöhung von t mit Wachsthum von P verhältnissmässig am stärksten sein, indem der Zuwachs zum Momente von P durch das Moment des Armes hier verhältnissmässig am grössten ist. Und wenn nicht besondere

störende Umstände bei den kleinsten Gewichten vorliegen, die bei den gröseren durch deren Einfluss überboten werden, hätte diess sich meines Erachtens nothwendig im Masse geltend machen müssen.

Ungeachtet ich nun keinen sicheren Aufschluss über diese Anomalie geben kann, deren sichere Constatirung durch neue Versuche sogar vielmehr noch wünschenswerth sein möchte, scheint mir doch Folgendes einige Wahrscheinlichkeit für den Fall darzubieten, dass sie wirklich in der Natur bestände.

Es lässt sich denken, dass ein zunehmender Druck, noch abgesehen von der Verminderung der Empfindlichkeit, die nach unserem Gesetze proportional mit der Zunahme des Reizes besteht, durch die mechanische Compression der Nervenenden oder bei der Apperception des Druckes mitbetheiligten Hülfsapparate einen vermindernden Einfluss auf die Empfindlichkeit äussert, der bei grösseren Gewichten gegen den unserem Gesetze folgenden Einfluss, der einen allgemeineren und tieferliegenden Grund haben muss, verschwindet; aber bei kleineren sich überwiegend geltend machen könnte. Damit wäre die Verminderung von t bei beginnendem Wachsthume von P erklärt. Ich bin nicht abgeneigt, hiemit den Umstand in Beziehung zu setzen, der mir sonst ebenfalls räthselhaft erschiene, dass wir eine leise Kitzelberührung stärker empfinden, und stärker zur Reflexbewegung dadurch angeregt werden, als einen etwas stärkeren Druck, obwohl das Uebergewicht der Empfindung immer für einen sehr starken Druck bleibt. Doch gebe ich gern zu, dass diess nur Gedanken sind, die eine weitere Prüfung fodern und Anregung dazu geben mögen.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass, so wie das Feld der Gewichtsversuche die untere Gränze des Gesetzes mit dem Felde der Lichtversuche theilt, diess auch in Betreff der oberen Gränze der Fall sein wird, nur dass die Versuche nicht bis zu einer solchen Gränze von mir fortgesetzt worden sind, wo die Belastung nachtheilig zu wirken anfängt, und auch natürlich nicht nach der Methode der richtigen und falschen Fälle, welche eine gewaltige Menge Versuche fodert, ohne dauernden Nachtheil hinreichend lange fortgesetzt werden könnten, um sichere Resultate zu erzielen. Doch würden sich nach der Methode der eben merklichen Unterschiede vielleicht beweisende Erfahrungen in dieser Hin-

sicht machen lassen, ohne Nachtheil besorgen zu dürfen; da der Grad der Genauigkeit, der überhaupt mit dieser Methode zu erlangen ist, weniger an die Zahl der Versuche gebunden ist.

Ueberblicken wir das Vorige, so ist die Untersuchung über die Gültigkeit und Gränzen unseres Gesetzes im Gebiete der Gewichtsversuche noch weit entfernt, abgeschlossen zu sein; und meine eigenen Versuche zur Lösung der Aufgabe nach denen Weber's nur ein zweiter Schritt zu dem ersten, dem noch mancher mit neuen Modificationen der Methode wird folgen müssen. Man kann nach dem bisher Geleisteten nur sagen, dass die Beobachtungen im Allgemeinen so gut zu dem Gesetze stimmen, dass man an seiner approximativen oder genauen Gültigkeit in gewissen Gränzen nicht zweifeln kann; aber die Anomalie an der unteren Gränze, die Frage nach der oberen Gränze, die genauere Constatirung und Bestimmung des Einflusses des Armgewichtes, die vollkommene und genaue Scheidung des Druckgefühles und Muskelgefühles, sind noch Puncte, welche der Erledigung durch künftige Versuche harren. Weber's Versuche haben das Gesetz zuerst im Allgemeinen bewiesen, ohne dass die Methode geeignet war, die Abweichungen davon sicher zu constatiren; meine Versuche haben solche erkennen lassen, ohne hinzureichen, sie dadurch wieder zu eliminiren, dass sich die Umstände, von denen sie abhängen, genau in Rechnung nehmen liessen.

Während es keinem Zweifel unterliegen kann, dass die Isolirung des Druckgefühles durch die eine Versuchsweise Weber's erreicht ist, wo das Gewicht auf die letzten Fingerglieder der auf dem Tische aufliegenden Hand gelegt wird; scheint mir allerdings die Isolirung des Muskelgefühles nicht eben so sicher durch die andere, in der Abhandlung über Tastsinn und Gemeingefühl S. 546 von ihm angegebene erreicht, wo der Beobachter mit der Hand die vereinigten Zipfel eines Tuches umfasst, in welchem ein Gewicht hängt; da das Gewicht nothwendig um so mehr dahin wirken muss, die Zipfel durch die Hand gleiten zu lassen, je schwerer es ist, wenn dem nicht durch ein stärkeres Zufassen, mithin einen stärkeren Druck begegnet wird. Sollte aber auch der Druck constant gehalten werden können, so würde ein constanter Druck um nichts weniger als Complication bei den Versuchen in Rechnung kommen.

Eine Methode, das Muskelgefühl genau bei den Versuchen zu isoliren, will mir überhaupt nicht beifallen. Zur Isolirung des Druckgefühles dürfte sich vielleicht unter Beibehaltung unserer Methode die Anwendung von Kugeln oder Hämmern, die aus gegebener Höhe auf die Haut herabfallen, noch besser eignen, als die Anwendung ruhender Gewichte; und eine Verglei-

chung der so erhaltenen Resultate mit denen, welche die Hebung von Gewichten gewährt, von nicht geringem Interesse sein.

Ohne Rücksicht auf die Frage unseres Gesetzes lässt sich das directe Resultat der im Vorigen mitgetheilten Versuche wie folgt aussprechen.

Wenn man ein gegebenes Gewicht vergleichungsweise mit einem anderen hebt, welchem ein gewisses Mehrgewicht gegen das vorige zugefügt ist, so wird das Mehrgewicht absolut genommen um so mehr betragen müssen, je grösser das Hauptgewicht ist, um noch gleich merklich als Unterschied beider Gewichte in die Empfindung zu fallen.

Lässt man das Mehrgewicht proportional mit dem Hauptgewichte wachsen, so dass nicht seine absolute, aber seine relative Grösse in Bezug zum Hauptgewichte immer dieselbe bleibt, so wächst die Merklichkeit dieses relativen Mehrgewichtes einigermassen mit Aufsteigen zu höheren Hauptgewichten; tendirt jedoch dabei immer mehr zur Gleichheit, so dass der Unterschied der Merklichkeit gleicher relativer Mehrgewichte bei Hauptgewichten von 1500 und 3000 Grammen nur noch gering ist, etwa dem Verhältnisse 10 : 11 entspricht. Das heisst, die relativen Mehrgewichte bei 1500 und 3000 Grammen Hauptgewicht müssten, statt gleich zu sein, sich ungefähr wie 11 : 10 verhalten, um noch gleich merklich zu erscheinen, also ein gleiches Verhältniss richtiger zu den falschen Fällen bei der demgemässen Methode zu liefern.

Dieser aufsteigende Gang der Merklichkeit gleicher relativer Mehrgewichte mit der Grösse der Hauptgewichte erleidet jedoch eine Ausnahme bei sehr niedrigen Hauptgewichten, indem die Merklichkeit beim Aufsteigen von 300 bis 500 Grammen vielmehr etwas ab- als zunimmt; wogegen über 500 Grammen der aufsteigende Gang fortgehends eingehalten wird.

Der Grund des exceptionellen Ganges bei niederen Hauptgewichten ist so gut wie unbekannt, und nur S. 198 eine beiläufige Vermuthung desshalb ausgesprochen; der Grund der Abweichung von der gleichen Merklichkeit relativ gleicher Mehrgewichte beim Aufsteigen zu höheren Hauptgewichten kann mit Wahrscheinlichkeit darin gesucht werden, dass das Gewichtsmoment des hebenden und bei der Hebung mit gehobenen Armes als eine Vergrösserung des Hauptgewichtes in Anschlag kommt, welche

der relativen Gleichheit des, eigentlich zu diesem vergrösserten Hauptgewichte in Bezug zu setzenden, Mehrgewichtes Eintrag thut.

Wenn man bei einem und demselben Hauptgewichte verschiedene Mehrgewichte anwendet, so wächst die Merklichkeit mit der Grösse des Mehrgewichtes. Diese vergrösserte Merklichkeit hat ein vergrössertes Verhältniss richtiger zu den falschen Fällen so wie zur Totalzahl der Fälle zur Folge, wenn man die Methode der richtigen und falschen Fälle zur Vergleichung der Gewichte anwendet. Die Zahl der richtigen Fälle wächst aber nicht proportional der Grösse des Mehrgewichtes, sondern in kleinerem Verhältnisse.

Die S. 112 gegebene Regel, mittelst der Fundamentaltabelle zu finden, wie sich die richtige Zahl nach Massgabe des Mehrgewichtes ändert, bestätigt sich in der Erfahrung.

Diese Resultate sind durch Versuche mit Hauptgewichten = 300, 500, 1000, 1500, 2000, 3000 Grammen, und Mehrgewichten gleich 0,04 und 0,08 des Hauptgewichtes, übereinstimmend bei Hebung der Gewichte mit blos einer Hand und mit beiden Händen, unter Ausscheidung der constanten Fehler gefunden, welche von der Zeit- und Raumlage der gehobenen Gewichte abhängen.

4) Temperatur.

Die Frage, inwiefern unser Gesetz auf Temperaturempfindung Anwendung erleide, schliesst noch Dunkelheiten ein. E. H. Weber*) ist geneigt, anzunehmen, »dass wir vielmehr den Act des Steigens und Sinkens der Temperatur unserer Haut als den Grad wahrnehmen können, bis zu welchem die Temperatur gestiegen oder gesunken ist. Wir empfinden z. B. nicht, ob unsere Stirn oder unsere Hand wärmer ist, bis wir die Hand an die Stirne legen, wo wir dann oft zwischen beiden einen grossen Unterschied wahrnehmen, und zu manchen Zeiten die Hand, zu anderen die Stirne wärmer finden,« wozu sich andere, von Weber geltend gemachte Erfahrungen fügen lassen, welche eben dahin weisen. Inzwischen scheint es doch, dass wir auch eine anhaltende Wärme als Wärme, und anhaltende Kälte als Kälte zu empfinden im Stande sind, wenn sie von der gewöhnlichen oder mittleren Temperatur hinreichend abweicht.

*) Der Tasts. und das Gemeing. S. 549.

Wie dem auch sei, so kann, wenn man die Frage des Weber'schen Gesetzes bezüglich Temperaturunterschieden in Betracht ziehen will, keinesfalls als Reiz hiebei die Temperatur von einem absoluten Nullpuncte an in Frage kommen, sondern blos die Differenz von einer Temperatur, bei welcher wir weder Wärme noch Kälte empfinden, weil die Grösse der Wärme- und Kälteempfindung nur hievon abhängt. Diese Differenz kann nun zu- und abnehmen, und die Frage des Weber'schen Gesetzes wird sein, ob eine gleich grosse relative Vergrösserung nicht der absoluten Temperatur, sondern dieser Temperaturdifferenz einen gleich merklichen oder allgemeiner gleich grossen Zuwuchs der Temperaturempfindung bedinge.

Nach einigen, jedoch bei Weitem nicht hinreichenden, Versuchen, die ich über diese Frage angestellt, scheint dem so *in*nerhalb gewisser Gränzen mittlerer Temperaturen zu sein, während es entschieden nicht mehr der Fall ist bei sehr kalten und sehr heissen Temperaturen.

Meine Versuche darüber sind an 6 Tagen (im Dec. 1855) nach der Methode der eben merklichen Unterschiede angestellt, indem ich dabei das Weber'sche Verfahren des abwechselnden Eintauchens zweier Finger derselben Hand immer bis zu gleicher Tiefe in zwei Gefässe mit ungleich warmem Wasser benutzte. Zur Beobachtung dienten ein paar sehr genaue und genau verglichene, in halbe Grade getheilte, Greiner'sche Thermometer mit Reaumur'scher Skale des Leipziger physikalischen Cabinets, an denen Zehntheile des halben, also Zwanzigstel eines ganzen, Grades noch sehr wohl geschätzt werden können. Da das eine derselben nach Hankel's Angabe, der die Güte hatte, mir dieselben zu den Versuchen zu überlassen, so wie nach eigener Constatirung um $0^0{,}05$ oder $\frac{1}{20}$ Grad höher als das andere stand, so ist jede Beobachtung desshalb corrigirt worden. Ueber die übrigen Verhältnisse der Versuchsreihe werde ich nach den Resultaten das Nöthige anführen.

Innerhalb der Temperaturen von etwa 10^0 bis 20^0 R. fand ich die Empfindlichkeit für die Temperaturunterschiede so gross, dass die eben merklichen Unterschiede keine genaue Bestimmung zuliessen. Ein Maximum der Empfindlichkeit, wo verschwindende oder fast verschwindende Unterschiede appercipirt werden, liegt jedenfalls innerhalb dieser Gränzen, ohne eine genaue

directe Bestimmung zuzulassen. Ueber 20⁰ bis zur Blutwärme, über die hinaus meine Versuche nicht erheblich gehen, fand ich die Ergebnisse dem Weber'schen Gesetze sehr wohl entsprechend, wenn ich (ganz empirisch) als Mass des Temperaturreizes den Temperaturüberschuss über die Mitteltemperatur zwischen Frostkälte und Blutwärme = 14⁰,77 R.*) annahm, indem der eben merkliche Temperaturunterschied sich dieser Erhebung über die Mitteltemperatur proportional zeigte. Hier folgen die, vor aller Berechnung als eben merklich aufgezeichneten, Temperaturunterschiede *D* mit den Temperaturen *t*, bei denen sie beobachtet wurden, diese als Mittel zwischen den zwei Temperaturen angegeben, zwischen welchen der Unterschied *D* beobachtet wurde, und den unter der Voraussetzung berechneten Werthen von *D*, dass die eben merklichen Unterschiede den Temperaturüberschüssen über 14⁰,77 proportional gehen. Die erste Seite (I) dieser Tabelle fällt, weil die beobachteten Unterschiede hier überhaupt zu klein sind, ausser Betracht, und kann blos dienen, die Geringfügigkeit der eben merklichen Unterschiede in den Gränzen der Temperaturen dieses Theiles der Tabelle zu beweisen; wogegen man die zweite Seite (II) von 19⁰,13 R. an nach ihrer Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung in Betracht nehmen mag.

I				II			
Datum des Vers.	*t*⁰ R.	*D*⁰ R. beob.	*D*⁰ R. ber.	Datum des Vers.	*t*⁰ R.	*D*⁰ R. beob.	*D*⁰ R. ber.
Decbr.				Decbr.			
2	15,03	0,19	0,009	26	19,13	0,15	0,16
26	15,40	0,10	0,023	26	20,45	0,20	0,21
26	15,55	0,09	0,028	26	20,63	0,15	0,21
26	16,18	0,15	0,051	26	21,20	0,20	0,23
21	16,70	0,20**	0,070	26	21,73	0,25	0,25
26	16,71	0,09	0,070	21	23,30	0,30	0,31
21	16,75	0,10**	0,072	21	25,35	0,40	0,39
21	16,88	0,25*	0,076	21. 26	26,30	0,40	0,42
21	17,00	0,00**	0,081	21. 26	28,80	0,60	0,51
26	17,20	0,20	0,088	26	30,50	0,60	0,57
21	17,30	0,10**	0,092	26	31,35	0,60	0,60
26	17,69	0,23	0,106				
26	18,78	0,15	0,145				

*) Diese Temperatur basirt auf die Wärmebestimmungen des menschlichen Körpers durch Lichtenfels und Fröhlich in den Abhandl. der Wien. Akad.

Man erhält die berechneten Werthe der Tabelle, indem man den Temperaturüberschuss über 14⁰,77, also t — 14⁰,77 mit 0,03623 multiplicirt. Diese Constante ist blos aus den Beobachtungen von t = 19⁰,13 bis 31⁰,35 abgeleitet; doch sind auch die beobachteten und die nach jener Constante berechneten Werthe von D über 14⁰,77 und unter 19⁰,13, welche, wie gesagt, nur Spuren sind, auf der ersten Seite der Tabelle beigefügt. Die Beobachtungen der Tabelle gehören nur 3 von den 6 Versuchstagen an; indem sich die Beobachtungen an den anderen 3 blos auf Temperaturen unterhalb der Mitteltemperatur beziehen, die ich unten besonders gebe.

Was die mit Sternchen bezeichneten Werthe von D der ersten Seite der Tabelle anlangt, so sind es solche, die nicht blos als eben merklich, sondern als merklich (1 Sternchen) oder als deutlich (2 Sternchen) im Beobachtungsregister verzeichnet sind, was mehr als eben merklich gilt. Einer dieser für die Empfindung deutlichen Unterschiede (bei 17⁰) liess sich am Thermometer (die erfoderliche Correction um 0,05⁰ dabei gemacht) nicht mehr erkennen. Ueberhaupt könnte man geneigt sein, die Mitteltemperatur grösster Empfindlichkeit nach diesen Werthen vielmehr bei 16⁰ bis 17⁰ als 14⁰,77 anzunehmen, und es ist möglich, dass sie da liegt. Aber man kann auf die fast verschwindenden Werthe von D in der Nähe der Mitteltemperatur überhaupt nichts Sicheres bauen, wenn man bedenkt, dass abgesehen von den Schwankungen der Empfindlichkeit, des Massstabes der Merklichkeit, den Irrthümern des Ablesens eine ganz geringe Abweichung zwischen der Temperatur des Wassers und Thermometers hinreicht, solche Unterschiede herbeizuführen oder zu verdecken, wenn auch möglichst Sorge getragen war, diese Quellen des Irrthumes auf das Kleinste zu reduciren. Der Ausgang der Berechnung von 14⁰,77 entspricht doch im Ganzen besser den Beobachtungen.

Im Uebrigen, wenn schon jene Spuren von D unterhalb t = 20⁰ fast in die Ordnung der Beobachtungsfehler treten, können sie nicht rein als solche selbst gelten, weil die Prüfung im Allgemeinen geschahe, ohne dass ich wusste, für welches Wasser ein Uebergewicht der Temperatur stattfand, und mich erst nach wiederholtem abwechselnden Eintauchen entschied, wenn ich des Resultates ganz sicher zu sein glaubte, was in dem Grade statt-

fand, dass ich mich bei einer sehr grossen Anzahl Versuchen nur einmal in der Nähe der Mitteltemperatur getäuscht habe, wo die eben merklichen Differenzen fast verschwindend werden, indem bei der nachherigen Constatirung der als eben merklich angenommene Unterschied sich in dem entgegengesetzten Gefässe fand, als wo ich ihn angenommen, wogegen sich sehr häufig Fälle darboten, wo ich keinen Unterschied zwischen beiden Wässern finden konnte, und nachher immer auch wirklich keinen oder einen unter der, dieser Gegend zukommenden, Gränze des Merklichen liegenden an den Thermometern fand, was durch eine Art gegenseitiger Controle zugleich beweist, dass die Thermometerangaben und dass die Angaben des Gefühles im Allgemeinen verlässlich waren.

Mit dem aus der Tabelle ersichtlichen, dem Weber'schen Gesetze hinreichend entsprechenden, Gange der eben merklichen Unterschiede oberhalb der Mitteltemperatur, insoweit er sich wegen der Kleinheit der Unterschiede beurtheilen lässt, fand jedoch keine Symmetrie unterhalb derselben statt. Bis etwa 10^0 abwärts waren die eben merklichen Unterschiede immer noch zu klein, um auf ihre Verhältnisse etwas zu geben, weiter abwärts aber stiegen sie ohne Vergleich rascher mit zunehmender Kälte, als mit dem Gange oberhalb und mit dem Weber'schen Gesetze verträglich ist; so dass sie empirisch ziemlich gut repräsentirt wurden, wenn man eine Proportionalität derselben mit der dritten Potenz von $T-t$ annahm, wo $T = 14^0,77$, t die Temperatur, bei welcher der eben merkliche Unterschied beobachtet ward, und 0,002734 der Werth ist, mit dem man $(T-t)^3$ zu multipliciren hat, um den eben merklichen Unterschied am Thermometer zu erhalten, was unstreitig auf einer starken Abnahme der Empfindlichkeit mit der Kälte beruht. Wahrscheinlich würde man eine ähnliche Abweichung finden, wenn man über die Blutwärme hinaus sich der Temperatur näherte, wo das Gefühl des Brennens eintritt, wobei jedoch immer auffallend bleibt, dass die Abweichung oberhalb der Mitteltemperatur erst in höheren Graden beginnt, indess sie unterhalb der Mitteltemperatur alsbald beginnt.

Hier folgen die nach der Formel

$$D = (14,77 - t)^3 . 0,02734$$

berechneten Werthe in Zusammenstellung mit den beobachteten innerhalb der Temperaturgränze $+ 10^0,5$ und $+ 4^0,5$ R. Tiefer

abwärts erhielt ich an ein paar Tagen zu sehr von einander abweichende Werthe, um etwas darauf zu bauen.

Datum der Versuche	t^0 R.	$14^0,77 - t^0$	D beobachtet	D berechnet	Differenz
December					
5.	4,60	10,17	2,80	2,88	+0,08
23.	5,32	9,45	2,54	2,31	−0,21
23.	5,43	9,34	2,40	2,23	−0,17
21.	5,65	9,12	2,00	2,07	+0,07
23.	5,69	9,08	2,54	2,05	−0,49
5.	5,73	9,04	2,22	2,02	−0,20
2.	5,81	8,96	1,62	1,97	+0,35
5.	5,85	8,92	1,80	1,94	+0,14
2.	5,88	8,89	1,75	1,92	+0,17
2.	6,11	8,66	1,55	1,78	+0,23
1. 25.	6,98	7,79	1,06	1,29	+0,23
25.	7,15	7,62	1,40	1,21	−0,19
23. 25.	7,18	7,59	1,49	1,20	−0,29
25.	7,20	7,57	1,30	1,19	−0,11
2.	7,21	7,56	0,91	1,18	+0,27
23.	7,64	7,13	0,93	0,99	+0,06
26.	8,18	6,59	0,75	0,78	+0,03
5.	8,20	6,57	0,80	0,78	−0,02
23.	8,43	6,34	0,65	0,70	+0,05
23.	8,56	6,21	0,61	0,66	+0,05
23. 26.	8,71	6,06	0,53	0,61	+0,08
23.	8,73	6,04	0,45	0,60	+0,15
2. 15.	9,15	5,62	0,48	0,49	+0,01
2. 25.	9,77	5,00	0,40	0,34	−0,06
5.	10,5	4,27	0,40	0,21	−0,19
			33,38	33,40	

Mit Rücksicht auf die mancherlei Schwierigkeiten, welche diese feinen Versuche darbieten und namentlich, dass die Werthe von ganz verschiedenen Tagen darin zusammengenommen sind, wobei theils auf völlige Vergleichbarkeit der Empfindlichkeit, theils genaue Beibehaltung desselben subjectiven Massstabes für das Ebenmerklichsein nicht sicher zu rechnen, bieten diese Ergebnisse eine Uebereinstimmung der berechneten mit den beobachteten Werthen und einen Wechsel der positiven und negativen Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung dar, womit man wohl zufrieden sein kann. Natürlich würde sich die Uebereinstim-

mung noch sehr haben steigern lassen, wenn ich einige nicht sehr passende Werthe hätte auslassen wollen, ich habe aber Alles gegeben, was als eben merklich vor der Berechnung verzeichnet war. Doch bin ich weit entfernt, die angegebene Formel für mehr als eine empirische, innerhalb gewisser Gränzen genügende, anzusehen. Der Vollständigkeit halber füge ich endlich noch die über 10°,5 bis zu 14°,20 beobachteten Werthe von D bei, wenn schon nichts Anderes mit Sicherheit daraus zu ersehen, als dass sie sehr klein sind. Jedoch sind sie noch etwas grösser, als sie nach der Berechnung sein sollten, wenn man die vorige Formel darauf anwendet, wie die Zusammenstellung der danach berechneten mit den beobachteten Werthen zeigt.

Datum der Versuche	t^0 R.	D	
		beob.	berechn.
December			
25.	10,88	0,15	0,161
23.	11,36	0,13*)	0,108
5.	11,45	0,30	0,100
5.	12,15	0,30	0,049
5.	12,40	0,20	0,036
25.	12,50	0,15	0,032
21.	13,30	0,20	0,009
21.	13,40	0,25	0,007
5.	13,50	0,15	0,006
5.	13,90	0,25	0,002
5. 21.	14,20	0,15	0,001

Obwohl diese Versuche mit grosser Aufmerksamkeit angestellt sind, lassen sie doch noch eine Wiederholung aus dem Gesichtspuncte wünschenswerth erscheinen, dass die Versuche unter der Mitteltemperatur mit den Temperaturen blos aufsteigend, über der Mitteltemperatur absteigend angestellt worden sind, was der Vergleichbarkeit einigen Eintrag thun kann. Auch wäre zur Sicherstellung des Weber'schen Gesetzes oberhalb der Mitteltemperatur noch eine viel grössere Zahl Beobachtungen nöthig, als hier vorliegen, so dass ich nach Allem das Resultat dieser Versuche nur als ein vorläufiges geben kann, was möglicherweise noch der Modification unterliegen mag. Ich bezeichne es ausdrück-

*) Deutlich statt eben merklich.

lich als ein solches, und halte das Weber'sche Gesetz innerhalb der angegebenen Gränzen dadurch zwar für ziemlich wahrscheinlich gemacht; aber keineswegs erwiesen. Es war meine Absicht, die Versuche nach diesen Beziehungen noch zu vervollständigen oder zu erneuern. Doch bin ich darin unterbrochen worden und habe seitdem nicht Zeit gefunden, darauf zurückzukommen.

Ueber die Modalität der Versuche trage ich noch Folgendes nach:

Die beiden Gefässe, in welchen das Wasser von verschiedener Temperatur enthalten, waren grosse thönerne Häfen, um die Temperaturänderungen möglichst zu verlangsamen. Sie waren so weit mit Wasser gefüllt, dass bei Eintauchen des Zeige- und Mittelfingers der rechten Hand bis auf den Boden das Wasser gerade bis an das Gelenk zwischen 1. und 2. Glied des Zeigefingers (von der palma an gerechnet) reichte. So ward stets dieselbe Berührungsgrösse mit dem Wasser hergestellt. Die Thermometer, in geeigneten Gestellen befestigt, tauchten mit den Kugeln bis in die Mitte des Wassers, das vor jeder Beobachtung gut umgerührt ward. Die Temperatur der Wässer ward theils durch Umrühren mit Eis, theils mit Metall- oder Thongeschirren, welche auf dem heissen Ofen standen, abgeändert. Die zwei Finger, welche den Versuch vornahmen, wurden erst so lange in einem beider Gefässe, bis an den Boden eingetaucht, gelassen, bis sie eine constante Temperatur angenommen, dann abwechselnd in das eine und andere Gefäss getaucht, bis sich ein Urtheil gebildet hatte. War die Temperaturempfindung über der, die ich als eben merklich bezeichnete, so wurde die Temperatur durch Umrühren in entgegengesetzter Richtung abgeändert, so dass ich nicht wusste, ob der Ueberschuss der Temperatur an das andere Gefäss übergegangen oder nicht, und die Beobachtung wiederholt, bis sich, meist erst nach mehrfacher Wiederholung dieser Abänderung, ein eben merklicher Unterschied einfand, ein Verfahren, das freilich ziemlich langwierig ist. Die Temperatur wurde sofort nach gefasstem Urtheile abgelesen.

Obwohl ich nur den Empfindungswerth eben merklich als massgebend angenommen habe, so habe ich doch in meinem Beobachtungsregister auch folgende, so viel wie möglich constant festgehaltene, Empfindungswerthe, nach der aufsteigenden Reihe ihrer Grösse, verzeichnet.

Unmerklich, kaum merklich, eben merklich, merklich, deutlich, entschieden, stark, sehr stark. Natürlich ist auf scharfe Scheidung dieser Werthe nicht zu rechnen. Die Werthe kaum merklich waren solche, wo ich nicht ganz sicher war, mich nicht zu täuschen, und obwohl diess nach der Beobachtung controlirt werden konnte, so war doch eine zufällige Uebereinstimmung dann möglich; daher ich solche Werthe nur insofern benutzt habe, als ich, wenn kaum merklich mit merklich oder deutlich an demselben oder auch verschiedenen Beobachtungstagen nahe zusammentraf, das Mittel aus diesen Bestimmungen als eben merklich in Rechnung brachte, was einigemale geschehen ist.

Unstreitig wird es erwünscht sein, wenn auch in diesem Gebiete Versuche nach den anderen Methoden zu denen nach der

Methode der eben merklichen Unterschiede hinzutreten. Volkmann hat Herrn Lindemann, stud. med. veranlasst, Versuche nach der Methode der mittleren Fehler anzustellen, und seine Doctordissertation darüber zu schreiben, welche derselbe unter dem Titel: »*De sensu caloris. Halis* 1857« vertheidigt hat. Aber aus diesen Versuchen lässt sich nicht viel schliessen, weil die Temperaturskala dabei zwar respectiv von 7° und 14°,6 bis 45°,55 C. zweimal aufsteigend und zweimal absteigend durchlaufen ist, aber so dass auf jedes Temperaturintervall nur wenige Versuche kommen, was keine Benutzung nach dem Principe der Methode der mittleren Fehler gestattet. Die rechte Hand tauchte dabei bis zur Handwurzel ein, und zwar bei der aufsteigenden Reihe stets zuerst in das anfangs wärmere, bei der absteigenden stets zuerst in das anfangs kältere Wasser, was dann durch Zuguss respectiv von kälterem oder wärmerem Wasser dem anderen für die Empfindung gleich gemacht wurde.

Bei den zwei aufsteigenden Reihen, d. h. wo Lindemann die Ausgleichung der Temperaturen beider Wassermassen für die Empfindung successiv in immer höheren Temperaturen bewirkte, wurde stets ein positiver Fehler begangen, bei den zwei absteigenden umgekehrt stets ein negativer Fehler. Man kann in Frage stellen, ob diess daher rührte, dass bei der aufsteigenden und absteigenden Reihe in umgekehrtem Sinne durch die Temperaturskala fortgeschritten wurde, oder dass bei jedem einzelnen Versuche der Uebergang in umgekehrtem Sinne zwischen dem anfangs wärmeren und kälteren Wasser geschahe. Aus dem Umstande aber, dass gleich die ersten Versuche jeder der 4 Reihen das angegebene Verhältniss zeigen, ist das Letztere zu schliessen. Es fehlt übrigens hier, wie in manchen Hinsichten, an genaueren Angaben über die in Betracht kommenden Umstände.

Man hat hier also Resultate, die wesentlich mit constanten Fehlern afficirt sind, und nach der Regelmässigkeit, mit welcher die einzelnen Fehler bei jeder einzelnen Reihe sich im Aufsteigen oder Absteigen durch die Temperaturskala ändern, scheinen die ganzen Fehler fast blos constante zu sein, da variable Fehler nothwendig grosse Unregelmässigkeiten im Einzelnen zeigen müssten. Dabei ist die Geringfügigkeit derselben auffallend.

Zwischen 26°,4 und 38°,8 C.*) (beides inclus.) gaben 23 Versuche der I. aufsteigenden Reihe regelmässig + 0,05 als Fehler mit Ausnahme blos von 5 Versuchen. Bei höheren und tieferen Temperaturen wuchs der Fehler, doch wenig, und etwas unregelmässig nach Oben, so dass im Intervalle von 39,4 bis 45,5 blos Fehler 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 vorkommen, stärker nach unten (+ 0,5 bei 14,6, womit die aufsteigende Reihe begann, +0,4 bei 16° und 18°,2 u. s. w.). Bei der zweiten aufsteigenden Reihe wurde von 31,35 bis 42°,9 in 14 aufsteigenden Versuchen ausnahmslos + 0,05 als Fehler gefunden; dieser stieg höher hinauf bis 0,1 bei 44,8 und 45, 1, und tiefer herab bis + 0,25 bei 7°,9 und 8,4. Bei der ersten absteigenden Reihe wurde der Fehler — 0,05 von 41,5 bis 19,5 in 22 absteigenden Versuchen mit Ausnahme dreier beobachtet, er stieg bis — 0,1 bei 44,7 und bis 0,29 bei 7°; bei der zweiten absteigenden Reihe ward der Fehler — 0,05 von 41,65 bis 19,35 ausnahmslos in 21 absteigenden Versuchen beobachtet, und stieg bis — 0,1 bei 44,9 und — 0,25 bei 7,55.

Diese Versuche stimmen mit den meinigen darin überein, dass von einem Intervalle an, wo die Fehler fast verschwinden, die Fehler nach der Frostseite zu rascher oder in stärkerem Verhältnisse steigen als nach der Wärmeseite. Sie geben hier viel kleinere Fehler, als von mir und schon früher von Weber die eben merklichen Unterschiede gefunden wurden, was jedoch kein Widerspruch ist, da nach der Bemerkung S. 129 die Fehler überall durchschnittlich kleiner als die eben merklichen Unterschiede ausfallen müssen; zum Theil auch mit daran hängen kann, dass von mir blos zwei Glieder zweier Finger, von Lindemann die ganze Hand eingetaucht ward. Eine wesentlichere Abweichung liegt darin, dass Lindemann das Intervall kleinster Fehler um die Blutwärme herum findet, statt dass bei mir das Intervall kleinster bemerkbarer Unterschiede um die mittlere Temperatur liegt. Inzwischen lässt sich, da seine Fehler offenbar in der Hauptsache constante sind, nicht beurtheilen, ob hierin ein wirklicher Widerspruch liegt; und es sind neue Versuche über diesen Gegenstand jedenfalls nöthig. Aus den bisherigen Versuchen geht freilich schon hervor, dass die Geringfügigkeit der Unterschiede, die noch erkannt werden können, so wie der Fehler, die durchschnittlich begangen werden, der genauen Messbarkeit grosse Schwierigkeiten entgegensetzt.

Vielleicht am geeignetsten dürfte zu Versuchen über diesen

*) Ich führe hier stets nur die niedrigere beider Temperaturen an, zwischen welchen die Differenz bestand.

Gegenstand eine analoge Anwendung der Methode der richtigen und falschen Fälle sein, als bei meinen Gewichtsversuchen stattgefunden hat. Freilich wird man dabei nicht leicht so constante Temperaturen und Temperaturunterschiede erhalten können, als sich Gewichte und Gewichtsunterschiede erhalten lassen; wenn man inzwischen die Ursachen der Temperaturveränderung möglichst vermindert, und z. B. nach je 10 Beobachtungen die Temperatur neu aufzeichnet und nöthigenfalls regulirt, so scheint es doch, namentlich mit Rücksicht der Reductionen, welche die Fundamentaltabelle gestattet, dass sich brauchbare Resultate müssten erhalten lassen.

5) Extensive Grössen.

(Augenmass und Tastmass.)

Abgesehen von der allgemeinen Angabe Weber's (S. 137), hat für das Augenmass F. Hegelmayer*), stud. med. in Tübingen, eine ungefähre Bestätigung des Weber'schen Gesetzes nach der Methode der richtigen und falschen Fälle gegeben, die aber sowohl in Betreff der viel zu geringen Anzahl Versuche, als dem Mangel an Vergleichbarkeit, der zwischen mehreren, aus denen Mittel gezogen sind, obwaltete, zu viel zu wünschen übrig lassen, als dass sie als sehr massgebend gelten könnten. Im Wesentlichen bestanden die Versuche darin, Linien von gegebener Länge, theils horizontale, theils verticale, mit anderen zuvor gesehenen Linien zu vergleichen, die um gewisse grössere oder kleinere Bruchtheile davon verschieden waren, unter Abänderung der Zwischenzeit, deren Einfluss zu untersuchen die Hauptabsicht des Beobachters war, und zu zählen, wie oft die Schätzung, ob grösser oder kleiner, zutraf, irrte oder *in suspenso* blieb. So viel seine Beobachtungen zu schliessen gestatten, zeigte sich das Verhältniss der richtigen und falschen Fälle nicht wesentlich abhängig von der absoluten, sondern nur von der verhältnissmässigen Grösse der Bruchtheile, welches Resultat auch Hegelmayer selbst zieht; doch sind die Resultate überhaupt sehr unregelmässig und ich übergehe daher ihre speciellere Mittheilung.

Meine eigenen und Volkmann's Versuche nach der Methode der mittleren Fehler, wobei Distanzen zwischen kleinen Spitzen

*) Vierordt's Arch. XI. p. 844. 853.

oder parallelen Fäden beobachtet wurden, geben eine sehr entschiedene Bestätigung des Gesetzes für alle irgends erhebliche Distanzen, d. i. von 10 bis 240 Millimeter bei einem Augenabstande von 1 Fuss bis 800 Millimeter, indem die reinen Fehlersummen oder mittleren Fehler, welche hiebei erhalten wurden, den Distanzen so genau proportional gehen, als man es nur immer erwarten kann. Hiegegen lassen Volkmann's Versuche so wie die von ihm veranlassten Versuche Appel's (eines Studenten mit ganz besonders scharfen Augen) mit mikrometrischen Distanzen von 0,2 bis 3,6 Mill. bei Augenabständen, welche sich um die gewöhnliche Sehweite halten, diese Proportionalität nicht finden; es lassen sich aber die hiebei (nach Ausscheidung des constanten Fehlers) erhaltenen reinen Fehlersummen oder mittleren Fehler in zwei Componenten zerlegen, deren eine, die ich die Volkmann'sche Constante nenne*), bei den verschiedenen Normaldistanzen constant, die andere, die ich die Weber'sche Variable nenne, im Sinne des Weber'schen Gesetzes den Distanzen proportional geht. Wahrscheinlich ist erstere auch bei den Versuchen mit den grösseren Distanzen im Spiele, aber sie ist so klein, dass sie gegen die letztere, den Distanzen proportionale, Componente bei grösseren Distanzen merklich verschwindet, und in der Unsicherheit von deren Bestimmung untergeht, indess sie bei ganz kleinen Distanzen den grösseren Theil der variabeln Fehlersumme bildet. Bei den allerkleinsten Distanzen von 0,2 und 0,3 Millimeter ward für Volkmann's Auge der Fehler auch wie es scheint durch Irradiation abnorm vergrössert.

Man sieht also, dass wir auch hier mit einer unteren Gränze des Gesetzes für den Versuch zu thun haben; und wahrscheinlich würden sehr grosse Distanzen auch eine obere finden lassen.

Die Hauptresultate sind in Folgendem enthalten. Sie beziehen sich sämmtlich auf den reinen variabeln Fehler Δ in dem früher (S. 121) angegebenen Sinne, und geben überall die reine Fehlersumme $\Sigma\Delta$, zumeist auch (wo ich sie bestimmt habe) die reine Fehlerquadratsumme $\Sigma(\Delta^2)$, für jede Distanz insbesondere abgeleitet aus

*) Sie ist nicht mit einem constanten Fehler in dem Sinne von S. 121 zu verwechseln, sondern so gut aus variabeln Fehlern erwachsen, als die andere Componente, und nur desshalb Constante ihr gegenüber genannt, weil sie, in obiger Weise bestimmt, constant bei Variation der Normaldistanz bleibt, nicht, wie die Weber'sche Variable, sich damit ändert.

μ nach der Zeitperiode gemachten Fractionen von je m Beobachtungen*), so dass die Totalzahl der Fehler, welche zu jeder Specialsumme beigetragen haben, μm ist. Die Zahlen μ und m sind für jede Beobachtungsreihe besonders angegeben. Für die horizontalen Summenspalten gilt das doppelte μ, sofern die Summen darin stets aus zwei Specialsummen, respectiv für L. und R. oder O. und U. zusammengezogen sind. Es wurden nämlich immer gleich viel Beobachtungen bei linker und rechter Lage der Normaldistanz (L. und R.), wenn die Distanzen horizontal waren, oder bei oberer und unterer Lage (O. und U.), wenn sie vertical waren, angestellt, wofür die Ergebnisse specificirt sind.

Nur die mikrometrische Reihe V ist mit verticalen Distanzen, d. i. zwischen horizontalen Fäden, alle übrigen mit horizontalen Distanzen, d. i. zwischen verticalen Fäden (wo Fäden angewendet wurden), angestellt.

Die Proportionalität mit den Distanzen kann man direct an den einfachen Summen $\Sigma\varDelta$ bewähren, ohne erst den mittleren Fehler $\varepsilon = \frac{\Sigma\varDelta}{\mu m}$ daraus abzuleiten. Die Fehlerquadratsummen können, wenn man will, zur Ableitung des quadratischen mittleren Fehlers $\varepsilon_q = \sqrt{\frac{\Sigma(\varDelta^2)}{\mu m}}$ dienen, wonach man sich von der Constanz und dem Statthaben des Normalverhältnisses

$$\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

so weit es die Zufälligkeiten zulassen, überzeugen kann, welche Untersuchung ich jedoch hier übergehe. Eben so können sie dienen, zu beweisen, was leicht aus dem vorigen Verhältnisse zu folgern ist, und anderwärts ausführlicher von mir betrachtet wird, dass die Summe der Fehlerquadrate $\Sigma(\varDelta^2)$, dividirt mit dem Quadrate der Fehlersumme $(\Sigma\varDelta)^2$ und multiplicirt mit der doppelten Zahl der Beobachtungen, also hier mit $2\mu m$, approximativ die Ludolf'sche Zahl π giebt. Nur dass die Beobachtungen der Reihe I und II bei der kleinsten Distanz wegen eines hier zu übergehenden Umstandes nicht wohl dazu taugen. Indess gehen uns diese Verhältnisse hier nicht näher an.

Alle Reihen, die hier angeführt werden, führten mehr oder

*) Es macht nach S. 124 einen gewissen Unterschied in dem absoluten Werthe einer reinen Fehlersumme, ob sie aus Fractionen oder aus der Totalität im Zusammenhange abgeleitet wird.

weniger constante Fehler mit, deren Angabe an diesem Orte kein Interesse hat, aber in meinen »Massmethoden« stattfinden wird.

Reihe I. Fechner (9. Dec. 1856 bis 17. Jan. 1857).

5 horizontale Distanzen, durch die wenig vorragenden (Nähnadel-) Spitzchen zweier übrigens verdeckter, vor mir neben einander auf dem Tische liegender, Zirkel bestimmt, und aus deutlichster Sehweite von ungefähr 1 par. Fuss betrachtet. Distanzbestimmung mittelst eines Massstabes mit Transversalen, der Zehntheile einer, hier die Einheit bildenden, halben par. Decimallinie (die selbst gleich 0,72 Duodecimallinie) giebt. Die Bedeckung der Zirkel geschahe, um den Einfluss des Winkels bei der Schätzung auszuschliessen. Doch behält das Verfahren den kleinen Mangel, dass die vor der Decke vorragenden Zirkelspitzchen bei grösseren Distanzen schiefer stehen, als bei kleineren, ein Mangel, der bei den folgenden Versuchsreihen durch die Anwendung paralleler Fäden vermieden ist. Es scheint aber dieser Mangel einen wesentlichen Einfluss vielmehr nur auf die constanten Fehler, als den reinen variabeln Fehler geäussert zu haben, der sich, wie die folgende Tabelle zeigt, den Distanzen sehr genau proportional verhielt.

Um keinen Zweifel an der Deutung der Zahlen dieser Tabelle zu lassen, gebe ich die der ersten besonders an, wonach man alle übrigen leicht wird deuten können.

Bei der Distanz $D = 10$, welche nach Vorigem 10 halbe paris. Decimallinien, = 3,6 duod. Linien betrug, wurde bei der Lage der Normaldistanz zur Linken (L.) eine reine Fehlersumme $\Sigma\Delta = 20,27$ erhalten; d. h., wenn man alle (L.) bei $D = 10$ erhaltenen positiven und negativen der Summe nach gleichen reinen Fehler nach absolutem Werthe zusammenrechnet, so kommt die Summe von 20,27 halben par. Decimallinien heraus. Die Angabe $m = 60$, $\mu = 2$ über der Tabelle bedeutet dann, dass diese Fehlersumme, eben so wie alle anderen in den Columnen L., R., sich aus 2 . 60 = 120 Einzelfehlern zusammensetzt; dass aber jede solche Fehlersumme nicht im Zusammenhange aus den 120 Beobachtungen abgeleitet ist, sondern aus zwei Fractionen à 60 Beobachtungen besonders; für deren jede die mittlere Fehldistanz und hiegegen die reinen Fehler besonders bestimmt wurden.

$m = 60$, $\mu = 2$. Einheit $\frac{1}{2}$ par. Decimallinie.

D		10	20	30	40	50	Summe
$\Sigma\Delta$	L.	20,27	35,98	60,42	85,29	85,85	287,81
	R.	18,37	40,87	60,49	69,19	99,55	288,47
Summe		38,64	76,85	120,91	154,48	185,40	576,28
$\Sigma(\Delta^2)$	L.	4,621	17,36	50,56	88,41	105,99	266,94
	R.	4,056	23,06	47,11	57,74	122,47	254,44
Summe		8,677	40,42	97,67	146,15	228,46	521,38

Reihe II. Volkmann (22. März bis 1. April 1857).

8 horizontale Distanzen, bestimmt durch drei parallele, mittelst Gewichten gespannte, und an einem dagegen senkrechten, horizontalen Massstabe verschiebbare weisse, gegen einen schwarzen Hintergrund betrachtete, Fäden von 220 Mill. Länge in 800 Mill. Abstand des Auges. Der Massstab giebt direct Millimeter, wozwischen geschätzt wird.

Ich gebe die Summen $\Sigma\Delta$ hier nach doppelter Berechnung, für $m = 48$, $\mu = 1$, und $m = 16$, $\mu = 3$, was Gelegenheit giebt, sich von dem hieran hängenden Unterschiede zu überzeugen (vgl. S. 124).

1) $m = 48$, $\mu = 1$. Einheit 1 Millimeter.

D		10	20	40	80	120	160	200	240	Summe
$\Sigma\Delta$	L.	7,552	7,914	26,95	39,90	75,05	102,30	87,11	117,96	464,7
	R.	5,050	10,800	24,50	42,89	58,70	93,82	96,63	145,82	478,2
Summe		12,602	18,714	51,45	82,79	133,75	196,12	183,74	263,78	942,9
$\Sigma(\Delta^2)$	L.	1,657	2,558	22,66	48,67	199,96	371,83	229,63	394,45	1271,41
	R	1,021	3,406	18,11	60,47	117,37	314,56	331,57	612,95	1459,46
Summe		2,678	5,964	40,77	109,14	317,33	686,39	561,20	100,740	2730,87

2) $m = 16$, $\mu = 3$. Einheit 1 Millimeter.

D		10	20	40	80	120	160	200	240	Summe
$\Sigma\Delta$	L.	7,13	7,59	20,08	39,79	75,45	103,65	86,40	108,92	449,01
	R.	4,86	11,06	23,58	42,10	58,45	77,23	96,20	140,20	453,68
Summe		11,99	18,65	43,66	81,89	133,90	180,88	182,60	249,12	902,69

Man sieht, dass der Unterschied beider Berechnungsweisen bei den meisten Werthen sehr gering, bei $D = 40$ R. und $D = 160$ R. aber sehr bedeutend ist, was mit einer im Detail der Reihe nachweislichen starken Variation constanter Fehler zusammen-

hängt, die hier stattgefunden hatte*). Da diese Variation sich durch die Fractionirung besser eliminirt, so verdient die Berechnung 2. vor 1. den Vorzug.

Reihe III. Volkmann (6. und 17. Dec. 1857).

Diess ist eine spätere Wiederholung der vorigen Reihe unter gleichen Umständen, blos mit Weglassung der beiden kleinsten Distanzen.

$m = 16$, $\mu = 3$. Einheit 1 Millimeter.

D		40	80	120	160	200	240	Summe
$\Sigma\Delta$	L.	21,1	42,4	57,0	90,0	81,4	98,2	390,1
	R.	8,4	32,1	63,5	63,2	106,3	117,9	391,4
Summe		29,5	74,5	120,5	153,2	187,7	216,1	781,5

Nicht ohne Interesse wird man in vorigen Reihen die grosse Uebereinstimmung zwischen L. und R. in den verticalen Schlusssummenspalten erblicken; ein Beweis, dass die reinen variabeln Fehler von der Lage L. und R. unabhängig sind, indess die constanten Fehler, die hier nicht mit angeführt sind, sich sehr davon abhängig zeigten, und grosse Verschiedenheiten in die rohen Fehlersummen L. und R. brachten.

Diese drei Reihen zeigen übereinstimmend die Proportionalität von $\Sigma\Delta$ mit den Distanzen, welches sich am leichtesten übersieht, wenn man die Summen mit den Distanzen dividirt, wo jede Reihe eine merkliche Constanz der Quotienten zeigt. Man erhält so aus den Summen für L. und R. (in der zweiten Reihe nach $m = 16$, $\nu = 3$) folgende Werthe für $\frac{\Sigma\Delta}{D}$

$\frac{\Sigma\Delta}{D}$ in

I	II	III
3,864	1,2600	0,738
3,843	0,936	0,932
4,030	1,286	1,004
3,862	1,035	0,958
3,708	1,114	0,939
	1,226	0,900
	0,919	
	1,099	

*) Dass einige Werthe der Tabelle 1. ein wenig kleiner sind als der Tabelle 2., hängt an besonderer Vertheilungsweise der Fehler.

Um den Durchschnittsfehler zu gewinnen, den man für die Einheit der Distanz bei einer Beobachtung begeht, oder den Bruchtheil der Distanz, welchen der Fehler durchschnittlich bei einer Beobachtung bildet, kann man das Mittel aus vorigen Werthen für jede Reihe mit der Zahl der Beobachtungen dividiren, die zu einem Werthe beigetragen haben, wozu man das Product aus dem m und μ über den Beobachtungstabellen doppelt zu nehmen hat, da das μ daselbst für L. und R. besonders gilt, hier aber beide zusammengefasst sind. Da indess die grösseren Fehlersummen bei grösseren Distanzen genauere Werthe versprechen, als bei kleineren, wird man genauer verfahren*), wenn man sämmtliche Fehlersummen addirt, welche Addition sich schon in den verticalen Schlusssummenspalten vorgenommen findet, die Summe derselben mit der Summe sämmtlicher Distanzen dividirt, wodurch man die Fehlersumme für die Distanzeinheit erhält, und diese mit $2\mu m$ dividirt. So erhält man

$$\text{I.}\quad \frac{576{,}28}{150 \,.\, 240} = 0{,}016008 = \frac{1}{62{,}5}$$

$$\text{II. 1)}\quad \frac{942{,}9}{870 \,.\, 96} = 0{,}011287 = \frac{1}{88{,}6}$$

$$\text{2)}\quad \frac{902{,}69}{870 \,.\, 96} = 0{,}010808 = \frac{1}{92{,}5}$$

$$\text{III.}\quad \frac{781{,}5}{840 \,.\, 96} = 0{,}0096913 = \frac{1}{103{,}1}$$

Hienach schätze ich selbst durchschnittlich eine Distanz um ungefähr $\frac{1}{60}$, Volkmann bei seinen früheren Versuchen (II) um ungefähr $\frac{1}{90}$, bei seinen späteren (III) um ungefähr $\frac{1}{100}$ falsch, und dieses Verhältniss bleibt sich für die verschiedensten Distanzen gleich. Wenn man will, kann man aus diesem mittleren Fehler den wahrscheinlichen Fehler durch einfache Multiplication mit 0,845347 ableiten, d. h. den Fehler, der eben so oft überschritten, als nicht erreicht wird, welcher desshalb kleiner ist, als der mittlere Fehler, weil kleinere Fehler häufiger gemacht werden, als grosse, aber das angegebene Normalverhältniss dazu hat, worüber Näheres in meinen »Massmethoden.«

Man sieht, dass die Genauigkeit der Schätzung bei Volk-

*) Die Methode der kleinsten Quadrate giebt eine principiell noch etwas genauere, aber umständlichere Bestimmungsmethode an die Hand, deren Resultat aber so wenig von dem obigen abweicht, dass es nicht der Mühe lohnt, darauf einzugehen.

mann erheblich grösser war, als bei mir. Diess kann entweder daran gelegen haben, dass die Abstände zwischen drei parallelen Fäden sich leichter vergleichen lassen mögen, als zwischen den Spitzen zweier neben einander liegender Zirkel, oder an einer wirklich grösseren Schärfe des Augenmasses als bei mir, welche in der That stattzufinden scheint, oder an beidem zusammen; was zu entscheiden weitere vergleichende Versuche erfodert haben würde. Und unstreitig wird eine ausgedehntere Untersuchung über Extreme und Mittelwerthe der Schärfe für eine grössere Anzahl Individuen und für verschiedene Umstände der Beobachtung, je nachdem man den seitlichen Faden, wie bei Volkmann's Versuchen geschehen, oder den Mittelfaden verschiebt, je nachdem man blos ein oder beide Augen bei der Beobachtung verwendet, je nachdem man verticale, horizontale oder Winkel-Distanzen zwischen Puncten, zwischen Linien, und der Grösse nach kreisförmige, quadratische Umringe und Flächen u. s. w. dem Versuche unterwirft, ein nicht geringes Interesse darbieten; wobei überall auf die Grösse und Art der constanten Fehler sorgfältig mit Rücksicht zu nehmen. Hier jedoch galt es blos, den Gegenstand in Bezug auf das Gesetz, was uns jetzt beschäftigt, zu verfolgen.

Wenn die zweite Beobachtungsreihe Volkmann's einen nicht unerheblich geringeren Durchschnittsfehler, und mithin grössere Präcision als die erste ergeben hat, so kann der Unterschied auf einen Erfolg der Uebung geschrieben werden; da zwischen der 1. und 2. Reihe gar manche Reihen Augenmassversuche, u. a. alle folgends anzuführenden mikrometrischen, gelegen haben, obschon sich in der fractionsweisen Behandlung der 1. Reihe für sich ein solcher Fortschritt nicht gezeigt hat, wie die Sonderuntersuchung der Fractionen ergiebt.

Vielleicht kann man es von Interesse finden, dass der Durchschnittsfehler Volkmann's für die extensive Seite der Gesichtsempfindung merklich mit dem eben merklichen Unterschiede der intensiven Seite bei ihm übereinstimmt; doch kann man in einer solchen Uebereinstimmung nichts Allgemeingültiges sehen.

Ich habe die Zahlen $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{90}$, $\frac{1}{100}$ im Rohen angegeben, indem die vorher angegebenen genauer erscheinenden Zahlen $\frac{1}{62,5}$ u. s. f. selbst noch nicht als genau und als ganz vergleichbar gelten können, weil ein verschiedenes m bei ihrer Ableitung untergelegen

hat, und dieses m überall ein endliches ist. Nach der Bemerkung S. 124 aber erhält man um so kleinere Fehlersummen und mithin mittlere Fehler, aus einem je kleineren m man die Ableitung vornimmt. Den Beleg dazu giebt Reihe II, wo man nach 1) 0,01187 oder $\frac{1}{88,6}$, nach 2) 0,010808 $= \frac{1}{92,5}$ als mittleren Fehler für die Distanzeinheit erhält. Beiden Bestimmungen liegen dieselben Beobachtungen unter, die aber bei 1) in Fractionen von $m = 48$, bei 2) in Fractionen von $m = 16$ Beobachtungen getheilt waren, aus welchen die Ableitung erfolgte. Man sieht, der Unterschied im Ergebnisse ist nicht bedeutend, aber immerhin vorhanden und zu berücksichtigen.

Um nun sämmtliche Werthe auf den Normalfall zurückzuführen, dass der Beobachtungen unendlich viele wären, hat man nach der Correctionsformel, die ich S. 126 kurz angegeben, und in meinen »Massmethoden« theoretisch begründen werde, jeden der vorhin erhaltenen Werthe mit $\frac{3m+1}{3m}$ zu multipliciren, wodurch man, da m respectiv 60, 48, 16, 16 ist, erhält:

I. $\quad 0,016970 = \frac{1}{62,1}$

II. 1) $0,011366 = \frac{1}{88,0}$

2) $0,011634 = \frac{1}{89,7}$

III. $\quad 0,0098933 = \frac{1}{101,1}$

Sollte diese Correction vollkommen ausreichen, so müssten bei Reihe II die Resultate 1) und 2) dadurch zu vollkommener Uebereinstimmung gebracht sein. In der That sieht man, dass sie sich so nahe kommen, dass man den Unterschied nicht mehr sehr beachtenswerth finden wird, und geneigt sein könnte, ihn darauf zu schreiben, dass diese Correction keine absolut genaue und sichere, sondern nur eine auf Wahrscheinlichkeitsgesetzen fussende ist, welche nach Zufälligkeiten kleine Unterschiede übrig lassen kann. Jedoch ist der Unterschied in der That nicht zufällig, wie mich eine hinreichende Untersuchung anderer analoger Fälle gelehrt hat, indem er sich stets in derselben Richtung findet*),

*) Sollte man desshalb Misstrauen in obige Correction setzen, so bemerke ich, dass die von allen Mathematikern und Astronomen acceptirte Correction des quadratischen mittleren Fehlers, welche ich S. 125 angab,

und diess hängt, wie ich ebenfalls nachweisen kann und schon im 8. Kapitel kurz bemerkt habe, daran, dass unsere Correction die nie ganz fehlenden Variationen des constanten Fehlers nicht mit trifft, welche bei grösserem m den reinen variabeln Fehler verunreinigen. In dieser Hinsicht wird der corrigirte Werth $\frac{1}{89,7}$ bei $m = 16$ dem Werthe $\frac{1}{88,0}$ bei $m = 48$ vorzuziehen sein.

Da der constante Fehler bei meinen Beobachtungen in Reihe I keine beträchtliche Grösse hatte, werden auch etwaige Variationen desselben das Resultat nicht sehr influirt haben, so dass man den corrigirten Werth $\frac{1}{62,1}$ als genau genug wird ansehen können. Auf eine ganz specielle Untersuchung darüber bin ich nicht eingegangen.

Ich gehe jetzt über zur Darlegung der Resultate der mikrometrischen Reihen. Alle diese Reihen sind angestellt mit einem mikrometrischen Schraubenapparate, der durch Ablesungen am Schraubenkopfe Theile von 0,01 Millimeter giebt, wozwischen noch Zehntheile geschätzt worden, die in folgenden Tabellen die Einheit bilden, so dass also 0,001 Mill. folgends überall die Einheit ist, und z. B. eine Distanz gleich 300 eine wirkliche Distanz = 0,300 Millimeter, eine Fehlersumme gleich 265 eine solche gleich 0,265 Millimeter bedeutet. Wo noch Bruchtheile vorkommen, die übrigens ziemlich müssig sind, sind sie durch Zurückführung der rohen Fehler auf reine entstanden.

Die Distanzen in diesem Apparate*) sind durch drei feine parallele Silberfäden von 0,445 Mill. Dicke und 11 Mill. Länge bestimmt, welche bei verschiedenen Sehweiten, die überall in ganzen Millimetern angegeben werden, gegen den Milchglasschirm einer Lampe oder den hellen Himmel betrachtet wurden.

In den Volkmann'schen Reihen findet man die Werthe bei den allerkleinsten Distanzen eingeklammert, als solche, die aus dem Gesetze der Reihe heraustreten, daher bei der nachfolgenden Berechnung nicht mit in Rücksicht gezogen sind. Der Grund dieser Abweichung lag darin, dass die Irradiation sich hier so stark geltend machte, und die Fäden so nahe dem Verfliessen kamen,

dasselbe Ungenügen aus demselben Grunde zeigt, wie ich ebenfalls nach Erfahrungen hinreichend belegen kann und belegen werde.

*) Näher beschrieben in den Berichten der sächs. Soc. 1858. p. 140.

dass Volkmann auch während der Versuche selbst die gegen die übrigen Distanzen unvergleichbare Unsicherheit der Schätzung empfand. Bei Appel's sehr scharfen und mit Irradiation sehr wenig behafteten Augen hat sich ein solcher Ausschluss nicht als nöthig dargestellt.

Ausser den hier mitgetheilten mikrometrischen Reihen liegen noch zwei dergleichen vor, die ich übergehe, weil sie mit zu wenigen und einander zu nahe liegenden Distanzen angestellt waren, und in sich zu discordante Werthe enthalten.

Reihe IV. Volkmann (22. März bis 1. April 1857).

7 horizontale Distanzen. Sehweite 333 Mill.

$$m = 30,\ \mu = 1.$$

D		200	400	600	800	1000	1200	1400	Summe
$\Sigma\Delta$	L.	(694,5)	534,0	630,6	740,5	824,2	1023,2	1057,6	5504,6
	R.	(630,5)	611,3	672,3	801,0	952,8	1097,6	1218,1	5983,6
Summe		(1325,0)	1145,3	1302,9	1541,5	1777,0	2120,8	2275,7	11488,2
$\Sigma(\Delta^2)$	L.	(13439)	8327	11721	14344	16561	29964	31144	125500
	R.	(11134)	10968	12504	17655	22564	32419	38835	146079
Summe		(24573)	19295	24225	31999	39125	62383	69979	271579

Reihe V. Volkmann (April bis im Juni 1857).

6 Verticale Distanzen. Sehweite 333 Mill. Diese Versuche mit verticalen Distanzen sind mit der Brille angestellt, da bei der hier schwierigeren Schätzung sonst keine hinreichende Deutlichkeit stattfand, indess alle Versuche mit horizontalen Distanzen ohne Brille angestellt sind.

$$m = 96,\ \mu = 1.$$

D		(400)	600	800	1000	1200	~~1000~~ 1400	Summe
$\Sigma\Delta$	O.	(1429,2)	1645,3	1618,9	2417,4	2388,2	2993,6	12492,6
	U.	(1479,3)	1335,0	1998,7	2070,0	2810,3	3150,0	12843,3
Summe		(2908,5)	2980,3	3617,6	4487,4	5198 5	6143,6	25335,9
$\Sigma(\Delta^2)$	O.	(28170)	42981	45016	97527	89314	155248	458256
	U.	(50708)	27011	72011	73199	128531	176638	528098
Summe		(78878)	69992	117027	170726	217845	331886	986354

Reihe VI. Appel (Mai und Juni 1857).

7 horizontale Distanzen. Sehweite 370 Mill.

$m = 48$, $\mu = 2$.

D	200	300	400	500	600	700	800	Summe
$\Sigma\Delta$ L.	592,44	508,00	653,02	643,90	726,64	739,12	716,00	4579,12
$\Sigma\Delta$ R.	594,20	679,00	681,00	575,50	719,52	649,00	778,61	4676,83
Summe	1186,64	1187,00	1334,02	1219,40	1446,16	1388,12	1494,61	9255,95

Reihe VII. Appel (October 1857).

6 horizontale Distanzen. Sehweite 300 Mill. Die Berechnung von $\Sigma\Delta$ folgt hier doppelt, für $\mu = 2$ und $\mu = 6$.

$m = 33$, $\mu = 2$.

D	200	400	600	800	1000	1200	Summe
$\Sigma\Delta$ L.	442,6	647,8	661,9	929,2	941,9	1070,8	4694,2
$\Sigma\Delta$ R.	450,6	623,9	715,8	720,5	838,8	1027,0	4376,6
Summe	893,2	1271,7	1377,7	1654,9	1780,7	2097,8	9070,8
$\Sigma(\Delta^2)$ L.	4773	10046	9805	18422	19899	23595	86540
$\Sigma(\Delta^2)$ R.	4585	8620	11895	13149	15810	22901	76960
Summe	9358	18666	21700	31571	35709	46496	163500

$m = 11$; $\mu = 6$.

D	200	400	600	800	1000	1200	Summe
$\Sigma\Delta$ L.	422,8	646,7	661,9	848,4	901,3	1049,1	4530,2
$\Sigma\Delta$ R.	455,2	620,4	688,8	691,2	812,0	976,0	4243,6
Summe	878,0	1267,1	1350,7	1539,6	1713,3	2025,1	8773,8

Ueberblickt man die Resultate dieser Reihen, wobei die eingeklammerten Werthe aus angegebenem Grunde ein- für allemal ausser Beachtung fallen mögen, so sieht man nicht nur zwischen den Reihen desselben Beobachters, sondern auch beider verschiedenen Beobachter den übereinstimmendsten Gang, d. h. ein Ansteigen der Fehlersummen mit den Distanzen, aber ein viel langsameres als in Proportion derselben, und auch die zwei hier übergangenen Reihen zeigen sich in diesem allgemeinen Resultate mit den übrigen ganz einstimmig. Wie bemerkt jedoch kann man die Fehlersummen repräsentiren als Resultanten aus zwei Componenten, deren eine constant bei den verschiedenen Distanzen ist und unter dem Namen der Volkmann'schen Constante mit V be-

zeichnet werden soll, indess die andere den Distanzen proportional ist, und unter dem Namen der Weber'schen Variable für die Einheit der Distanz mit W bezeichnet werden soll, wonach W noch mit der Distanz D zu multipliciren ist, um für jede Distanz den derselben proportionalen Werth WD zu geben.

Die Zusammensetzung der reinen Fehlersumme $\Sigma\Delta$ für jede gegebene Distanz aus beiden Componenten V und WD ist jedoch nach der Theorie, wie sich die Wirkungen von Fehlerquellen combiniren, nicht durch eine einfache Addition beider Componenten zu repräsentiren, d. h. man kann nicht setzen

$$\Sigma\Delta = V + WD$$

sondern die Summe der Quadrate beider Componenten ist dem Quadrate von $\Sigma\Delta$ gleich zu setzen, so dass man hat

$$(\Sigma\Delta)^2 = V^2 + (WD)^2$$

mithin

$$\Sigma\Delta = \sqrt{V^2 + W^2 D^2}.$$

Da das Quadrat einer Fehlersumme, d. i. $(\Sigma\Delta)^2$ nach der Fehlertheorie ein *a priori* bestimmbares Verhältniss zur Summe der Fehlerquadrate $\Sigma(\Delta^2)$ hat; so kann man statt der Quadrate der Fehlersummen Summen der Fehlerquadrate in vorigen Gleichungen substituiren. Das physiologische Interesse, auf das ich unten komme, dürfte sich aber mehr an erstere Form knüpfen, die ich daher zunächst dem Folgenden zu Grunde gelegt habe.

In der That lässt sich leicht theoretisch nachweisen und dazu durch Erfahrung bewähren, dass, wenn zwei von einander unabhängige Fehlerquellen gegeben sind, deren eine für sich eine Fehlersumme A, die andere eine Fehlersumme B erzeugt haben würde, aus ihrem Zusammentreffen nicht eine Fehlersumme $A+B$ hervorgehen kann, sondern nur eine kleinere Fehlersumme, weil durchschnittlich eben so oft Fehler von entgegengesetztem Vorzeichen als von gleichem Vorzeichen aus beiden Ursachen zusammentreffen, aber nur letztere einen resultirenden Fehler gleich ihrer Summe, erstere einen solchen gleich ihrer Differenz geben; die Theorie der Fehler aber zeigt, dass die Summe der Fehlerquadrate der Componenten normalerweise (d. i. streng für eine unendliche Zahl unter vergleichbaren Umständen gewonnener Fehler) gleich der Summe der resultirenden Fehlerquadrate, so wie, dass die Summe der Quadrate der einfachen Fehlersummen normalerweise dem Quadrate der resultirenden Fehlersumme gleich ist, und eine Bestätigung dieses Resultates der Theorie durch Erfahrung kann

man leicht finden, wenn man die Fehler zweier von einander unabhängiger irgendwie gewonnener Fehlerreihen als Componenten durch algebraische Addition zu resultirenden Fehlern zusammensetzt, wodurch man ein Aequivalent für das Zusammentreffen des Erfolges von einander unabhängiger Fehlerquellen erhält. In der That habe ich mich auf diese Weise von der Bestätigung des theoretischen Resultates sowohl bezüglich der Fehlerquadratsumme als des Quadrates der Fehlersumme durch mehrfache Proben überzeugt und werde anderwärts die Belege dazu geben.

Insofern nun für das Auge eine von den Distanzen unabhängige und eine von den Distanzen im angegebenen Sinne abhängige Fehlerquelle existiren sollte, wird auch das Vorige auf die davon abhängigen Componenten Anwendung finden müssen, und werden die obigen Gleichungen dadurch begründet werden. Ob aber die Voraussetzung solcher Fehlerquellen triftig sei, wird aus den Beobachtungen selbst zu ermitteln sein, sofern sich im Falle der Triftigkeit derartige Werthe V, W daraus berechnen lassen müssen, dass die Beobachtungswerthe rückwärts wieder dadurch nach obigen Formeln repräsentirt werden können.

Zu solcher Berechnung von V, W reichen an sich die Beobachtungen bei zwei verschiedenen Distanzen aus. Nehmen wir in Reihe IV die Fehlersummen für $D = 800$ und $D = 1400$, respectiv 1541,5 und 2275,7, indem wir L. und R. zusammenfassen, so haben wir anzusetzen

$$V^2 + 800^2 W^2 = 1541,5^2$$
$$V^2 + 1400^2 W^2 = 2275,7^2$$

hieraus sind V^2 und W^2 leicht als zwei durch zwei Gleichungen bestimmte Unbekannte zu finden, wonach eine Wurzelausziehung V und W selbst giebt.

Insofern Versuche bei mehr als zwei Distanzen zur Bestimmung zu Gebote stehen, kann man V und W aus mehreren derartigen Combinationen berechnen, wo dann die Statthaftigkeit der Voraussetzung sich auch noch vor Rückwärtsberechnung der Fehlersummen nach V und W dadurch rechtfertigen muss, dass die Werthe von V, W, welche man aus den verschiedenen Combinationen erhält, nahe genug übereinstimmen, um die Abweichungen, welche übrig bleiben, auf unausgeglichene Zufälligkeiten der Beobachtung schreiben zu können. Durch Mittelziehung aus mehreren

so bestimmten Werthen kann man dann V und W genauer bestimmen.

Dieses Verfahren hat nur den Uebelstand, dass die Wahl zwischen den Beobachtungswerthen, welche man zu je zwei combiniren will, willkührlich ist, und jede andere Combinationsweise ein etwas anderes Definitivmittel finden lässt; obschon, wenn die Beobachtungen wirklich genau genug zur Voraussetzung stimmen, die Unterschiede des Definitivresultates hienach so klein sind, dass ein Werth so gut als der andere gebraucht werden kann. Inzwischen bleibt jedenfalls die Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate vorzuziehen, welche alle Willkühr ausschliesst, und das genauestmögliche Resultat finden lässt, was überhaupt aus der Beobachtungsreihe abzuleiten ist. Sie hat mir nach den vereinigten Summen für L. und R. ohne Reduction auf gleiches m und auf gleiche Sehweite, welche erst unten folgt, unmittelbar folgende Resultate gegeben*), wobei der wahrscheinliche Fehler der Bestimmung mit $\pm$ beigefügt ist, und das μ das für die Zusammenfassung von L. und R. gültige, also doppelt so gross als das μ über den Beobachtungstabellen ist.

Werthe von V und W für die unreducirten Fehlersummen, nach der Gleichung $V^2 + D^2 W^2 = (\Sigma\Delta)^2$.

Reihe.	m	μ	Sehweite.	V	W
IV. Volkm.	30	4	333 Mill.	974,36 ± 34,34	1,5008 ± 0,02628
V. Volkm. (vert.)	96	2	333 -	1398,2 ± 49,35	4,2411 ± 0,01332
VI. Appel	48	4	370 -	1169,9 ± 33,76	1,1603 ± 0,10008
VII. Appel	33	4	300 -	1008,6 ± 121,97	1,5668 ± 0,051576

Um nun hienach zu entscheiden, ob sich unsere Voraussetzung der Volkmann'schen Constante und Weber'schen Variable im angegebenen Sinne bestätigt, können wir zuvörderst auf die

*) Dieselbe wurde so angewandt, dass die Gleichungen in der Form $V^2 + D^2 W^2 = (\Sigma\Delta)^2$ angesetzt wurden, welche unmittelbar linear ist, sofern V^2, W^2 als Unbekannte gesucht werden. Aus den so erhaltenen Werthen V^2, W^2 sind dann V, W durch Wurzelausziehung abgeleitet. Die wahrscheinlichen Fehler von V, W sind nach den Abweichungen der berechneten von den gefundenen $(\Sigma\Delta)^2$ für V^2 und W^2 berechnet, und nach den Principien der Fehlerrechnung durch Division respectiv mit $2V$, $2W$ auf die von V, W reducirt.

wahrscheinlichen Fehler ihrer Bestimmung achten, die sich im Allgemeinen verhältnissmässig zu den Werthen von V, W sehr gering zeigen. Zweitens können wir nach den Werthen von V, W in voriger Tabelle die den verschiedenen D's der Versuchstabellen zugehörigen Werthe von $(\Sigma\Delta)^2$ oder $\Sigma\Delta$ berechnen, ersteres nach der Gleichung $V^2 + D^2 W^2 = (\Sigma\Delta)^2$, letzteres nach der Gleichung $\sqrt{V^2 + D^2 W^2} = \Sigma\Delta$, und können das Resultat der Rechnung und Beobachtung vergleichen, wo sich eine sehr befriedigende Uebereinstimmung zeigt. Ich gebe folgends die Zusammenstellung für $(\Sigma\Delta)^2$, wobei ich der Kürze halber die Anführung der Distanzen übergehe, die unter Ausschluss derer mit eingeklammerten Werthen aus den Beobachtungstabellen supplirt werden können.

Zusammenstellung der beobachteten und der nach den Werthen von V und W in voriger Tabelle berechneten Werthe $(\Sigma\Delta)^2$.

IV		V		VI		VII	
beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
1311700	1309780	8882200	8430000	1408000	1422444	797820	1210970
1697600	1760270	13087000	13466000	1409000	1489750	1617300	1392280
2376300	2390980	20137000	19940000	1779600	1583980	1898100	1861120
3157700	3201880	27023000	27855000	1486900	1705130	2738700	2517500
4497800	4192980	37744000	37208000	2091500	1853200	3170900	3361400
5178800	5364280			1926800	2028200	4400700	4392900
				2233900	2230110		

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist mit Ausnahme von ein paar etwas stark abweichenden Werthen der Reihe VII sehr befriedigend. Und hienach darf man sagen, dass das Weber'sche Gesetz sich im Gebiete des Augenmasses bis zu den kleinsten Distanzen bestätigt, nur dass es einer Complication unterliegt, die man erst auflösen muss, um es zu erkennen.

Es hat mir von Interesse geschienen, die Berechnung der Beobachtungen noch in einigen abgeänderten Weisen vorzunehmen, welche zu keinen wesentlich anderen Werthen führen, als die vorigen, aber eben damit dienen können, zu zeigen, wie die mögliche Wahl zwischen diesen verschiedenen Berechnungsweisen keinen wesentlichen Unterschied im Resultate begründet. Diese verschiedenen Berechnungsweisen wurden auf die Reihe IV angewandt.

1) Statt wie oben L. und R. vereinigt zu berechnen, habe ich beide getrennt, übrigens nach gleicher Form berechnet; so erhielt ich

	V	W
Links	436,82	0,7540
Rechts	500,23	0,8005
	937,05	1,5545

2) Vielleicht hält man principiell den Ansatz der Gleichung

$$\sqrt{V^2 + D^2 W^2} = \Sigma\Delta$$

für die Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate triftiger als den oben zu Grunde gelegten, da nicht $(\Sigma\Delta)^2$, sondern $\Sigma\Delta$ unmittelbar beobachtet ist. Aber hiedurch verliert die Gleichung ihre lineare Form, und man muss mit Correctionen rechnen, was, wie der Sachverständige leicht finden wird, zu grosser Weitläufigkeit führt. Inzwischen habe ich für die Reihe IV diese Rechnung für L. und R. besonders ausgeführt, was gegeben hat

	V	W
L.	444,1	0,7517
R.	502,0	0,7970
	946,1	1,5487

Diese Werthe unterscheiden sich nur ganz unerheblich von den unter 1) gefundenen, und es würde nicht der Mühe lohnen, sich an den umständlicheren Weg zu halten.

3) Anstatt das Quadrat der Fehlersumme $(\Sigma\Delta)^2$ habe ich die Summe der Fehlerquadrate $\Sigma(\Delta^2)$ zur Berechnung der Constanten V', W' nach der Gleichung $V'^2 + D^2 W'^2 = \Sigma(\Delta^2)$ zu Grunde gelegt. So erhielt ich für L. und besonders

	V'^2	W'^2
L.	6084	0,013591
R.	7429	0,016234
	13513	0,029825

Nun ist nach der Fehlertheorie $\Sigma(\Delta^2)$ mit $(\Sigma\Delta)^2$ durch die Gleichung

$$\Sigma(\Delta^2) = \frac{\pi\ (\Sigma\Delta)^2}{2m}$$

verknüpft, wo π die Ludolf'sche Zahl, was approximativ auf die vorigen Werthe von V und W zurückführt.

Auch für die Reihe VI und VII habe ich die Rechnung nach dem zuerst (unter 1) gebrauchten Ansatze für L. und R. besonders vorgenommen. Ich erhielt für VI

	V	W
L.	507,88	0,69166
R.	609,47	0,41611
	1117,35	1,10777

für VII

	V	W
L.	515,66	0,81175
R.	447,48	0,75605
	963,14	1,56780

Die Tabelle der Werthe V, W, welche wir oben gegeben haben, giebt dieselben für die Fehlersummen, welche bei jeder Fehlerreihe in Specie erhalten wurden, und hiemit proportional diesen Summen. Da aber den verschiedenen Reihen eine verschie-

dene Fehlerzahl für jede Distanz unterliegt, welche durch das Product μm derselben Tabelle gegeben ist, so müssen die Werthe der verschiedenen Reihen, um mit einander vergleichbar zu werden, mit ihrer Fehlerzahl, respectiv 120, 192, 192, 132 dividirt werden, wodurch man die Werthe V, W so erhält, wie sie im Durchschnitte für 1 Beobachtung ausfallen. Weiter ist in Rücksicht zu ziehen, dass, da ein verschiedenes m bei den Beobachtungen stattfand, wegen der Endlichkeit des m noch die Correction durch Multiplication mit $\frac{3m+1}{3m}$ anzubringen ist, welche übrigens nur sehr gering ist; endlich ist zu berücksichtigen, dass die Sehweite, aus welcher die Distanzen aufgefasst wurden, nicht überall dieselbe war, welches zwar auf den Werth W keinen Einfluss haben kann, sofern die in grösserem Abstande kleiner erscheinenden Distanzen doch immer denselben Verhältnissfehler W geben werden, wohl aber den Fehler V betheiligen muss, welcher eine für alle Distanzen gleiche absolute Fehlergrösse ist, die, um bei Gewinnung aus verschiedener Sehweite vergleichbar zu werden, nach reciprokem Verhältnisse der jedesmal stattfindenden Sehweite auf dieselbe Sehweite reducirt werden muss; wobei aber jedem, in Bezug zur Hornhaut gemessenen, Augenabstande 7 Mill. als Abstand des Kreuzungspunctes der Richtungslinien von der Hornhaut zuzufügen, so dass z. B. für die Sehweite 333 Mill. in der Reihe IV. 340 Mill. bei der Reduction zu nehmen ist, u. s. f.

Nimmt man diese drei Reductionen oder respectiv Correctionen vor, indem man alle Werthe auf den Fall einer einzigen Beobachtung als Mittel aus unendlich vielen Beobachtungen bei 333 + 7 Mill. Weite reducirt, so erhält man statt der Werthe der obigen Tabelle folgende.

Corrigirte und reducirte Werthe von V und W für einen Fehler bei 340 Mill. Abst. vom Kreuzungspuncte der Sehstralen.

Reihe.	V	W
IV. Volkm.	8,210	$0,01265 = \frac{1}{79,1}$
V. Volkm. (vert.)	7,319	$0,02220 = \frac{1}{45,1}$
VI. Appel	5,5331	$0,00608 = \frac{1}{164,5}$
VII. Appel	8,5476	$0,01172 = \frac{1}{85,3}$

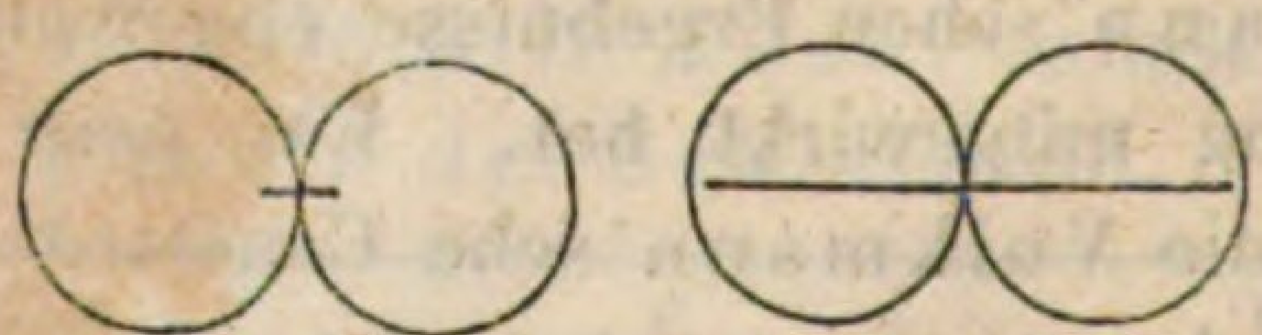
Die Werthe dieser Tabelle zeigen manches Interessante und manches Auffällige. Der Werth $W = \frac{1}{97,1}$ der Volkmann'schen Reihe IV mit mikrometrischen horizontalen Distanzen zeigt sich nicht sehr stark abweichend von dem kurz vorher von Volkmann an sehr viel grösseren Distanzen erhaltenen Werthe $\frac{1}{89,7}$ der Reihe II, welcher nichts anderes als ein Werth W ist, abgeleitet aus einer Reihe, wo die Complication mit V verschwindet. Der Unterschied, der zwischen beiden Werthen noch besteht, kann sehr wohl auf die ausnehmend verschiedenen Versuchsumstände geschrieben werden.

Hiegegen besteht zwischen der mikrometrischen Reihe IV mit horizontalen Distanzen (zwischen verticalen Fäden) und der mikrometrischen Reihe V mit verticalen Distanzen (zwischen horizontalen Fäden) der auffälligste Unterschied im Werthe von W, ungeachtet beide nicht sehr in der Zeit auseinander liegen, indem W bei verticalen Distanzen fast noch einmal so gross ist, als bei horizontalen; also die Schätzung bei ersteren viel ungenauer, welches auch bei den Versuchen selbst unmittelbar empfunden wurde. Auch die, hier nicht mit aufgeführten, constanten Fehler waren bei den verticalen Distanzen viel grösser als bei den horizontalen. Die Appel'schen Werthe W in den beiden Beobachtungsreihen VI und VII für horizontale Distanzen weichen so weit von einander ab, und der Werth bei VI ist so klein, dass er Misstrauen erweckt. In den Beobachtungen selbst aber findet sich nichts, was das Misstrauen bestimmt begründet, oder den Unterschied erklärt. Der Werth $\frac{1}{85,3}$ in der Reihe VII stimmt sehr nahe mit dem Volkmann'schen $\frac{1}{79,1}$ überein; ohne dass eine Kenntniss der Volkmann'schen Ergebnisse obgewaltet und etwa zur Uebereinstimmung mitgewirkt hat. Ein ganz besonderes Interesse nimmt die Volkmann'sche Constante V in Anspruch. Abgesehen von der etwas stärker abweichenden Appel'schen Reihe VI, welche auch bezüglich W etwas Verdächtiges hat, stimmen die drei anderen Werthe von V für zwei ganz verschiedene Beobachter, für verticale und horizontale Distanzen so nahe überein, dass man vermuthen kann, es liege hier eine in der Natur überhaupt begründete absolute Constante vor; denn der Unterschied von 7,319 und 8,210 zwischen V bei horizonta-

len und bei verticalen Distanzen ist nicht grösser, als dass er nach Zufälligkeiten der Beobachtung und mit Rücksicht, dass die Complication der Grösse *V* mit dem constanten Fehler und mit *W* in den rohen Fehlern*) eine genaue Ausscheidung desselben erschwert, wohl noch als zufällig gelten kann. Der Appel'sche Werth 8,546 stimmt überraschend mit dem Volkmann'schen 8,210. Eine vollkommene Sicherstellung der Constanz dieser Grösse bei verschiedenen Individuen und unter verschiedenen Beobachtungsumständen würde freilich eine noch grössere Vervielfältigung und weitere Ausdehnung der Versuche fodern, als für jetzt vorliegen.

Es fragt sich, was für eine Bedeutung diese Grösse haben kann. Ich will in Erwartung der künftigen eigenen Darstellung, welche Volkmann von seiner Untersuchung geben wird, den Gesichtspunct hier kurz angeben, der Volkmann von vorn herein das Dasein einer solchen Constante vermuthen liess, und bei Anstellung seiner mühsamen Versuche leitete. Denn in der That war das Dasein derselben ein im Voraus vermuthetes, wenn schon noch fraglich geblieben ist, ob das, was gefunden worden ist, wirklich eben das ist, was vermuthet worden ist.

Wenn die Weber'sche Ansicht richtig ist, dass die Grösse einer Distanz nach der Anzahl Netzhautelemente geschätzt wird, die sie zwischen sich fasst, so muss eine Linie oder Distanz auf der Netzhaut gleich gross erscheinen, mögen ihre Enden die einander nächsten oder entferntesten Puncte zweier Netzhautelemente treffen, und eine kleinere Linie demnach unter Umständen gleich gross erscheinen, als eine grössere; so bei den, durch folgendes Schema ausgedrückten, Fällen, wo die Kreise die als kreisförmig gedachten sensibeln Netzhautelemente vorstellen,



welches Schema leicht übersehen lässt, dass man eine Linie oder Distanz, welche um merklich zwei Diameter eines Netzhautelemen-

*) Die rohen Fehler δ setzen sich aus dem reinen variabeln Fehler Δ und dem constanten Fehler *c* als Componenten zusammen, und *V* und *W* sind wieder Componenten des reinen variabeln Fehlers Δ.

tes grösser oder kleiner als eine andere ist, doch unter Umständen für ebenso gross halten kann, ein Irrthum, der bei grösseren Linien oder Distanzen, welche viele Netzhautelemente in sich begreifen, allerdings zu vernachlässigen ist, nicht so aber bei mikrometrischen Linien und Distanzen. Bei mikrometrischen Versuchen nach der Methode der mittleren Fehler muss also hievon ein spürbarer Irrthum in der Gleichschätzung der Distanzen abhängen; die Grösse des hievon abhängigen mittleren Fehlers muss eine Beziehung zu dem Durchmesser der Netzhautelemente haben; die Volkmann'sche Constante könnte diesen mittleren Fehler repräsentiren, und hienach einen Schluss auf die Dimensionen der Netzhautelemente gestatten, wenn das Abhängigkeitsverhältniss zwischen beiden bekannt wäre.

Um nun die Frage genauer zu untersuchen, ob dieser mittlere Fehler durch die Volkmann'sche Constante repräsentirt werden kann, galt es, 1) die Grössenbeziehung zu ermitteln, welche der aus dem angegebenen Umstande fliessende mittlere Fehler zu dem Durchmesser eines Netzhautelementes haben muss; 2) zu untersuchen, ob derselbe auch wirklich für die verschiedenen Normaldistanzen genau oder hinreichend approximativ constant sein kann, um eine Constante, als was sich V dargestellt hat, damit identificiren zu können, 3) ob die Grösse dieser Constante mit Rücksicht auf jene Beziehung hinreichend zu den anatomisch ermittelten Dimensionen der Netzhautelemente stimmt.

Die erste und zweite Frage sind an sich Sache der Wahrscheinlichkeitsrechnung, und das Princip der Berechnung zwar sehr wohl anzugeben, die Ausführung aber selbst für geübte Mathematiker zu schwierig*). Man kann jedoch durch einen Versuchsweg suppliren, welcher die Verhältnisse, die im Auge voraussetzlich stattfinden, ausserhalb herstellt, und welchen Volkmann eingeschlagen hat. Die dritte Frage leidet an der Schwierigkeit, dass die letzten percipirenden Netzhautelemente vielleicht noch nicht genau bekannt sind. Ich gehe aber über diesen ganzen Gegenstand hier in keine weiteren Erörterungen ein, um der eigenen Mittheilung Volkmann's, dessen Eigenthum diese Untersuchung ist, nicht zu weit vorzugreifen. Das Vorige dürfte hin-

*) Abgesehen von meinem eigenen Urtheile kann ich mich in dieser Hinsicht auf das Urtheil von Prof. Möbius berufen.

gereicht haben, das Interesse auf die betreffende Constante zu lenken.

Zum Abschlusse der vorigen Betrachtung über die Volkmann'sche Constante möge nur noch die Berechnung erwähnt werden, mittelst deren die bei den Versuchen beobachtete Grösse derselben auf diejenige zurückzuführen ist, welche sie auf der Netzhaut selbst repräsentirt, eine Reduction, die natürlich nöthig ist, wenn man die Frage ihrer Beziehung zur Grösse der Netzhautelemente untersuchen will.

Nach der Tabelle S. 228 betrug die Volkmann'sche Constante bei einer Sehweite = 340 Millim., diese bezüglich des Kreuzungspunctes der Richtungslinien gerechnet, 8,210 d. i. 0,008210 Millim., sofern die Einheit, in der alle Resultate der mikrometrischen Versuche ausgedrückt sind, 0,001 *Mill. ist.* Nimmt man nun den Abstand des Kreuzungspunctes der Richtungslinien von der Netzhaut in runder Zahl zu 15 Mill. an, so verhält sich die Grösse, welche *V* auf der Netzhaut repräsentirt, zu dem Beobachtungs-*V* wie 15 : 340, d. i. die Constante *V* in der angegebenen Reihe repräsentirt auf der Netzhaut eine Grösse gleich 0,0003621 Mill. Diess unter Voraussetzung, dass die Lineargrösse, welche das Bild einer gesehenen Strecke auf der Netzhaut einnimmt, durch die Strecke der Netzhaut gegeben ist, welche die von den Gränzen der äusseren Strecke durch den Kreuzungspunct der Richtungslinien gezogenen Stralen zwischen sich fassen. So ist die gewöhnliche Rechnung.

Es fragt sich freilich, — eine Bemerkung, die ich E. H. Weber verdanke, — ob der Kreuzungspunct der Richtungslinien hiebei bestimmend ist. Im Allgemeinen messen wir Distanzen mit Hülfe der Augenbewegung, indem wir die Augenaxe von einem Gränzpuncte zum anderen führen, und hienach scheint vielmehr der Drehpunct des Auges als der anzunehmen, durch welchen die Stralen von den Gränzen der äusseren Strecke gezogen werden müssen, um die Strecke, welche das Bild derselben auf der Netzhaut einnimmt, zu bestimmen. Dieser aber liegt*) 5,6 Lin. = 14,224 Mill. hinter dem vordersten Puncte der Hornhaut, das wäre 7,778 Mill. vor der Netzhaut, wodurch sich die vorhin berechnete Grösse ungefähr auf die Hälfte reduciren

*) Nach Volkmann in Wagner's Wörterb. Art. Sehen. S. 234.

würde. Ich muss die Entscheidung dieser Frage meinerseits dahinstellen.

Man könnte daran denken, die Volkmann'sche Constante hienge davon ab, dass bei Schätzung der Theilung ein Fehler begangen werde, der natürlich nicht von der Grösse der beobachteten Distanz abhängen könne, und daher einen bei allen Distanzen constanten Mittelfehler gebe. Aber unser *V* ist hiezu viel zu gross, denn die directe Ablesung an der Mikrometerschraube gab 0,01 oder 10 Tausendtel Mill.; *V* aber betrug im Mittel ungefähr 8 Tausendtel Mill. Um so viel kann im Mittel bei Weitem nicht durch die Schätzung geirrt werden. Unstreitig aber hat die Volkmann'sche Constante einen kleinen Zuwachs durch diese Quelle erhalten.

Sollte sie wirklich in der Hauptsache einen festen organischen Grund im Auge haben, so zeigte sich uns hier im Gebiete der extensiven Lichtempfindung eine bemerkenswerthe Analogie zu dem, was wir im Gebiete der intensiven gefunden haben, sofern auch hier das Weber'sche Gesetz sich nur insofern bestätigt, als wir auf eine durch innere organische Gründe der äusseren veränderlichen Einwirkung hinzugefügte constante Grösse mit Rücksicht nehmen.

Vor Anwendung der Methode der mittleren Fehler habe ich auch einige Versuche nach der Methode der eben merklichen Unterschiede über das Distanzmass mit dem Auge angestellt, die ich, obwohl sie durch die genaueren und sichereren nach jener Methode eigentlich antiquirt sind, hier nur desshalb mit anführen will, weil sonst keine bestimmten nach dieser Methode darüber vorliegen.

Nach einigen vorläufigen Versuchen über die Schärfe meines Augenmasses wurde einem Zirkel eine Spannweite von 1 par. Duod. Zoll, einem anderen von 1 plus $\frac{1}{40}$ Zoll gegeben, und die Zirkel so verwechselt, dass ich nicht wusste, welcher der weitergestellte war. Nun suchte ich mittelst des blossen Augenmasses zu entdecken, welcher der weitere war. Ich entschied mich jedesmal richtig, aber erst nach längerer Prüfung für den weiteren. Die Zirkel wurden hiebei neben einander in deutlichster Sehweite vor dem Auge gehalten, so dass die zu vergleichenden Distanzen der Zirkelspitzen in derselben horizontal waren. Ganz dieselbe schwierige aber definitiv richtige Entscheidung fällte ich aber auch, nachdem die Spannweite sammt

der Differenz einmal verdoppelt, das anderemal vervierfacht war, so dass letzten Falles die Spannweite des einen Zirkels 4,0, die des anderen 4,1 Zoll betrug. Diese kleine Reihe von drei Versuchen ist von mir dreimal mit gleichem Erfolge wiederholt worden, zweimal an einem Tage, einmal am Tage darauf. Auch machte es im Gefühle der Differenz der Spannweite keinen Unterschied, ob ich die Zirkel in grösserer oder kleinerer Entfernung von den Augen hielt, nur dass die Accommodationsgränzen des Auges nicht überschritten wurden. Wahrscheinlich würde ich noch etwas feiner als $\frac{1}{40}$ jedesmal richtig unterschieden haben. Aber ich habe schon bemerkt, dass, wenn man die Gränze des eben Merklichen nicht ein wenig hoch nimmt, man in die bei zahlreichen Beobachtungen allerdings genauere, aber langwierige und bei wenig Versuchen unsichere Methode der richtigen und falschen Fälle hineingeräth. Der Unterschied war doch klein genug, dass, wenn ich ihn halbirte, keine zuverlässige Entscheidung mehr stattfand, und erfoderte mit meinem damals übrigens noch ungeübten Auge grosse Aufmerksamkeit, um erkannt zu werden.

So gut sich auch das Weber'sche Gesetz im Gebiete des Augenmasses bestätigt hat, so muss man doch die Frage aufwerfen, was diese Bestätigung eigentlich für die extensiven Empfindungen bedeutet. Im Sinne der Weber'schen Ansicht über die Vermittelung der Grösse der extensiven Empfindung wäre die Fundamentalfrage, die wir bezüglich der Bedeutung des Weber'schen Gesetzes in diesem Felde beantwortet wissen möchten, die, ob Unterschiede räumlicher Distanzen gleich gross oder gleich merklich erscheinen, wenn die Zahlen der in den Distanzen begriffenen Empfindungskreise sich verhältnissmässig um gleich viel unterscheiden, und ob demgemäss die Grösse des Reizes bei intensiven Empfindungen durch die Zahl thätiger Empfindungskreise bei extensiven für unser Gesetz vertreten werden könne. Aber hierüber geben alle angeführten Versuche über das Augenmass keinen Aufschluss, da sie nach der natürlichen Gebrauchsweise unseres Auges alle unter dem Einflusse der Bewegung des Auges ausgeführt sind, wobei die kleineren und grösseren Distanzen nicht nach der verschiedenen Zahl Empfindungskreise, die sie in sich gefasst haben, verglichen worden sind, sondern nach dem Umstande, dass derselbe Punct deutlichsten

Sehens durch eine grössere oder kleinere Strecke geführt worden ist. Ja bei der, vom Axenpuncte der Netzhaut an abnehmenden, Dichtigkeit der Nervenvertheilung würde man nicht einmal die directe Bestätigung des Gesetzes durch unsere Versuche haben erwarten dürfen, wenn sie nicht mit Bewegung ausgeführt worden.

Hienach könnte man vermuthen, dass unsere Bestätigung eher auf das, bei der Bewegung thätige, Muskelgefühl, insofern dieses die Distanzschätzung mit vermitteln hilft, als die Zahl der Empfindungskreise, welche von der geschätzten Distanz befasst werden, zu beziehen sei, und auch in dieser Beziehung, sollte sie sich wirklich begründen lassen, würde die für das Gesetz gewonnene Bewährung immer wichtig bleiben; aber jedenfalls bleibt die obige Grundfrage damit unerledigt, und auch die Beziehung auf das Muskelgefühl unterliegt Schwierigkeiten, worauf ich für jetzt nicht näher eingehen will.

Es bietet sich nun der Weg dar, die Beantwortung jener Frage an der Haut zu versuchen, deren Analogie mit dem Gesichtsorgane in Betreff der Auffassung extensiver Grössen von E. H. Weber so gut hervorgehoben worden ist, und wo man mit dem Einflusse der Bewegung nichts zu thun hat. Nur dass man auch hier nirgends auf eine gleichförmige Nervenvertheilung zu rechnen hat. Indess schien es doch nützlich, zu sehen, wie sich die Erfolge in dieser Hinsicht auf verschiedenen Hautstellen stellen, und es sind demgemässe Versuche von mir selbst an der Stirn, welche wegen ihrer grossen glatten Fläche mit harter Unterlage das günstigste Beobachtungsfeld darzubieten scheint, von Volkmann am Vordergliede des linken Mittelfingers und am Handrücken nach der Methode der mittleren Fehler angestellt worden. Das übereinstimmende Resultat dieser Versuche aber ist, dass keine auch nur approximative Proportionalität der reinen Fehler mit den Distanzen stattfindet; sondern im Allgemeinen nehmen sie viel langsamer, und über gewisse Gränzen hinaus oder in grösseren Intervallen gar nicht mit den Distanzen zu, so dass auch nicht etwa daran zu denken ist, dass sie nach Analogie dessen, was bei den mikrometrischen Augenmassversuchen gefunden ward, durch Zusammensetzung aus einer den Distanzen proportionalen und einer bezüglich der Distanzen constanten Componente

repräsentirt werden können. Wonach diese Versuche, wenn sie auch wegen der Ungleichförmigkeit der Nervenvertheilung nicht als scharf bezüglich der Untersuchung unserer Frage gelten können, doch nicht die geringste Wahrscheinlichkeit für das Bestehen des Gesetzes in diesem Gebiete übrig lassen, wenn man es auf diesem Wege sucht.

Inzwischen entsteht die neue Frage, ob man es im Gebiete der extensiven Empfindungen wirklich auf diesem Wege zu suchen habe; was freilich für den ersten Anblick selbstverständlich scheint, wenn man eine analoge Geltung des Gesetzes im Gebiete der extensiven als intensiven Empfindungen verlangt, sofern es in letzterem auf diesem Wege gefunden ist. Aber man muss nicht übersehen, dass die Distanzen, die wir im Auge und auf der Haut bestimmen, blos in dem gegebenen Gesichts- und Tastfelde abgegränzte sind, und der Ausdehnung dieses Feldes hiedurch nichts zuwächst, wogegen der intensive Lichtreiz nicht blos Gränzen in einer vorgegebenen Intensität bestimmt, sondern eine vorher nicht vorhandene Intensität der Reizung erst erzeugt, was die Verhältnisse anders stellt. In einem Kapitel des folgenden Theiles, wo ich mit einigen Bemerkungen auf die extensiven Empfindungen insbesondere zurückkomme, werde ich auch auf diesen Punct zurückkommen; die Versuchsreihen aber, auf denen das oben ausgesprochene negative Resultat beruht, werde ich in den »Massmethoden« mittheilen.

6) Fortune physique et morale.

Man kann das Weber'sche Gesetz noch in ein allgemeineres Gebiet hinein verfolgen. Die physischen Güter, die wir besitzen (fortune physique), haben keinen Werth und keine Bedeutung für uns als todte Massen, sondern nur, sofern es äussere Mittel sind, eine Summe werthvoller Empfindungen (fortune morale) in uns zu erzeugen; bezüglich deren sie hienach die Stelle des Reizes einnehmen. Ein Thaler nun hat in dieser Hinsicht viel weniger Werth für den Reichen, als Armen, und wenn er einen Bettler einen Tag lang glücklich macht, so wird er als Zuwachs zum Vermögen eines Millionärs gar nicht merklich von ihm gespürt. Diess lässt sich dem Weber'schen Gesetze unterordnen. Um einen gleichen Zuwachs zu dem, was Laplace die fortune mo-

rale nennt, zu gewähren, muss der Zuwachs zu der fortune physique im Verhältnisse dieser fortune physique stehen.

Diess Princip findet sich zuerst aufgestellt in einer Abhandlung von Daniel Bernoulli in den Comment. Acad. scient. imp. Petropolit. T. V. 1738, welche den Titel führt: »Specimen theoriae novae de mensura sortis.« Später ist es von Laplace in s. Théorie analytique des probabilités p. 187. 432 reproducirt und in Folgerungen weiter entwickelt, und von Poisson in s. Recherches sur la probabilité mit seinen Folgerungen erwähnt und acceptirt worden.

Die Ausdrücke fortune physique und fortune morale werden noch nicht von Bernoulli, sondern erst von Laplace gebraucht. Bernoulli sagt nach einigen Vorerörterungen: »Nempe valor non est aestimandus ex pretio rei, sed ex emolumento, quod unusquisque inde capessit. Pretium ex re ipsa aestimatur omnibusque idem est, emolumentum ex conditione personae. Ita procul dubio pauperis magis refert lucrum facere mille ducatorum, quam divitis, etsi pretium utrique idem sit;« und weiter (p. 177) »Ita vero valde probabile est, lucrulum quodvis semper emolumentum afferre summae bonorum reciprocae proportionale.« Hierauf gründet er p. 181 die Differenzialformel und p. 182 die logarithmische Formel, welche wir später allgemeiner auf das Weber'sche Gesetz stützen.

Laplace sagt (p. 187): »On doit distinguer dans le bien espéré, sa valeur relative, de sa valeur absolue: celle-ci est indépendante des motifs, qui le font désirer, au lieu que la première croît avec ces motifs. On ne peut donner de règle générale pour apprécier cette valeur relative; cependant il est naturel de supposer la valeur relative d'une somme infiniment petite, en raison directe de sa valeur absolue, en raison inverse du bien total de la personne intéressée. En effet, il est clair qu'un franc a très-peu de prix pour celui qui en possède un grand nombre, et que la manière la plus naturelle d'estimer sa valeur relative, est de la supposer en raison inverse de ce nombre.« p. 432: »D'après ce principe, x étant la fortune physique d'un individu, l'accroissement dx, qu'elle reçoit, produit à l'individu un bien moral réciproque à cette fortune; l'accroissement de sa fortune morale peut donc être exprimé par $\frac{kdx}{x}$, k étant une constante. Ainsi en désignant par y la fortune morale correspondante à la fortune physique x, on aura

$$y = k \log x + \log h,$$

h étant une constante arbitraire, que l'on déterminera au moyen d'une valeur de y correspondante à une valeur donnée de x. Sur cela, nous observerons, que l'on ne peut jamais supposer x et y nuls ou négatifs, dans l'ordre naturel des choses; car l'homme, qui ne possède rien, regarde son existence comme un bien moral, qui peut être comparé à l'avantage, que

ceci procurerait une fortune physique, dont il est bien difficile d'assigner la valeur, mais que l'on ne peut fixer au-dessous de ce, qui lui serait rigoureusement nécessaire pour exister; car on conçoit, qu'il ne consentirait point à recevoir une somme modique, telle que cent francs, avec la condition de ne prétendre à rien, lorsqu'il l'aurait dépensée.«

Poisson sagt p. 72: »Comme l'avantage, qu'un gain procure à quelqu'un dépend de l'état de sa fortune, on a distingué cet avantage relatif, de l'espérance mathématique, et on l'a nommé espérance morale. Lorsqu'il est une quantité infiniment petite, on prend son rapport à la fortune actuelle de la personne, pour la mesure de l'espérance morale, qui peut d'ailleurs être positive ou négative, selon qu'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution éventuelle de cette fortune. Par le calcul intégral, on déduit ensuite de cette mesure des conséquences, qui s'accordent avec les règles, que la prudence indique sur la manière, dont chacun doit diriger ses spéculations.«

X. Die Thatsache der Schwelle.

Eine Empfindung, ein Empfindungsunterschied wächst im Allgemeinen mit der Grösse des verursachenden Reizes, Reizunterschiedes, und es scheint für den ersten Anblick natürlich anzunehmen, dass der Punct, von wo an die Empfindung, der Empfindungsunterschied bemerklich zu werden beginnt, mit dem Nullpuncte des Reizes, Reizunterschiedes zusammenfalle. Aber die Thatsache widerspricht dieser Voraussetzung; es zeigt sich vielmehr, dass jeder Reiz wie Reizunterschied schon eine gewisse endliche Grösse erreicht haben muss, bevor die Merklichkeit desselben nur eben beginnt, d. h. bevor er eine unser Bewusstsein merklich afficirende Empfindung erzeugt oder einen merklichen Empfindungsunterschied begründet. Umgekehrt schwindet die Merklichkeit des Reizes, Reizunterschiedes schon eher, als er zum Nullwerthe herabgekommen ist. Der Nullpunct der Empfindung, des Empfindungsunterschiedes liegt insofern über dem des verursachenden Reizes, Reizunterschiedes, eine Thatsache, die sofort näher nachgewiesen werden wird.

Den Punct, wo die Merklichkeit eines Reizes oder eines Reizunterschiedes beginnt und schwindet, wollen wir kurz die Schwelle nennen, welcher Ausdruck ebensowohl auf die Empfindung und den Empfindungsunterschied an den Gränzen der Merklichkeit, als den Reiz oder Reizunterschied, oder das Reizverhältniss, welches die Empfindung oder den Empfindungsunter-

schied auf diesen Punct bringen, bezogen werden kann, so dass wir eben sowohl von der Schwelle einer Empfindung oder eines Empfindungsunterschiedes, als dem Schwellenwerthe eines Reizes oder Reizunterschiedes oder Reizverhältnisses, kurz Reizschwelle, Unterschiedsschwelle, Verhältnissschwelle des Reizes sprechen können. Da bei gegebenen Grössen zweier Reize aus dem Unterschiede ihr Verhältniss und umgekehrt von selbst folgt, so genügt es im Allgemeinen, sich auf eine beider letztgenannten Schwellen zu beziehen.

Insofern auch extensive Grössen und Unterschiede von solchen eines gewissen Werthes bedürfen, um von Haut oder Auge als Ausdehnung oder Ausdehnungsunterschied aufgefasst zu werden, werden wir den Begriff der Schwelle darauf übertragen können, und indess wir die auf intensive Empfindungen bezügliche Schwelle die intensive nennen, die auf extensive Empfindungen bezügliche die extensive nennen.

Insofern endlich ausser Empfindungen auch andere, allgemeinere und höhere Bewusstseinsphänomene, z. B. das Gesammtbewusstsein des Menschen je nach Schlaf und Wachen, das Bewusstsein einzelner Gedanken, die Aufmerksamkeit in gegebener Richtung einen Punct des Erlöschens und Entstehens haben, werden wir den Begriff und Ausdruck der Schwelle auch hiefür verallgemeinern können. In diesen Fällen liegt kein Schwellenwerth eines äusseren Reizes mehr vor, der die Erhebung des Bewusstseins zur Schwelle bedingte oder dem sie entspräche; aber es lässt sich die Frage aufwerfen, ob wir nicht dafür einen Schwellenwerth der unterliegenden psychophysischen Bewegung anzunehmen haben, und ob nicht auch die Reizschwelle, Unterschiedsschwelle, Verhältnissschwelle, bei Empfindungen blos insofern bestehen, als sie sich in eine solche übersetzen lassen, eine Frage, auf die im Eingange zur inneren Psychophysik eingegangen werden wird. Für jetzt aber wird es sich nur um die Erörterung rein empirischer Verhältnisse handeln, die sich direct constatiren lassen, und zwar werde ich in diesem Kapitel theils die Allgemeinheit der Thatsache der Reizschwelle und Unterschiedsschwelle darzuthun und zu erläutern suchen, theils die Folgerungen und Anwendungen besprechen, welche das Dasein der Schwelle im Erfahrungsgebiete mitführt; im folgenden aber auf Specialbestimmungen über die Schwellenwerthe eingehen.

1) Die intensive Schwelle.

a) Reizschwelle.

Im Gebiete der intensiven Lichtempfindung kann der directe Nachweis, dass es erst einer gewissen Stärke des Lichtreizes bedürfe, um Empfindung zu erwecken, also eine Schwelle für die Lichtempfindung bei einem endlichen Werthe des Lichtreizes bestehe, nicht geführt werden, weil das Auge, wie mehrfach besprochen, durch eine innere Erregung stets über der Schwelle ist, wozu jeder äussere Lichtreiz nur einen Zuschuss giebt. Die Thatsachen, welche lehren, dass dieser Zuschuss einer gewissen Stärke bedarf, um bemerkt zu werden, gehören hienach vielmehr in den Abschnitt von der Unterschiedsschwelle.

In Betreff der Modification aber, die wir als Farbe bezeichnen, kann man folgende Bedingungen für die Sichtbarkeit aufstellen, 1) dass die Brechbarkeit, und hiemit Schwingungszahl eine gewisse Gränze übersteige; 2) dass die Intensität oder Amplitude der Schwingungen eine gewisse Gränze übersteige; 3) dass die Farbe in einer hinreichenden Ausdehnung wirke, die um so grösser sein muss, auf je seitlichere Theile der Netzhaut die Farbe fällt; 4) dass ihr nicht zu viel Weiss beigemischt sei.

Was das Erste anlangt, so weiss man, dass jenseits der rothen Gränze des Spectrum keine Farben mehr gesehen werden, oder irgendwie sichtbar zu machen sind; ungeachtet doch Wärmeerscheinungen das Dasein von Stralen jenseits dieser Gränze beweisen. Nun haben die rothen Stralen die langsamsten Schwingungen, und es scheint die Unfähigkeit, ultrarothe Stralen wahrzunehmen, auf nichts Anderes geschrieben werden zu können, als dass ihre Schwingungen zu langsam sind. Hingegen hat man die sog. ultravioleten Stralen, welche bei Anwendung gewöhnlicher Prismen unter gewöhnlichen Massregeln nicht sichtbar zu machen sind, und auf deren Dasein man früher nur aus ihren chemischen Wirkungen schloss, neuerdings durch geeignete Massregeln sichtbar zu machen vermocht, indem es dazu nur nöthig ist, sie in hinreichender Stärke zur Wahrnehmung zu bringen, womit sich zugleich ein Beleg für die zweite Bedingung ergiebt.

In der That wird der ultraviolete Theil des prismatischen Spectrum bei Anwendung von Bergkrystallprismen, welche den

betreffenden Farbestralen einen reichlichern Durchgang gestatten, als Glasprismen, noch sichtbar erhalten, wo bei Anwendung von Glasprismen nichts mehr davon wahrzunehmen ist, namentlich dann, wenn man ihn aus dem mittelst eines Quarzprisma entworfenen Spectrum durch einen Schirm mit Spalte isolirt und durch ein Fernrohr aus Glaslinsen mit vorgesetztem zweiten Glasprisma betrachtet. Ein Beweis, dass aber auch durch Glasprismen die übervioleten Stralen durchgehen, und nur wegen zu geringer Intensität nicht mehr erkannt werden, liegt darin, dass man sie auch in dem durch Glasprismen erzeugten Spectrum noch durch die von Stokes entdeckte Fluorescenz sichtbar machen kann.

Das Dritte anlangend, so bemerkt E. H. Weber*), dass man durch einen sehr engen Spalt eine grüne Fläche nicht mehr als grün sehe, und er schliesst daraus, dass eine gefärbte Fläche einen gewissen Umfang haben müsse, um ihren specifischen Farbeneindruck zu machen. Hiegegen kann man zwar geltend machen, dass man einige Fixsterne noch etwas gefärbt sieht; doch ist die Färbung sehr wenig hervorstechend, und in Rücksicht zu ziehen, dass das Bild der Sterne, wie freilich auch des Spaltes, sich durch Irradiation stets etwas ausdehnt, so dass es nicht als ein ganz punctförmiges gelten kann.

Ausführliche und sorgfältige Versuche über den Gegenstand mit Rücksicht auf das Verhalten der seitlichen Theile der Netzhaut hat Aubert**) angestellt, deren Specialresultate jedoch in dieser allgemeinen Darstellung nicht wohl Platz finden können.

Was das Vierte anlangt, so ist es immer möglich, eine Farbeflüssigkeit so weit zu verdünnen, oder einen Farbestoff mit so viel Weiss zu mischen, dass die Färbung für das Auge unmerklich wird. Dieser Fall wird künftig in dem Kapitel über die Mischungsphänomene näher besprochen.

In Betreff der Intensität des Schalles ist die Thatsache der Schwelle leicht constatirbar.

Wenn ein tönender Körper sich mehr und mehr entfernt, so hören wir ihn endlich gar nicht mehr, ungeachtet die Schallwellen, die an unser Ohr schlagen, doch nicht null geworden

*) Müller's Arch. 1849. p. 279.

**) Gräfe Arch. f. Ophthalmol. III. 38 ff.

sind. Die Näherung des tönenden Körpers hat blos den Erfolg, den Eindruck, der wegen seiner Schwäche, aber nicht wegen seines Fehlens unmerklich ist, durch Verstärkung merklich zu machen.

So hören wir eine zu ferne Glocke nicht mehr. Sollten aber 100 Glocken, deren keine wir einzeln hören, in derselben Ferne zusammen lauten, so würden wir sie hören. Also muss doch auch jede einzelne Glocke in dieser Ferne ihren Beitrag zum Hören geben, der nur für sich allein nicht hinreicht, eine merkliche Schallempfindung zu erzeugen.

Eine Raupe im Walde hört man nicht fressen, wenn aber allgemeiner Raupenfrass im Walde ist, hört man es sehr wohl; doch ist das Geräusch, was viele Raupen machen, nur die Summe der Geräusche der einzelnen Raupen. Also muss doch auch jede einzelne Raupe, ungeachtet man sie für sich nicht hört, etwas zum Hören der gesammten Raupen beitragen; was aber für sich nicht stark genug ist, um merkliche Gehörsempfindung zu erwecken.

Zu allen Zeiten des Tages erfüllt ein gewisses Geräusch die Luft, aber wenn es nicht eine gewisse Stärke übersteigt, so glauben wir nichts zu hören.

In homöopathischer Verdünnung schmeckt man auch die bitterste Substanz nicht mehr. Es reicht hin, die Auflösung zu concentriren, und der Geschmack wird merklich.

Unstreitig giebt es zu aller Zeit sehr viele riechende Substanzen in der Luft, die wir doch nicht riechen, weil sie zu verdünnt sind. Aber der Hund und der Wilde riecht mit seinem geschärfteren Organe wirklich die Spur, die wir nicht mehr riechen, doch ebenso riechen würden, wenn sie sich verstärkte.

Ein einzelnes galvanisches Plattenpaar giebt gar keine merkliche Empfindung, indess die aus einzelnen Plattenpaaren bestehende Säule einen Schlag giebt.

Jeder Druck auf unseren Körper braucht blos hinreichend vertheilt zu werden, um unmerklich zu werden, ohne dass er doch nichts wäre.

b) Unterschiedsschwelle.

Dass ein Reizunterschied eine gewisse Grösse haben müsse, um noch als Unterschied empfunden zu werden, wird im Allgemeinen nicht bezweifelt, und die, in allen Sinnesgebieten an-

wendbare, Methode der eben merklichen Unterschiede ruht ganz darauf.

Nicht schöner, einfacher und schlagender aber lässt sich das Dasein der Unterschiedsschwelle constatiren, als im Gebiete der Lichtempfindung durch den Schattenversuch, den wir zur Bewährung des Weber'schen Gesetzes anführten. Erinnern wir uns der Umstände des Versuches:

Man stellt zwei Lampen neben einander und vor sie einen schattengebenden Körper. Jede der zwei Lampen giebt einen Schatten, der blos von der anderen Lampe erleuchtet ist, indess der umgebende Grund von beiden Lampen erleuchtet ist. Schraubt man nun den Docht der einen Lampe immer tiefer herab, oder entfernt sie immer weiter vom schattengebenden Körper, so sieht man den Schatten, den sie wirft, immer schwächer werden, indem sich die Erleuchtung des umgebenden Raumes immer weniger davon unterscheidet, und endlich diesen Schatten verschwinden, gleichsam von der allgemeinen Erleuchtung des Grundes absorbirt werden, ungeachtet doch noch beide Lichtquellen da sind. Ich bin ganz erstaunt gewesen, als ich zum erstenmale darauf aufmerksam wurde, zwei Lichter blos einen Schatten werfen zu sehen. Beide Lampen brennen deutlich, doch ist blos ein Schatten da. Mit einem Worte, wenn der Unterschied zwischen der Erleuchtung des einen Schattens und des umgebenden Raumes unter eine gewisse Gränze geht, verschwindet der Unterschied total für die Empfindung und vermag durchaus nicht mehr wahrgenommen zu werden.

Dieser Versuch ist namentlich deshalb sehr frappant, weil man die Componenten hier zugleich im Auge hat, und das Auge scharf, ruhig und stetig auf die Gränzlinie derselben richten kann, während man ihren Unterschied zum Verschwinden bringt; also weder von einem Vergessen des früheren Eindruckes, noch Uebersehen des Unterschiedes die Rede sein kann, worauf man geneigt sein könnte, bei anderen Versuchsweisen die Nichtwahrnehmbarkeit oder das Entschwinden des Unterschiedes zu schieben.

Der Versuch lässt manche Abänderungen zu. Allgemein: ist einer der Schatten eben merklich, so braucht man seine Lampe blos etwas niedriger oder die andere etwas höher zu schrauben, so wird er unmerklich; und ist er unmerklich, so braucht man seine Lampe blos erfoderlich höher, oder die andere entsprechend

tiefer zu schrauben, so wird er merklich. Statt höher und tiefer Schrauben gilt gleich: mehr Nähern und Entfernen.

Dasselbe als dieser Versuch lehrt die, ebenfalls schon geltend gemachte, Erfahrung, dass wir bei genauester Aufmerksamkeit am Tageshimmel keinen Stern zu erblicken vermögen.

Eben so allgemein als die Thatsache der Unterschiedsschwelle ist die Thatsache ihrer Zunahme mit der Grösse der Reize. Soweit das Weber'sche Gesetz besteht, steht die Grösse des noch eben merklichen Unterschiedes und mithin der Unterschiedsschwelle in directer Proportion zu der Grösse der Reize, deren Unterschied aufzufassen ist, sofern es nicht besteht, besteht immer noch eine Abhängigkeit von der Grösse der Reize, welche nur nicht mehr die der einfachen Proportionalität ist.

Sofern die Grösse eines relativen Reizunterschiedes sich gleich bleibt, wenn das Verhältniss der Reize sich gleich bleibt, und umgekehrt, kann eben sowohl gesagt werden, dass die eben merklichen Empfindungsunterschiede bei demselben relativen Reizunterschiede, als bei demselben Reizverhältnisse eintreten, unabhängig von der Grösse der Reize. Aber wenn beides factisch auf dasselbe herauskommt, kann es doch aus formellem Gesichtspuncte manchmal bequemer oder sachgemässer sein, sich vielmehr an die eine als andere Ausdrucksweise zu halten. Demgemäss bezeichnen wir überhaupt künftig mit absoluter Unterschiedsschwelle, zusammenfallend mit eben merklichem Unterschiede, den absoluten Reizunterschied, mit relativer Unterschiedsschwelle oder Unterschiedsconstante den relativen Reizunterschied, mit Verhältnissschwelle oder Verhältnissconstante das Verhältniss der Reize, bei welchem ein Empfindungsunterschied auf die Schwelle tritt, und brauchen respectiv die Buchstaben α, ω, v dafür. So ist die Unterschiedsconstante ω für die Lichtintensität nach Volkmann's Versuchen $\frac{1}{100}$, die Verhältnissconstante $v = \frac{101}{100}$.

Allgemein hat man

$$v = 1 + \omega \text{ und } \omega = v - 1.$$

Mehrfach wird in der Folge der Logarithmus von v gebraucht werden. Sofern nun ω im Ausdrucke $v = 1 + \omega$ stets eine sehr kleine Grösse ist, deren höhere Potenzen gegen die erste vernachlässigt werden können, kann man nach bekannten mathematischen

Sätzen für log $(1 + \omega)$ substituiren $M\omega$, wo M der Modulus des logarithmischen Systemes ist, also setzen

$$\log v = M\omega.$$

Es ist wichtig, im Auge zu behalten, dass, wenn der relative Reizunterschied und das Reizverhältniss, mithin auch die Unterschiedsconstante und Verhältnissconstante, bei Abänderung der Reize stets zusammen constant bleiben, doch keineswegs, wenn der eine dieser Werthe sich ändert, der andere sich proportional ändert. Hingegen wächst der Logarithmus der Verhältnissconstante nach obiger Gleichung proportional der Unterschiedsconstante, und es kann überall, wo es blos auf Verhältnisse ankommt, log ω für v substituirt werden.

2) Extensive Schwelle.

Wenn ein weisser Kreis auf schwarzem Grunde oder umgekehrt zu klein ist oder aus zu grosser Ferne betrachtet wird, so wird er nicht mehr erkannt. Wenn zwei Puncte oder parallele Fäden einander zu nahe sind oder aus zu grosser Ferne betrachtet werden, so verfliessen sie für das Auge und die Distanz derselben wird unmerklich. Die Gränze, wo das Erste eintritt, kann als Schwelle der erkennbaren Grösse, die, wo das Letzte eintritt, als Schwelle der erkennbaren Distanz bezeichnet werden.

Auf der Haut verfliessen bekanntlich zwei einander zu nahe Zirkelspitzen zu einem gemeinsamen Eindrucke, und es giebt also auch hier eine Schwelle der erkennbaren Distanz.

Nicht minder verfliessen zwei Eindrücke zu einem ununterscheidbaren Eindrucke, wenn sie zu schnell nach einander geschehen. Es giebt also auch eine extensive Schwelle in Bezug auf die Zeitdistanz.

Wenn ein Gegenstand, wie der Stundenzeiger einer Uhr, ein Stern am Himmel, sich zu langsam bewegt, wird die Bewegung nicht erkannt, bei hinreichender Beschleunigung wird sie erkannt. Es giebt also auch eine Schwelle der erkennbaren Geschwindigkeit.

Hier kommt Zeit und Raum zugleich in Betracht. Wahrscheinlich fängt die Geschwindigkeit da an erkennbar zu werden, wenn die Zeitschwelle mit der Raumschwelle zusammentrifft, d. h. wenn in der kleinsten Zeitdauer, die für die Seele nicht in einen Zeitpunct verfliesst, ein Raum beschrieben wird, der für das Auge nicht in einen Raumpunct verfliesst.

3) Allgemeinere Betrachtungen bezüglich der Schwelle.

In der Thatsache der Schwelle liegt von vorn herein etwas Paradoxes. Der Reiz oder Reizunterschied kann bis zu gewissen Gränzen gesteigert werden, ohne gespürt zu werden; von einer gewissen Gränze an wird er gespürt und wird sein Wachsthum gespürt. Wie kann das, was im Bewusstsein nichts wirkt, wenn es schwach ist, durch Verstärkung etwas darin zu wirken anfangen? Es scheint, als ob Summation von Nullwirkungen ein Etwas der Wirkung geben könnte. Aber wenn dieses Verhältniss einem Metaphysiker Schwierigkeit machen kann, so hat es aus mathematischem Gesichtspuncte keine Schwierigkeit, und diess möchte darauf deuten, dass der mathematische Gesichtspunct, nach welchem die Grösse der Empfindung als Function der Grösse des Reizes (respectiv der dadurch ausgelösten inneren Bewegungen) betrachtet werden kann, auch der richtige metaphysische ist. In der That, wenn y eine Function von x ist, kann y bei gewissen Werthen von x verschwinden, ins Negative oder Imaginäre übergehen, indess es hinreicht, x über diesen Werth hinaus zu vergrössern, um y wieder positive Werthe erlangen zu sehen.

Mit der Thatsache der Schwelle hängt von selbst folgende Thatsache zusammen. Je tiefer die Grösse des Reizes oder Reizunterschiedes unter die Schwelle sinkt, um so weniger vermag der Reiz oder Reizunterschied empfunden zu werden, um so grösserer Zuwüchse dazu wird es erst bedürfen, ehe seine Empfindung eintritt. So lange der Reiz oder Reizunterschied unter der Schwelle bleibt, bleibt die Empfindung desselben, wie man sagt, unbewusst, und das Unbewusstsein vertieft sich mehr und mehr, nach Massgabe, als die Grösse des Reizes oder Reizunterschiedes tiefer unter die Schwelle herabgeht. So bleiben der entfernte Schall, die Geruchsreize in der Atmosphäre unter der Schwelle, und hiemit die dadurch erweckte Empfindung im Unbewusstsein, bis die Intensität jener Reize eine gewisse Grösse, die Schwelle übersteigt. Von selbst bietet sich schon hier, wenn wir den Schwellenwerth der Empfindung als Nullwerth und die bewussten Empfindungswerthe als positive Werthe fassen, für die unbewussten die Bezeichnung durch negative Werthe dar. Doch werden wir auf diese Auffassung erst künftig genauer eingehen.

An die Unmerklichkeit kleiner Unterschiede knüpft sich von

selbst eine feine und nicht unwichtige Frage für das Massverfahren der Empfindlichkeit nach der Methode der richtigen und falschen Fälle.

Gesetzt, der Unterschied der Gewichte oder allgemeiner der Reize, der in den Versuch genommen wird, sei so klein, dass er unter jene Gränze fällt, wo er mit Bewusstsein erkannt werden kann, so fragt sich, ob er auf die Zahl der richtigen und falschen Fälle überhaupt Einfluss gewinnen kann; ob es nicht für das Verhältniss beider eben so gut ist, als wenn gar kein Unterschied vorhanden wäre, so lange, bis der Unterschied die Gränze, wo er als solcher spürbar ist, überschritten hat, und ob nicht von da an der Einfluss, statt nach der absoluten Grösse des Unterschiedes, nach der Differenz desselben von dem Werthe, wo er wirklich spürbar zu werden beginnt, zu beurtheilen sei.

Diess scheint zunächst selbstverständlich, denn wie kann eine unser Bewusstsein nicht afficirende Differenz unser Urtheil bestimmen? Dessenungeachtet kann man es nicht gelten lassen, ohne mit den Principien des betreffenden Massverfahrens zugleich die Principien, nach welchen man die Wahrscheinlichkeit der Fehler mit Bezug auf die Grösse derselben berechnet, und worauf sich jenes Massverfahren ganz und gar gründet, ungültig zu erklären; auch führt eine genauer eingehende Betrachtung zu einem jenem scheinbar selbst verständlichen ganz entgegengesetzten Resultate. Trotzdem, dass ein Unterschied für sich unmerklich ist, wird er doch bei einer hinreichenden Anzahl Vergleichen ein Uebergewicht richtiger Fälle zu Gunsten des schwereren Gewichtes, allgemein des grösseren Reizes finden lassen.

Es ist nämlich zu berücksichtigen, dass zugleich mit dem Unterschiede, den es aufzufassen gilt, zufällige Einflüsse wirken, welche bei gleichen Gewichten das Urtheil durchschnittlich eben so oft zu Gunsten des einen als des anderen bestimmen würden. Der Unterschied fügt sich nun aber den Einflüssen, welche das Urtheil zu Gunsten des einen bestimmen, hinzu; und macht theils, dass solche Einflüsse, die ohne das unmerklich gewesen wären, merklich zu Gunsten dieser Seite werden, theils verstärkt er die schon merklichen Einflüsse nach dieser Seite und macht, dass sie die entgegengesetzten Einflüsse um so leichter überwiegen. Diess hindert dann nicht, dass in vielen Fällen auch der Einfluss des Mehrgewichtes zusammen mit den gerade vorhandenen Störungen un-

ter dem Merklichen bleibt, in welchem Falle das Urtheil zweideutig bleibt, Fälle, die bei dieser Art Versuchen sehr oft vorkommen; aber principiell auf die anderen Fälle zurückgeführt werden können, indem man sie halb den richtigen, halb den falschen Fällen zuzählt.

Man sieht auf diese Weise ein, wie ein an sich unmerklicher Unterschied dadurch, dass er sich mit anderen Einflüssen summirt, allerdings merkliche Wirkungen geben kann; und die Wahrscheinlichkeit, d. h. verhältnissmässige Zahl der richtigen und falschen Fälle bei einer sehr grossen Anzahl von Versuchen, hängt von der Grösse des Unterschiedes in einer Weise ab, welche gestattet, ein Mass der Empfindlichkeit daraus abzuleiten, wie früher gezeigt.

Der Schwellenwerth sowohl der Reize als Reizunterschiede ist durch Verhältnisse der Ermüdung, Gewöhnung, Uebung, innere Ursachen der Aufregung oder Lähmung, Arzneien, die Periodicität des Lebens, individuelle Constitution u. s. w. der grössten und mannichfaltigsten Abänderungen fähig, also nur in so weit als constant anzusehen, als diese Verhältnisse keine Veränderung darin hervorbringen. Die Untersuchung dieser Abhängigkeitsverhältnisse gehört zu den wichtigsten Aufgaben der Psychophysik, und fällt zusammen mit der allgemeinen Untersuchung der Abhängigkeitsverhältnisse der absoluten und Unterschiedsempfindlichkeit oder Reizbarkeit und Erregbarkeit, indem die absolute Empfindlichkeit der Reizschwelle, die Unterschiedsempfindlichkeit der Unterschiedsschwelle reciprok ist.

Sollte sich die Thatsache der Schwelle vom Reize auf die dadurch ausgelöste psychophysische Bewegung übertragen lassen, — was später zu beweisen versucht wird — so wird nach unserer allgemeinen Voraussetzung, dass eine feste Beziehung zwischen körperlichen und psychischen Veränderungen in uns stattfinde, auch der Schwellenwerth der psychophysischen Thätigkeit, welcher dem Beginne einer gewissen Empfindung entspricht, als unveränderlich anzusehen sein, so dass die Empfindung sicher beginnt, wenn die Thätigkeit, an die sie geknüpft ist, die Schwellenhöhe erreicht hat. Indem aber je nach dem wechselnden Zustande des Organismus ein Reiz es leichter oder schwerer finden kann, die psychophysische Thätigkeit in dieser Stärke auszulösen, ist der Schwellenwerth des Reizes, der an diesen Punct geknüpft

ist, nicht unveränderlich, sondern von dem Zustande der Reizbarkeit des Organismus mit abhängig, hoch bei abgestumpfter, niedrig bei grosser Reizbarkeit.

Diese Unterscheidung, ob wir den Schwellenwerth, wo die Empfindung verschwindet, auf den Reiz oder die dadurch ausgelösten Bewegungen beziehen, ist wohl im Auge zu behalten; indem nur die Schwelle in letzterem Sinne eigentlich constant sein kann, während sie in ersterem Sinne sich mit der Reizempfänglichkeit und Anbringungsweise des Reizes ändert.

4) Folgerungen aus dem Dasein der Schwelle.

An das Dasein einer Reizschwelle und Unterschiedsschwelle knüpfen sich manche Folgerungen von Interesse und von Wichtigkeit.

Sollte überhaupt jede kleinste Reizgrösse erkannt werden, so würden wir, da Minima von Reizen aller Art uns stets umspielen, ein unendliches Gemisch und einen unaufhörlichen Wechsel von leisen Empfindungen aller Art verspüren müssen, was nicht der Fall ist. Dass jeder Reiz erst eine gewisse Gränze übersteigen muss, ehe er Empfindung erweckt, sichert dem Menschen einen bis zu gewissen Gränzen durch äussere Reize ungestörten Zustand. Er braucht die Reize nicht auf Null herabzubringen, was er nicht im Stande ist, um durch sie ungestört zu bleiben, sondern sich von denen, die durch die Entfernung geschwächt werden, blos in hinreichende Entfernung zurückzuziehen, oder allgemein solche bis unter eine gewisse Gränze herabzubringen.

Eben so, wie uns das Unmerklichwerden jedes Reizes, wenn er unter eine gewisse Gränze fällt, einen von fremdartigen Perceptionen *ungestörten* Zustand sichert, so das Unmerklichwerden jedes Reizunterschiedes, wenn er unter eine gewisse Gränze fällt, einen *gleichförmigen* Zustand der Perception.

Wegen innerer und äusserer Ursachen werden Reize nie ganz gleichförmig durch Zeit und Raum einwirken, doch hindert diess nicht, dass wir gleichförmig lichte und gefärbte Flächen sehen, gleichförmig ausgehaltene Töne hören u. s. w.

Das bekannte Experiment der gedrehten Scheibe mit weissen und schwarzen Sectoren giebt einen einfachen Beleg dazu. Hinreichend rasch gedreht, scheint sie gleichförmig grau. Nun kann die Intensität des Eindruckes an beiden Rändern eines Sectors

nicht wirklich gleich gross sein, weil im Vorübergehen eines schwarzen Sectors progressiv vom Eindrucke verloren wird, und im Vorübergehen eines weissen gewonnen wird. So wie aber der Unterschied an beiden Rändern kleiner wird als die Unterschiedsschwelle, tritt die Erscheinung des gleichförmigen Grau ein. Und zwar erscheint die Gleichförmigkeit bei hinreichend rascher Drehung vollkommen, so dass es mit schärfster Aufmerksamkeit nicht möglich ist, eine Abwechselung zu entdecken.

Ein analoger Fall tritt ein, wenn man an den Rand eines rasch gedrehten Zahnrades (Stirnrades) den Finger hält. Indess man bei langsamer Umdrehung die einzelnen Zähne noch unterscheidet, ist diess nicht mehr der Fall bei rascher. Valentin*) hat ausführliche Versuche hierüber angestellt. U. a. bemerkt er dabei, dass, wenn die Breiten der Zähne nur unbedeutende Abweichungen darbieten, diess keine wesentliche Störung mitführt, wogegen, wenn in einem Rade von 160 Zähnen 3 oder 5 unmittelbar neben einander liegende 3- oder 4mal so schmal als die übrigen sind, die Gleichförmigkeit selbst bei starker Geschwindigkeit nicht mehr vollständig zu erlangen ist.

Eben so wie eine Scheibe mit weissen und schwarzen Sectoren bei Drehung mit hinreichender Schnelligkeit gleichförmig grau erscheint, erscheint eine Fläche mit regelmässig abwechselnden weissen und schwarzen Quadraten aus hinreichender Entfernung gleichförmig grau. Diess kann einen doppelten Grund haben; entweder, dass Distanzen unter zu kleinem Gesichtswinkel nicht mehr besonders aufgefasst werden können, dann hinge die Erscheinung an der extensiven Schwelle; oder den, dass die Irradiation der weissen Quadrate bei sehr kleinem Gesichtswinkel dieselben in einander fliessen lässt; dann hinge die Erscheinung an der intensiven Unterschiedsschwelle. Möglicherweise können beide Ursachen zusammenwirken; durch die bisherigen Beobachtungen scheint mir nichts darüber entschieden.

Werfen wir von diesen Thatsachen der äusseren Psychophysik wieder einen flüchtigen Vorblick auf die Bedeutung, die sie für die innere gewinnen können. Wenn der Reiz übersetzbar ist in psychophysische Bewegung, so wird auch die Seele trotz eines Vorhandenseins und Spieles psychophysischer Bewegung in einem em-

*) Vierordt's Arch. 1852. p. 438. 587.

pfindungsfreien und gleichförmigen Zustande verharren können, wenn nur gewisse Gränzen nicht überschritten werden. Der erste Fall wird, wie ich künftig zeige, durch den Schlaf, der zweite dadurch verwirklicht, dass die psychophysischen Bewegungen ihrer Natur nach keine gleichförmigen sein können. Wahrscheinlich sind sie oscillatorischer Natur. Aber die Aenderungen der psychophysischen Bewegung werden nicht empfunden, wenn sie nicht eine gewisse Gränze übersteigen; und so werden gleichförmige Empfindungen auf Grund ungleichförmiger Bewegungen möglich.

Hiemit wird uns zugleich erleichtert, eine Vorstellung zu fassen, woran sich eine verschiedene Qualität der Empfindung knüpft. Während die Ungleichförmigkeit der psychophysischen Bewegung nicht als Ungleichförmigkeit der Empfindung empfunden wird; kann doch die Qualität derselben von der Weise derselben abhängen. Jedoch gehört eine Ausführung dieser Andeutungen nicht hieher; und auch in der inneren Psychophysik kann für jetzt erst mit grossem Mass und Rückhalt darauf eingegangen werden.

Der mehrfach bemerkte Umstand, dass das Auge in Betreff der intensiven Lichtempfindung vermöge einer schwachen inneren Erregung sich stets von selbst über der Schwelle befindet, giebt zu einer besonderen teleologischen Bemerkung Anlass.

Sollte es erst einer gewissen Stärke des äusseren Lichtreizes bedürfen, um die inneren Bewegungen, an die sich unsere Lichtempfindung knüpft, bis zur Schwelle zu heben, so würden schwach beleuchtete und schwarze Gegenstände gar nicht erblickt werden und hier die Wirkung der blinden Stelle der Netzhaut entstehen, was unstreitig sehr störend wäre. Sollte anderseits das Auge durch innere Erregung weit über die Schwelle gehoben sein, so würden nach dem Weber'schen Gesetze geringe Zuwüchse von Licht nicht mehr deutlich erkannt werden. Das Schwarz in unserem äusserlich ungereizten Auge ist also, sofern es einen sehr schwachen Lichtgrad repräsentirt, unstreitig das Vortheilhafteste, was bei der Einrichtung unseres Gesichtssinnes stattfinden konnte.

Für das Ohr liegt kein entsprechendes teleologisches Motiv vor; vielmehr kann es hier eher störend erscheinen, wenn jedes kleinste Geräusch gehört werden sollte. In der That haben wir, selbst wenn wir unsere Aufmerksamkeit auf das Ohr richten, im

normalen Zustande nichts dem Schwarzsehen Analoges, sondern blos das Gefühl der Stille.

Wie aber das Ohr abnormerweise vermöge innerer Reizung über die Schwelle gehoben sein kann, wo dann Brausen, Klingen u. s. w. eintritt, so kann es auch vermöge Reizlosigkeit tief unter die Schwelle gesunken sein. Hieher gehören die Erfahrungen, die nun erst ihre wahre Deutung finden, dass Personen, die an Torpor des Gehörnerven leiden, nur bei einem Geräusche, als Trommeln, Fahren im Wagen, die Sprechenden gut verstehen. Offenbar muss das starke Geräusch dienen, das Ohr bis zur Schwelle zu heben, wonach auch der Zuwachs des Geräusches, der für sich allein nicht hingereicht haben würde, diess zu bewirken, vernommen werden kann.

Noch will ich folgender Anwendungen der Thatsache der Unterschiedsschwelle gedenken.

Wenn, wie wohl jetzt ziemlich allgemein anerkannt ist, die sog. Irradiation im Auge vielmehr von den optischen Abweichungen des Auges und Beugungsphänomenen als der von Plateau angenommenen Ausbreitung der Lichtwirkung auf der Netzhaut abhängt, so kann diese physische Irradiation mit verstärkter Intensität des Lichtes nicht an Ausdehnung, sondern nur an Intensität zunehmen. Nun haben aber Plateau's Versuche*) gezeigt, dass die vom Auge wahrgenommene Irradiation zwar bei Weitem nicht im Verhältnisse der Intensität des Lichts, aber doch nicht unbeträchtlich mit dieser Intensität bis zu einem gewissen nicht überschreitbaren Maximum wächst.

Es entsprechen nämlich nach seinen Versuchen folgenden Lichtintensitäten i folgende sichtbare Irradiationsbreiten J auf einem schwarzen Grunde; wo das Maximum $i = 16$ die Intensität eines von einem Spiegel unter 30^0 (gegen die Spiegeloberfläche gerechnet) gespiegelten hellen Himmels war:

$i =$	1	2	4	8	16
$J =$	40″,9	47″,6	55″,7	56″,0	56″,0.

Mit Rücksicht auf die Unterschiedsschwelle ergiebt sich diess von Plateau gefundene Resultat, dass die sichtbare Irradiation mit der Intensität des Lichtes an Ausdehnung wächst, aber in geringerem Verhältnisse und nicht über eine gewisse Gränze, für

*) Pogg. Ann. L. Ergänz. S. 412 ff.

eine wirklich constant bleibende physische Irradiationsbreite als ein nothwendiges.

Die weitestmögliche Gränze der sichtbaren Irradiation muss nämlich nothwendig bei der Gränze der physischen liegen. Indem aber bei schwacher Intensität des irradiirenden Lichtes dasselbe schon in grösserer Nähe vom irradiirenden Rande dem Schwarz des Grundes so nahe gleich geworden sein muss, um nicht mehr davon unterschieden werden zu können, muss die Gränze der sichtbaren Irradiation dem irradiirenden Rande um so näher rücken, je schwächer das irradiirende Licht ist.

Babinet*) weist in einer Abhandlung über die Dichtigkeit der Kometenmasse darauf hin, dass von zuverlässigen, von ihm namhaft gemachten, Astronomen Sterne der 10, der 11. Grösse und selbst noch darunter, durch den Kometenkern hindurch beobachtet worden sind ohne merkliche Schwächung ihres Glanzes, wogegen nach einer Beobachtung von Valz ein Stern 7. Grösse den Glanz eines glänzenden Kometen fast ganz auslöschte. Hienach stellt er mit Bezugnahme auf die Bouguer'sche Unterschiedsconstante folgende Betrachtung an:

»Puisque l'interposition d'une comète éclairée par le soleil n'affaiblit pas sensiblement l'éclat de l'étoile devant laquelle elle forme un rideau lumineux, il s'ensuit que l'éclat de la comète n'est pas le soixantième de celui de l'étoile, car autrement l'interposition d'une lumière égale à un soixantième de celle de l'éloile eût été sensible. On peut donc admettre tout au plus, que la comète égalait en éclat le soixantième de la lumière de l'étoile. Ainsi, dans cette hypothèse, en rendant la comète soixante fois plus lumineuse, elle aurait eu un éclat égal à celle de l'étoile, et si on l'eût rendue soixante fois plus lumineuse qu'elle n'était, c'est-à-dire trois mille six cents fois, la comète eût été alors soixante fois plus lumineuse que l'étoile, et, à son tour, elle eût fait disparaître l'étoile par la supériorité de son éclat.« »On peut admettre que le clair de lune fait disparaître toutes les étoiles au-dessous de la quatrième grandeur; ainsi l'atmosphère illuminée par la pleine lune acquiert assez d'éclat pour rendre invisibles les étoiles de cinquième grandeur et au-dessous.«

Babinet knüpft hieran weitere Betrachtungen, wodurch er

*) *Compt. rend.* 1857. *p.* 357.

für die, auch aus anderen Rücksichten höchst gering anzunehmende, Dichtigkeit und Masse der Kometen eine in der That verschwindend kleine Grösse findet, welche uns jedoch hier nicht weiter angehen. Auch gebe ich die vorige Betrachtung nur als Beispiel möglicher Anwendung der Unterschiedsconstante, halte aber die Anwendung des Bouguer'schen Werthes auf Sterne nicht zulässig, aus Gründen, die ich im folgenden Kapitel bespreche; wonach auch das ganze Rechnungsresultat Babinet's prekär wird.

XI. Nähere Angaben über Grösse und Abhängigkeitsverhältnisse der Schwellenwerthe in den verschiedenen Sinnesgebieten.

Absolut feste und allgemein gültige Bestimmungen über die Grösse der Reizschwelle und Unterschiedsschwelle sind in keinem Sinnesgebiete möglich, sofern der Schwellenwerth sehr von der äusseren Anbringungsweise der Reize und dem Zustande der Empfindlichkeit der Organe abhängt, was sehr veränderliche Elemente sind, wozu noch die Schwierigkeit kommt, den Werth, wobei eine Empfindung oder ein Empfindungsunterschied beginnt, genau zu bestimmen. Inzwischen gilt hier das, was in dieser Hinsicht S. 53 bezüglich der Massbestimmungen der Empfindlichkeit im Allgemeinen gesagt worden. Die, wenn auch nur ungefähre, Bestimmung mittler Werthe für gewöhnlich vorkommende Verhältnisse einerseits, extremer Werthe anderseits, behält immer ihr Interesse, und kann selbst vielfach nicht entbehrt werden. Die Abhängigkeit von den Umständen aber ist selbst als ein Gegenstand der Untersuchung anzusehen.

Je niedriger der Schwellenwerth, um so grösser unter sonst gleichen Umständen die Empfindlichkeit. Unstreitig giebt es nach der Einrichtung des menschlichen Organismus eine Gränze, welche in dieser Hinsicht nicht überschritten werden kann; wogegen viele Umstände, theils Abnormitäten der Constitution, der Organe, Zufälligkeiten aller Art die Schwelle heraufrücken können; alle wirklich erhaltenen Schwellenwerthe sind daher nur als obere Gränzen zu betrachten, unterhalb deren die, so zu sagen, ideale Schwelle liegt, welche unter den absolut günstigsten Umständen gefunden werden würde. Die kleinsten Schwellenwerthe, insofern sie nur auf guter Beobachtung beruhen, haben daher das meiste Interesse,

indem sie die obere Gränze der wirklichen Gränze am nächsten bringen.

Das Folgende enthält unstreitig keine vollständige Zusammenstellung dessen, was in verschiedenen Gebieten von Angaben über Schwellenwerthe vorliegt; doch werden die folgenden Angaben einen Ansatzpunct zu weiterer Vervollständigung bieten können. Die meisten dieser Angaben werden sich aber nur auf die Unterschiedsschwelle beziehen können, da über die absolute Reizschwelle bisher wenig vorliegt.

1) Intensive Schwelle.

a) Licht und Farbe.

Dass eine Reizschwelle bezüglich der Helligkeitsempfindungen nicht in den Versuch fallen könne, ist früher S. 240 besprochen. Bezüglich der Unterschiedsschwelle sind die bisherigen Angaben im 9. Kapitel mitgetheilt und Folgendes das Resumé.

Bouguer fand durch Versuche mit Schatten, fraglich ob mit oder ohne Bewegung, die Unterschiedsschwelle gleich $\frac{1}{64}$ der Intensität; Arago ohne Bewegung bei verschiedenen Individuen $\frac{1}{39}$ bis $\frac{1}{71}$, mit Bewegung $\frac{1}{58}$ bis $\frac{1}{131}$ (vgl. S. 172); Volkmann durch Versuche mit Schatten bei verschiedenen Individuen unter Bewegung ungefähr $\frac{1}{100}$ (vgl. S. 149); Masson durch Versuche mit der gedrehten Scheibe bei verschiedenen Individuen $\frac{1}{50}$ bis $\frac{1}{120}$ und drüber (vergl. S. 152).

Nach Masson bleibt der Werth für verschiedene Farben sich gleich, ist aber verschieden für die Augen verschiedener Individuen.

Bei den Versuchen, mittelst deren die obigen Bestimmungen erhalten worden, wurden überall Licht- oder Schattenflächen von einer gewissen Ausdehnung und directes Sehen angewandt. Es ist aber gewiss, dass die Unterschiedsschwelle mindestens bis zu gewissen Gränzen auch von der Ausdehnung der sichtbaren Grössen abhängt, und sich auf den seitlichen Theilen der Netzhaut anders als auf den centralen verhält.

Allgemein verschwindet eine kleine schwarze Fläche auf weissem Grunde oder umgekehrt um so leichter in dem Grunde,

d. h. wird nicht von ihm unterschieden, unter je kleinerem Gesichtswinkel sie gesehen wird, und auf je seitlichere Theile der Netzhaut sie trifft. Linien werden bei gleicher Dicke mit Puncten noch erkannt, wo diese nicht mehr erkannt werden. Auch macht die Farbe einen Unterschied.

Was den Einfluss der Grösse anlangt, so muss schon die Irradiation dahin wirken, dass Objecte von sehr kleinen Dimensionen bei gleicher Entfernung des Auges leichter im Grunde verschwinden, als grössere, worauf nicht immer erfoderlich Rücksicht genommen ist. Dabei ist zu beachten, dass eine schwarze Linie, oder ein schwarzer Punkt auf weissem Grunde sich durch Irradiation eben so wohl ausbreitet unter Verminderung der Schwärze, als ein weisser auf schwarzem Grunde unter Verminderung der Helligkeit; wovon die Thatsache und Theorie durch Volkmann genauer constatirt und entwickelt worden ist*).

In der That ist natürlich, dass Licht, was durch die Irradiation zerstreut, mithin verdünnt, oder Schwarz, was dadurch mit Licht überlaufen ist, minder leicht respectiv vom schwarzen oder weissen Grunde unterschieden werden kann; auch muss dieser Umstand Puncte in stärkerem Verhältnisse als Linien betreffen. Unstreitig ist daher die Unterschiedsschwelle der Fixsterne sehr beträchtlich grösser als der Bouguer'sche Werth, den Babinet nach S. 253 einer Berechnung zu Grunde legte; d. h. ein Fixstern wird schon bei einem viel stärkeren Intensitätsunterschiede als $\frac{1}{64}$ gegen den Himmelsgrund nicht mehr davon unterschieden werden können, und es würde für manche astronomische Verhältnisse höchst wichtig sein, ihn direct durch Versuche an künstlichen Sternen zu bestimmen**).

Das Vorige reicht hin, zu zeigen, dass intensive und extensive Schwelle der Lichtempfindung nur mit Bezug zu einander bestimmbar sind. Ich verlasse daher für jetzt diesen Gegenstand, um unter 2., bei Betrachtung der extensiven Schwelle, darauf zurückzukommen, und auch den Einfluss der Irradiation dann weiter zu erörtern.

*) Berichte der Leipz. Soc. 1858. S. 129 ff.

**) Hiebei wird es nützlich sein, auf Stampfer's Versuche bezüglich einer verwandten Aufgabe in den Sitzungsber. d. Wien. Akad. 1852. p. 504. 511 Rücksicht zu nehmen.

So ist bemerkt worden, dass auch Farben, um als farbig erkannt zu werden, dem Auge in einer gewissen Ausdehnung dargeboten werden müssen. Schon bei directem Sehen ist es der Fall; noch mehr bei indirectem. Unstreitig spielen Irradiationsverhältnisse und Inductionsverhältnisse (in Brücke's Sinne) des Grundes gegen kleine farbige Flächen eine Rolle bei dem Verschwinden der Farbe, die aber bis jetzt noch ganz unaufgeklärt ist. Die sorgfältigsten Beobachtungen über das Thatsächliche hat Aubert angestellt*), doch würden, um bestimmtere Schlüsse zu ziehen, seinen Beobachtungen über das Verhalten farbiger Quadrate auf schwarzem und weissem Grunde in den seitlichen Theilen des Gesichtsfeldes entsprechende über das Verhalten weisser und schwarzer Quadrate auf farbigem Grunde erst noch hinzuzufügen sein.

b) Schallstärke und Tonhöhe.

Schafhäutl**) stellte unter Zuziehung geeigneter Massvorrichtungen Versuche über die Gränze der Hörbarkeit des Schalles an, wenn derselbe durch Herabfallen eines Kügelchens***) aus gemessener Höhe auf eine an ihren Schwingungsknoten durch Schrauben festgehaltene rechtwinklige Platte aus gewöhnlichem Spiegelglase bei fest gegen die Schallplatte fixirter Ohrlage erzeugt wurde. Die horizontale Entfernung des Mittelpunctes der Schallplatte, wo das Kügelchen auftraf, von dem Mittelpuncte der Oeffnung des Ohres, welches den Schall zu vernehmen bestimmt war, betrug dabei 55 Mill., die verticale 74 Mill., die geradlinige 91 Mill. »Erfahrung hat mich gelehrt, sagt der Verf., dass diess die beste Entfernung sei, in welcher das Ohr den leisesten Schall, der es noch zu afficiren im Stande ist, sicher vernimmt.« Das wesentliche Resultat dieser (nicht im Detail beschriebenen) Versuche giebt der Verf. so an:

»Bei meinen Versuchen, die Schallquantität zu bestimmen, welche meinem Ohre noch vernehmlich ist, habe ich gefunden, dass der Schall von einem 1 Milligramm schweren Korkkügelchen durch 1 Millimeter Höhe herabfallend erzeugt, für mein Ohr bei

*) Gräfe's Arch. f. Ophthalmol. III. S. 38 ff.

**) Abhandl. d. München. Akad. VII. S. 501.

***) Bis zum Herabfallen wird dasselbe von einer Pincette gefasst, die man mittelst zweier Drücker öffnet.

vollkommener Ruhe, also des Nachts, noch durchschnittlich vernehmbar ist. Bei 30 Versuchen dieser Art des Nachts 12 Uhr bei vollkommener Windstille habe ich den durch obiges Experiment erzeugten Schall noch mit voller Entschiedenheit 25mal gehört, ein ähnliches Verhältniss fand auch bei einigen musikalisch gebildeten Ohren jüngerer Leute statt. Von älteren Individuen fanden sich nur wenige vor, welche diesen Schall noch zu hören vermochten, wenn sie ihr Ohr nicht geübt hatten; es gelang jedoch einigen nach mehrfacher Uebung, den obigen Schall noch mit Bestimmtheit zu vernehmen.«

»Ich stehe desshalb nicht an, die Schallgrösse, durch den Fall eines 1 Milligramm schweren Korkkügelchens aus 1 Millimeter Höhe hervorgerufen, als akustische Dynamis anzunehmen, *welche* die durchschnittliche Gränze der dem gesunden *menschlichen* Ohre unter den Einflüssen unserer Civilisation noch vernehmbaren Schallgrössen bezeichnet.«

Unstreitig würden Versuche mit bedeutenderen Schallgrössen bei grösserer Entfernung des Ohres erwünscht sein, da natürlich kleine störende Einflüsse und Messungsirrthümer hiebei an Einfluss verlieren. Auch ist zu berücksichtigen, dass nach der Sachlage der vorigen Versuche das Hören merklich nur mit einem Ohre geschehen konnte, indess wir im Allgemeinen beide Ohren zu dem Hören verwenden.

Für Unterschiede in der Schallstärke scheint nach den S. 175 angeführten Versuchen von Renz und Wolf so wie von Volkmann eine viel geringere Empfindlichkeit zu bestehen, als für Unterschiede von Lichtintensitäten, sofern zwar Schallstärken, die sich etwa wie 3 : 4 verhalten, noch sicher unterschieden werden, nach Massgabe unsicherer aber, als sie sich von da an näher kommen.

Was die Tonhöhe anlangt, so besteht nach allgemeiner Annahme eine untere Gränze der absoluten Hörbarkeit von Tönen, und zwar wird sie gewöhnlich bei 30 Schwingungen (Chladni) oder 32 Schwingungen (Biot) in der Sec. angenommen. Inzwischen würde nach den neueren Versuchen von Savart*) mit der Stabsirene ein Ton noch hörbar sein, der 14 bis 16 Schwingungen in der Secunde entspricht, und er ist geneigt zu glauben, dass es

*) *Ann. de Chim. et de Phys. XLVII. p.* 69 oder Pogg. Ann. XXII. S. 596.

nur darauf ankomme, die einzelnen Eindrücke erfoderlich zu verlängern, um noch tiefere Töne hörbar zu machen, so dass es keine eigentliche Gränze darin gebe. Indess widerspricht Despretz*), der Savart's Versuche mit Sorgfalt wiederholt hat, mit Bestimmtheit seinen Angaben, und zieht als Resultat: »dass es gegenwärtig nicht erwiesen ist, dass das Menschenohr Töne von weniger als 32 einfachen Schwingungen vernehmen und bestimmen kann.« Savart sei wahrscheinlich durch die grosse Intensität des Tones seines Apparates irre geleitet worden, der in der That sehr starke, aber nicht mehr musikalische oder nach ihrer Höhe bestimmbare Töne gebe; die also hienach vielmehr den Charakter der Geräusche haben würden.

In der That, wenn Despretz Recht hat, so war es das Geräusch, was schon jeder einzelne Schlag der Stabsirene für sich gab, wegen der sich an einander schliessenden Dauer der Schläge *in continuo* gehört, was die Täuschung eines Tones gab.

Wie es sich auch mit der Differenz zwischen Savart und Despretz verhalten möge, so wäre es absurd, keine untere Gränze der Töne für ein menschliches Ohr anzunehmen. Ein Ton, der durch Schwingungen erzeugt würde, welche die Dauer einer Stunde hätten, könnte selbstverständlich nicht mehr von Menschen als Ton vernommen werden. Vielleicht von anders organisirten Wesen; doch gewiss nicht von Menschen.

Die Hörbarkeit der Töne scheint nicht blos eine untere, sondern auch eine obere Gränze zu haben.

Sauveur in den *Mém. de l'Acad. Ann.* 1700 setzt die obere Gränze bei 12400 Schw. in der Secunde. Wollaston glaubt, die Stimme der Fledermaus und des Feldheimchens bildete die Gränze der höchsten wahrnehmbaren Töne. Von den tiefsten Tönen der Orgel bis zu den höchsten der Insecten seien die Schwingungen 600 bis 700mal rascher, was die obere Gränze auf 19000 bis 22000 einfache Schwingungen bringen würde. Biot nimmt sogar nur 8192, Chladni 12000, Olivier**) 16000, Young 18000 bis 20000 als obere Gränze an.

Savart fand inzwischen, dass, wenn man nur die hohen Töne in hinreichender Stärke erzeugte, wozu ihm ein gezähntes

*) *Compt. rend.* XX. p. 1214; Pogg. Ann. LXV. p. 440.

**) Urstoff der m. Spr. S. 12.

Rad diente, dessen Zähne an einen dünnen Körper anschlugen, noch Töne, welche 48000 einfachen Schwingungen (= 24000 Schlägen) entsprechen, gehört werden können und Despretz zieht aus seinen Versuchen mit kleinen Stimmgabeln das Resultat, dass das Ohr Töne bis zu 73000 Schwingungen noch vernehmen, bestimmen, classificiren (*entendre, apprécier, classer*) kann, »dass aber das Hören sehr hoher Töne nicht so rasch geschieht, dass man dieselben in die musikalische Skala einführen könnte.«

Man kann es nach Allem noch in Frage stellen, ob die Gränze der Hörbarkeit hoher Töne schon erreicht sei, und nicht bei grösserer Verstärkung auch noch höhere Töne hörbar sein würden. Auf der anderen Seite ist sehr möglich, dass entweder die Nerven an sich unfähig sind, zu hohe Töne zu vernehmen, oder das Trommelfell mit seinen Annexen unfähig, solche aufzunehmen.

Das Vorige betraf die absolute Hörbarkeit von Tönen. Was die Unterscheidung von Tonhöhen anlangt, so scheint die Empfindlichkeit dafür ohne Vergleich grösser zu sein, als für die Unterscheidung von Schallstärken.

A. Seebeck*) vermochte an zwei Stimmgabeln, welche fast genau im Einklange standen, so dass die eine 1209, die andere 1210 Schwingungen in der Secunde machte (mit Hülfe der Stösse bei gleichzeitigem Erklingen bestimmt), noch zu bemerken**), dass die eine eine Spur tiefer »als die andere war.« »Es wurde (sagt Seebeck) dieses kleine Intervall noch eben vom völligen Einklange unterschieden. Es braucht nicht erinnert zu werden, dass diese Unterscheidung schon ein wohlgeübtes Ohr verlangt; allein obgleich ich Grund habe, meinem Gehöre nach dieser Seite hin ziemlich viel Schärfe zuzutrauen, so kann ich doch nicht bezweifeln, dass das Ohr eines Stimmers, eines Violinspielers u. s. f. darin noch weiter zu gehen vermag. Zwei vorzügliche Violinspieler, denen ich eben jene beiden Gabeln vorlegte, waren nicht im Mindesten zweifelhaft, welche von denselben die höhere sei. Dass in diesem Falle die beiden Töne dem Klange nach gleich waren, mag wohl zur genaueren Unterscheidung ihrer Höhe günstig sein; auch ist vielleicht nicht in allen Höhen ganz dieselbe Schärfe zu erreichen.«

*) Pogg. Ann. LXVIII. S. 463.

**) Unstreitig wohl, wenn er sie nach einander erklingen liess, obschon diess nicht ausdrücklich angegeben ist.

Frühere Angaben über die Empfindlichkeit des Ohres für Tonunterschiede reichen bei Weitem nicht so hoch. W. Weber*) bemerkt gelegentlich, dass das Ohr unter günstigen Umständen unmittelbar (d. h. ohne Hülfe der Stösse und ohne Mittelwerthe zu nehmen) die Töne so genau zu bestimmen vermag, dass der Fehler auf 200 Schwingungen nie mehr als 1 Schwingung beträgt.

Delezenne**) hat nicht blos die eben merkliche Abweichung von der Reinheit des Einklanges bestimmt, wie bei den bisherigen Bestimmungen der Fall; sondern auch von anderen Intervallen, als Octave, Quinte, grosse Terz, grosse Sexte. Man kann bemerken, dass diess heisst, nicht die eben merkliche Abweichung eines Tones von einem anderen, sondern eines Tonunterschiedes oder Tonverhältnisses von einem anderen bestimmen; indem jedes reine Intervall zwischen zwei nach einander angeschlagenen Tönen einen Unterschied, das unreine einen etwas davon abweichenden Unterschied darstellt. Es kann aber der Fall, wo man die eben merkliche Abweichung von der Reinheit des Einklanges bestimmt, als ein besonderer Fall des allgemeinen Falles angesehen werden, als der nämlich, wo man die Abweichung von einem Nullunterschiede zweier Töne bestimmt.

Die Versuche wurden so angestellt. Eine auf einem Monochord (*sonomètre*) über zwei Stege gespannte Saite, deren Länge zwischen den Stegen genau 1147 Millimeter betrug, und die 120 Schwingungen in der Secunde machte, wurde in einem Puncte ihrer Länge so durch einen untergesetzten beweglichen Steg abgetheilt, dass beide Theile der Saite durch ihre Töne eines der obigen Tonintervalle gaben. Der bewegliche Steg war zugeschärft: er wurde so unter die Saite gestellt, dass er die Spannung derselben nicht vermehrte, und durch eine andere scharfe Kante dagegen gedrückt. Delezenne versicherte sich nun erst von der Reinheit des Tonintervalles. Dann wurde der bewegliche Steg ein wenig, bis zu 1 oder einigen Millimetern rechts oder links gerückt; und von dem Beobachter geurtheilt, wenn eine Abweichung von der Reinheit des Intervalles bemerklich wurde; andermal auch, ohne dass der Beobachter sehen konnte, der Steg so lange verstellt, bis die Reinheit des Intervalles erreicht schien, und zugesehen, bis wie weit der Irrthum gieng.

Obwohl diese Versuche mit grossem Fleisse und mit Sorgfalt angestellt scheinen, fehlt doch leider eine eigentlich exacte Methode dabei, so dass man der Vergleichbarkeit der gefundenen Zahlen nicht zu viel Zutrauen schenken kann. Es wäre daher sehr zu wünschen, dass diese für die musi-

*) Pogg. XIV. S. 398.

**) *Recueil des travaux de la soc. de Lille.* 1827. p. 4.

kalische Ausübung wie für die Theorie der musikalischen Empfindungen gleich wichtigen Bestimmungen theils nach der Methode der richtigen und falschen Fälle, theils der mittleren Fehler, unter jedesmaliger genauer Wahrung der Vergleichbarkeit, mit verschiedenen Personen von schlechtem und gutem Gehöre wiederholt würden, da die vom Verf. angewandte Methode der eben merklichen Unterschiede oder der Gränzfehler, die man begeht, kein hinreichend scharfes Resultat gewähren kann.

Folgendes ist das Ergebniss von Delezenne's Versuchen.

Wenn bei einer Saite von 1147 Millimeter Länge, welche 120 Schwingungen in der Sec. gab, ein in der Mitte untergesetzter Steg ein wenig verrückt und hiedurch der Einklang der beiden Theile der Saiten gestört ward, so gehörten sehr feine Ohren dazu, um einen Unterschied zwischen den nach einander gehörten Tönen beider Theile wahrzunehmen, wenn der Steg nur um 1 *Mill.* von der Mitte abgerückt ward, der eine Theil der Saite also $\frac{1147}{2} + 1$, der andere $\frac{1147}{2} - 1$ Mill., mithin das Verhältniss ihrer Längen und zugleich ihrer Schwingungszahlen $\frac{1149}{1147}$ betrug. Bei einem Verhältnisse $\frac{1151}{1143}$ ward der Unterschied auch von ganz ungeübten Ohren erkannt.

»Si l'on déplace le chevalet mobile de deux millimètres à droite ou à gauche, la différence devient sensible aux oreilles les moins exercées, ainsi que je m'en suis assuré sur plusieurs personnes. Si le déplacement du chevalet n'est que d'un millimètre, il faut avoir l'oreille assez délicate pour s'en apercevoir immédiatement. La personne soumise à cette épreuve ferme les yeux, soit pour n'être pas distraite par les objets environnants, soit pour ignorer les déplacements feints ou réels du chevalet et éviter ainsi de se prévenir dans le sens du changement qu'elle verrait opérer. Une oreille très-délicate est donc sensible à cette légère différence. Admettons que ce soit la limite extrême de la sensibilité de l'oreille humaine, et calculons les rapports entre ces deux sens si peu différents. Nous verrons

$$\frac{\frac{1147}{2} + 1}{\frac{1147}{2} - 1} = \frac{1149}{1145} = \left(\frac{81}{80}\right)^{0,2807}$$

l'oreille la mieux organisée est donc sensible à une différence de 4 vibrations sur 1149!!«

»Pour comparer cet intervalle à celui représenté par le comma $\frac{81}{80}$, et que nous prendrons partout pour unité, nous dirons, que l'oreille est à peine sensible à un quart de comma, sur l'unisson.«

»Nous avons vu, qu'un déplacement de 2 millim. était sensible aux personnes qui n'avaient jamais essayé de comparer des sons. — Nous trouvons, pour les sons ainsi comparés, l'intervalle

$$\frac{\frac{1147}{2}+2}{\frac{1147}{2}-2} = \frac{1151}{1143} = \left(\frac{81}{80}\right)^{0,561}$$

Ces personnes là sont donc sensibles à une différence de 3 vibrations sur 1151, ou à un intervalle un peu supérieur au demi-comma.«

Ziehen wir die entsprechend bestimmten Resultate für die anderen Intervalle mit zu, so vermag überhaupt nach Delezenne ein sehr empfindliches Ohr eine Abweichung von folgenden Intervallen eben noch zu unterscheiden, wenn das Verhältniss der Schwingungszahlen das beistehende ist, und die Töne nach einander gehört werden.

Einklang $\frac{1149}{1145} = \left(\frac{81}{80}\right)^{0,2807}$

Octave*) $\frac{\frac{2}{2}.1147+1}{\frac{1}{2}.1147-1} = 2\left(\frac{81}{80}\right)^{0,31}$

Quinte $\frac{\frac{3}{2}.1147-\frac{1}{2}}{\frac{2}{2}.1147+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\left(\frac{80}{81}\right)^{0,1461}$

grosse Terz $\frac{\frac{5}{4}.1147+1}{\frac{4}{4}.1147-1} = \frac{5}{4}\left(\frac{81}{80}\right)^{0,284}$

gr. Sexte**) $\frac{\frac{5}{3}.1147+1}{\frac{3}{3}.1147-1} = \frac{5}{3}\left(\frac{81}{80}\right)^{0,291}$

oder

$$\frac{\frac{5}{3}.1147-1,5}{\frac{3}{3}.1147+1,5} = \frac{5}{3}\left(\frac{80}{81}\right)^{0,441}.$$

Wie man sieht, wird die Abweichung von der Quinte verhältnissmässig am deutlichsten empfunden.

c) Gewichte.

Ueber die kleinstmöglichen absoluten Gewichte, deren Druck noch auf verschiedenen Hautstellen empfunden wird, hat Kammler eine Versuchsreihe in Verbindung mit einigen Mitarbeitern (Aubert, Förster, Trenkle) angestellt, und die Resultate in s. Dissertation: Experimenta de variarum cutis regionum minima pondera sentiendi virtute. Vratislaviae 1858 veröffentlicht. Die Versuchsweise war die, dass leichte Gewichte aus Hollundermark, Kork, Kartenpapier, von 9 Qu. Mill. Grösse und verschiedenem, nach Umständen durch eine Auflage vergrös-

*) Für Personen, die ganz ungeübt in Vergleichung von Tönen waren, fand sich $\frac{1151}{1143} = \left(\frac{81}{80}\right)^{0,561}$.

**) Je nach der Verrückungsweise des Steges nach rechts oder links.

serten, Gewichte ganz langsam und möglichst senkrecht auf den zu prüfenden Theil herabgelassen wurden, zu welchem Zwecke ein feiner bogenförmiger Messingdraht oder eine Schweinsborste so an zwei in einer Diagonale liegenden Ecken befestigt war, dass das Gewichtchen die Gestalt eines Steigbügels annahm, an dessen oberer Krümmung ein Baumwollenfaden zum Halten des Gewichtchens befestigt war.

Die Specialmittheilung sämmtlicher Resultate würde hier zu weit führen, da die ganze Oberfläche des Menschenkörpers von verschiedenen Beobachtern mit Versuchen durchmessen ist. Ich bemerke nur Folgendes: Die Reihenfolge der Empfindlichkeit der Theile hat nichts mit derjenigen gemein, welche Weber nach seinen Versuchen mit Zirkelspitzen über den Tastsinn aufgestellt hat. Sie stimmte bei den 4 Beobachtern nahe, doch nicht völlig überein. Zu den empfindlichsten Theilen gehörten Stirn und Schläfe, Augenlider, Dorsalseite des Vorderarms, wo meist 0,002 Grammen verspürt wurden; die Finger waren im Allgemeinen viel weniger empfindlich.

Folgendes sind überhaupt die Specialangaben für die empfindlichsten Theile, wo die leichtesten Gewichte so eben verspürt wurden.

0,002 Grammen wurden verspürt von Aubert an: Stirn, Schläfen, rechtem und linkem Vorderarme mit dem Gelenke beiderseits auf Volar- und Dorsalseite, äusserem Theile des Metacarpus des Daumes und Rücken beider Hände. — Von Kammler an: Stirn, Schläfen, Dorsalseite des rechten Vorderarmes, Rücken beider Hände. — Von Förster an: Stirn, Schläfen, oberem und unterem Augenlide, Nase. — Von Trenkle an: Nase, Lippen.

0,003 Grammen, von Aubert an: äusserem Theile des Metacarpus des rechten Daumen. — Von Kammler an: Volartheil beider Vorderarme und Dorsaltheile des linken Vorderarmes; äusserem Theile des Metacarpus des linken Daumen.

0,04 Grammen, von Kammler an: äusserem Theile des Metacarpus des rechten Daumen.

0,05 Grammen, von Aubert an: Nase, Lippen, Kinn, unterem und oberem Augenlide, Mitte des Bauches u. s. w. — Von Kammler an: Nase, Lippen, Kinn, unterem und oberem Augenlide, Mitte des Bauches u. s. w. — Von Förster an: Lippen, Bauch u. s. w. — Von Trenkle an: Stirn, Lippen, unterem und oberem Augenlide, Bauch, Vorderarme u. s. w.

Als schwerstes Gewicht, was so eben noch verspürt ward, wird 1 Gramme auf den Nägeln der Finger und (bei Aubert) der rechten Ferse angeführt.

In Betreff der Gewichtsunterschiede sind schon S. 138

die Resultate mitgetheilt, welche E. H. Weber gelegentlich der Bewährung des Weber'schen Gesetzes gewonnen. Seine Abhandlung*) enthält jedoch noch ausführlichere Versuche über den kleinsten erkennbaren Gewichtsunterschied je nach Zuziehung des blossen Druckgefühles oder des Druck- und Muskelgefühles in Verbindung, und je nach Verschiedenheit der Theile, auf welche der Druck geäussert wird.

Bei den folgenden Versuchen lagen die zwei gegen einander abzuwiegenden Gewichte auf den zwei verschiedenen Händen und der eben merkliche Unterschied derselben ward vergleichungsweise nach dem S. 138 angegebenen Verfahren bestimmt: a) mittels des blossen Druckgefühls, während die Hände auf dem Tische aufliegen blieben; b) mittelst des vereinigten Druck- und Muskelgefühls, indem die Hände erhoben wurden. Während nun jedesmal von 32 Unzen Gewicht auf jeder Hand ausgegangen ward, ward der Unterschied bemerklich, wenn das Gewicht auf der einen Hand um folgende Grössen vermindert ward:

		a	b
1)	Kaufmann, ungeübt . . .	6	1
2)	Gelehrter, Mathematiker	6	2,5
3)	E. H. Weber selbst . .	16	2
4)	Kaufmann, ungeübt . . .	8	4
5)	Jungfrau	16	2
6)	Frau	16	4
7)	Frau	12	2
8)	Student	8	3
9)	Student	12	2
10)	Student	8	1,5
11)		15	1,5
12)		10	1,5
13)		18	8
14)		12	6
15)		6	4
16)		8	1
17)		8	4
	Mittel	10,88	2,93

*) *Programmata collecta* p. 81 sq.

Bei folgenden Versuchen*) wog der Beobachter mit derselben Hand zwei Gewichte wechselnd ab, die in zwei zusammengeschlagenen Tüchern hiengen, deren vereinigte Zipfel jedesmal von der Hand umfasst wurden. »Von 10 Personen, die zur Hälfte männlichen Geschlechts waren, welche 78 und 80 Unzen auf die beschriebene Weise in Tüchern zur Hebung der Gewichte verglichen, waren nur zwei, welche das schwerere Gewicht von dem leichteren nicht unterscheiden konnten, 7 von ihnen bestimmten bei 3 mit Jedem angestellten Versuchen jedesmal richtig, welches Gewicht schwerer sei. Bei einigen von ihnen wurden 4 bis 7 Versuche angestellt, und in allen diesen Fällen bestimmten sie das Gewicht richtig. Einer von den 10 Beobachtern bestimmte bei 8 mit ihm angestellten Versuchen sieben Mal richtig und ein Mal falsch.«

Weber hält dafür, dass bei dieser Versuchsweise das Muskelgefühl allein in Betracht komme, worin ich ihm nach der Anmerkung S. 199 nicht ganz beistimmen möchte.

Bei folgenden Versuchen **) wurde auf die gleichnamigen Theile beider Körperseiten (bei den beiden letzten Theilen auf die Medianlinie) das constante Gewicht von je 6 auf einander gethürmten Speciesthalern gelegt, deren jeder ein wenig unter 2 Unzen wog, so dass das Totalgewicht auf jeder Seite nahe 12 Unzen war. Von diesen Speciesthalern wurde auf der einen Seite einer nach dem anderen weggenommen, bis der Gewichtsunterschied spürbar ward. Folgende Tabelle (p. 96) giebt die Zahl der Speciesthaler, die weggenommen werden mussten, damit der Unterschied merklich ward (das Subject der Versuche ist nicht bezeichnet).

Volarfläche der Finger	1
Volarfläche der Hand***) . . .	2
Dorsalfläche der Finger	2
Innere Armfläche	4
Fusssohle in capitulis metatarsi	1
Concaver Theil der Fusssohle .	4
Ferse des Fusses	3

*) Tasts. und Gemeing. p. 546.

**) *Progr. coll.* p. 96.

***) Superficies volaris metacarpi manus.

Gastrocnemii	4
Seitentheile der Stirn	1
Behaarter Theil des Hinterkopfes	4
Vorderer Theil der Brust . . .	4
Schulterblatt	2
Seitentheile des Unterleibes . .	4
Medianlinie des Rückens beim Schulterblatte	5
Medianlinie des Unterleibes . .	5

Mit diesen Versuchen kann man noch die nach der Methode der Aequivalente in Beziehung setzen, welche im 12. Kapitel angeführt werden.

d) Temperatur.

Ueber die Grösse der eben merklichen Temperaturunterschiede hat E. H. Weber*) einige Angaben mitgetheilt, wonach man bei der Methode des abwechselnden Hände-Eintauchens in zwei Gefässe mit ungleich warmem Wasser bei grosser Aufmerksamkeit mit der ganzen Hand noch die Verschiedenheit zweier Temperaturen entdecken kann, die nur $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{6}$ Grad R. beträgt; doch hat er dabei die Temperaturen, in denen diese Unterschiede bemerklich sind, nicht genauer bestimmt. Ich habe gefunden, dass sich in mittleren Temperaturen noch kleinere Unterschiede erkennen lassen, und dass sie nach Massgabe der Temperatur sehr verschieden ausfallen. Hierüber vergleiche man das, was im 9. Kapitel S. 202 ff. mitgetheilt worden.

Ueber die Grade von Hitze und Kälte, welche Schmerz hervorzurufen im Stande sind, sind die Versuche und Erörterungen von E. H. Weber in derselben Abhandlung S. 571 ff. nachzulesen.

2) Extensive Schwelle.

a) Gesichtssinn.

Im Grunde sind alle Ausdehnungen, die wir auf der Netzhaut auffassen, in dem allgemeinen Gesichtsfelde abgegränzte, und man kann die Frage aufwerfen, welche Zahl Empfindungskreise würden dazu gehören, überhaupt ein Gesichtsfeld von

*) Der Tastsinn und das Gemeingefühl, Wagner's Wört. S. 534.

merkbarer Ausdehnung für die Empfindung zu produciren, eine Frage, die wohl von der zu unterscheiden ist: welcher Bruchtheil der einmal vorhandenen Anzahl gehört dazu, einen Theil des allgemeinen Gesichtsfeldes als unterschieden von dem übrigen aufzufassen, wenn er in unterschiedener Weise von dem übrigen erregt wird. Zur Entscheidung jener Frage liegt aber bisher kein Weg vor, und so abstrahire ich hier von derselben, ungeachtet sie eigentlich die Grundfrage nach einer extensiven Schwelle ist, um nur mit Einigem in einem späteren Kapitel aus theoretischem Gesichtspuncte auf dieselbe zurückzukommen, und wende mich zur Untersuchung der extensiven Schwelle in folgendem Sinne.

Welches sind die kleinsten mit dem Auge noch eben erkennbaren Grössen, Distanzen, Grössen- und Distanzunterschiede?

Die Aufgabe, die kleinste noch erkennbare Distanz zu bestimmen, fällt eigentlich mit der, die kleinste noch erkennbare Grösse zu bestimmen, zusammen, sofern man ja den Durchmesser irgend einer noch eben erkennbaren Grösse zugleich als eine noch eben erkennbare Distanz zwischen ihren Gränzpuncten, umgekehrt die noch eben erkennbare Distanz als eine noch eben erkennbare Grösse betrachten kann. Doch scheiden sich die Versuche in solche, wo ein Punct, eine Linie, ein Faden, eine kleine Fläche auf einem ausgedehnten gleichförmigen Grunde betrachtet und zugesehen wurde, bei welchem Augenabstande, und mithin bei welchem Gesichtswinkel diese kleine Grösse noch erkennbar war oder verschwand, und in solche, wo zwei oder mehr distante Puncte, Linien, Fäden, kleine Flächen auf einem gegebenen Grunde betrachtet wurden, und zugesehen ward, bei welchem Gesichtswinkel ihres gegenseitigen Abstandes gleichförmiges Verschmelzen eintrat. Erstere Versuche mögen hier speciell als solche über kleinste noch erkennbare Grössen, letztere als solche über kleinste erkennbare Distanzen bezeichnet werden. Die Versuchsverhältnisse sind dabei insofern verschieden, als bei ersteren die den Erfolg der Versuche sehr wesentlich mitbetheiligende Irradiation blos von 2 Gränzen, bei letzteren von 4 Gränzen aus in Betracht kommt.

Jede Grösse, die noch mit dem Gesichte erkannt werden soll, wird überhaupt auf einem gewissen Grunde erscheinen, und also nur nach Massgabe des Unterschiedes vom Grunde erkannt wer-

den, wonach die Frage der extensiven Schwelle für das Gesicht mit der Frage der intensiven Unterschiedsschwelle zusammenhängt, und in dieser Hinsicht schon S. 256 zur Sprache kam. Eine sichtbare Grösse wird bei gleicher Extension um so leichter unterschieden, je grösser der relative Lichtunterschied ist, andererseits (bis zu gewissen Gränzen wenigstens) bei gleichem relativen Unterschiede um so leichter, je grösser sie ist. Mag der Grund schwarz und die davon zu unterscheidende Fläche weiss sein oder umgekehrt, so wird diess gültig bleiben.

Twining*) hat absichtlich Versuche auf die Ermittelung eines gesetzlichen Verhältnisses in dieser Hinsicht gerichtet, indem er bestimmte, bei welchen Entfernungen einer beleuchtenden Lampe schwarze runde regelmässig geordnete Flecke auf einem weissen Grunde, der sein Licht nur von dieser Lampe erhielt, als gesondert zu erscheinen aufhörten, wenn das Auge in verschiedene Entfernung davon gebracht ward, wodurch er zu dem Gesetze geführt wurde, dass, während die Abstände des Auges in geometrischer Progression abnehmen, die zugehörigen Lampendistanzen in arithmetischer Progression wachsen**).

Setzt man nun die Beleuchtungsintensität J den Quadraten der Lampenabstände L, und die scheinbaren Durchmesser D der schwarzen Flecke den Augenabständen A reciprok, so kann man für L substituiren $\sqrt{\frac{1}{J}}$ und für A substituiren $\frac{1}{D}$; wonach sich der Ausdruck des Gesetzes in den übersetzt, dass gleichen Verhältnissen $\frac{D'}{D}$ gleiche Differenzen $\sqrt{\frac{1}{J}} - \sqrt{\frac{1}{J'}}$ zugehören. Ein solches Gesetz ist an sich nicht wahrscheinlich, und die von

*) Twining, Enquiries concerning Stellar Occultations by the Moon and the Planets, — experiments upon Light and Magnitude in relation to Vision, in American J. of sc. 1858. Juli. V. C. XXVI. [2]. p. 15.

**) Der Verfasser selbst spricht das Resultat dieser Versuche (p. 23) so aus:

»That while the distances of the eye diminish in a geometrical ratio, the corresponding distances of the light increase in a arithmetical ratio. In other words, the distance of the light is a logarithm of the linear magnifying effect.«

»One remarkable result of this law is that a small fractional change of a faint light possesses as great efficacy to balance a given magnifying effect as a large fractional change of a much brighter light.«

Twining gestellte Voraussetzung, dass *A* reciprok mit *D* sei, wegen des unter den Umständen dieser Versuche unmöglich zu vernachlässigenden Einflusses der Irradiation, wovon sogleich die Rede sein wird, unstreitig nicht zulässig. Ungeachtet daher die Versuche des Verfassers, wie man unten sehen kann, sehr gut zu dem angegebenen Gesetze stimmen, ist es doch wahrschsheinlich vielmehr nur ein empirischer Ausdruck, an dessen Allgemeingültigkeit unter anderen Versuchsumständen man noch zweifeln kann, als ein wirkliches Naturgesetz. Inzwischen sind doch diese Versuche nicht ohne Interesse, sofern daraus hervorgeht, dass die Beleuchtungsintensitäten, bei welchen das deutliche Erkennen der Flecke beginnt oder aufhört, sich in sehr starkem Verhältnisse vergrössern, wenn ein grosser Augenabstand in gegebenem Verhältnisse vergrössert wird, dagegen in geringem Verhältnisse, wenn ein kleiner Augenabstand in demselben Verhältnisse vergrössert wird. So entsprechen den beiden grössten Augenabständen 107,29 und 134,11 engl. Zoll, die der Verfasser anwandte, deren Verhältniss 4 : 5 ist, die Lampenabstände 29,5 und 15,5 engl. Zoll, d. i. ein Verhältniss der Beleuchtungsintensitäten 1 : 3,62, hingegen den beiden kleinsten Augenabständen, die er anwandte, 28,12 und 35,16 Zoll, deren Verhältniss auch 4 : 5 ist, die Lampenabstände 131,6 und 110,5, d. i. ein Verhältniss der Beleuchtungsintensitäten 1 : 1,419. Und hierin wird man immer einen allgemeinen Anhalt finden können.

Das Wesentliche des Apparates, den der Verfasser anwandte, besteht in einem inwendig und auswendig geschwärzten, übrigens überall verschlossenen Kasten, der aber an seiner Vorderseite eine quadratische Oeffnung hat, durch welche von einer Seite Licht einfällt, indess von der anderen Seite hineingesehen wird, wobei die beleuchtende Lampe und das Auge nur so weit seitlich (auf der entgegengesetzten Seite der Oeffnung) sind, um sich bei der Beleuchtung und dem Hineinsehen nicht zu hindern. Auf der Rückwand im Innern des Kastens befindet sich ein Papier mit kleinen runden, gleichweit von einander entfernten regelmässig angeordneten schwarzen Flecken*), welches die Beleuchtung empfängt, und auf welches gesehen wird. Während nun das Auge in verschiedenen Versuchen in verschiedene Abstände von der Hinterwand des Kastens gebracht wird, wird die

*) »A paper regularly marked with small black round spots equidistant and regularly arranged.« Ueber Grösse und Abstand der Flecke von einander ist nichts angegeben.

Lampe jedesmal verschoben, näher oder ferner gerückt, bis die schwarzen F ecke sich eben deutlich zu sondern anfangen, oder die deutliche Sonderung derselben eben aufhört*). Die Lampe war bis auf die zum Austritte des Lichtes erfoderliche Oeffnung umhüllt, und das Auge sahe durch ein, auf einem Gestell angebrachtes Rohr (eye-tube) von 0,16 Zoll Circularöffnung (circular aperture) und 3 Zoll Länge. Rohr und Lampe waren auf graduirten langen Bretern oder Latten verschiebbar, welche unter einem kleinen Winkel nach dem Kasten convergirten, und zwar war das Bret, auf dem das Augenrohr verschoben wurde, nach einer geometrischen Progression mit dem Exponenten $\frac{4}{5}$ eingetheilt. Vor der quadratischen Oeffnung im Kasten war noch ein geschwärzter Schirm mit einer jener Oeffnung entsprechenden Oeffnung angebracht, um zerstreutes Zimmerlicht abzuhalten.

Folgende Tabelle enthält in (engl.) Zollen die Resultate der Beobachtungen**). Bei jeder Augendistanz wurden nach der Angabe im Original vier Paar (four pairs) Beobachtungen angestellt, doch giebt die Tabelle blos je 4 Zahlen, die also wohl Mittel aus je zwei sind. Die aufeinander folgenden Augendistanzen stehen in dem geometrischen Verhältnisse $\frac{4}{5}$, und die letzte Spalte berechnet giebt die Lampendistanzen, nach der Voraussetzung berechnet, dass jenem geometrischen Verhältnisse der Augendistanzen eine arithmetische Differenz 16,0 Zoll der Lampendistanz zugehöre.

Augen-abstand.	Lampenabstand.				Mittl. Lampen-abstand.	berechnet.
134,11	14,5	14,8	18,2	14,5	15,5	14,8
107,29	34,3	29,5	27,6	26,4	29,5	30,8
85,83	40,5	51,7	50,6	46,5	47,3	46,8
68,66	57,4	69,2	61,9	64,7	63,3	62,8
54,93	74,9	77,1	74,7	79,1	76,5	78,8
43,95	99,0	90,5	88,3	90,2	92,0	94,8
35,16	114,1	106,5	110,0	111,4	110,5	110,8
28,12	138,4	122,6	132,1	133,4	131,6	126,8

Schon früher wurde geltend gemacht, dass die Unterscheid-

*) »Till the cluster of black spots became just resolved—or was just ceasing to be visible as a distinct cluster.«

**) Bezüglich der letzten, kleinsten, Augendistanz bemerkt der Verf. »At the nearest station (and greatest corresponding lamp-distance) the faint illumination and consequent straining of the eye created occasional brief paroxysms of distinct and magnified vision which introduced uncertainty.«

barkeit kleiner sichtbarer Grössen vom Grunde sehr von Irradiationswirkungen mit abhängig sei. Dieser Einfluss wird jetzt näher zu erwägen sein. Wir fassen dabei unter Irradiation die von optischen Abweichungen und Beugung abhängige physische Lichtausbreitung des Eindruckes auf der Netzhaut zusammen.

Bei allen Versuchen über die kleinste erkennbare Grösse oder Distanz geht man bis zu einer solchen Kleinheit mit der Grösse oder Distanz herab, oder entfernt sich so weit von derselben, dass abgesehen von der Irradiation das Bild auf der Netzhaut sich zu einem Puncte oder einer Linie von einem ganz unerheblichen Durchmesser zusammenzieht, und im Allgemeinen hat man, bis auf Volkmann in seiner neueren Abhandlung über Irradiation *), den Durchmesser des kleinsten erkennbaren Bildes oder die kleinste erkennbare Distanz ohne Rücksicht auf Irradiation berechnet. Aber Volkmann's feine Versuche, deren Resultate unten folgen, haben ausser Zweifel gestellt, dass selbst bei den besten und bestaccommodirten Augen eine merkbare und messbare Ausbreitung des Lichteindruckes durch Irradiation stattfindet; und hält man seine Data über die Grösse des Irradiationskreises bei möglichst deutlichem Sehen zusammen sei es mit seinen oder mit den Angaben anderer Beobachter über noch kleinste erkennbare Grössen, so findet man, dass der Durchmesser des Irradiationskreises zum Durchmesser der abgesehen von Irradiation berechneten Bilder der kleinsten erkennbaren Grössen (oder zu den kleinsten erkennbaren Distanzen) nicht nur ein sehr erhebliches Verhältniss gewinnt, sondern selbst denselben im Allgemeinen um Vieles übersteigt, wonach der Lichteindruck erheblich ausgedehnter, zugleich aber vermöge der Zerstreuung schwächer sein muss, als ihn diese Berechnung für die kleinsten erkennbaren Grössen finden lässt.

In der That, nach Volkmann's unten folgenden Messungen verbreitert sich der Rand eines in Glanzlicht erscheinenden Silberfadens auf schwarzem Grunde nach der Seite des Schwarz hin um 0,0012 bis 0,0032 **) Mill. = 0,000532 bis 0,001418 Lin. in Min. und Max. von 6 Personen bei bestmöglicher Accommodation des Auges, und, wenn der Faden schwarz gegen einen hellen

*) Berichte der sächs. Soc. 1858. S. 129.

**) Als Hälfte des später angegebenen Werthes *R*.

Hintergrund gesehen wird, um 0,0003 bis 0,00185 Mill., indess z. B. nach Hueck der Sehwinkel, unter dem ein weisser Strich auf schwarzem Grunde eben verschwindet, der also die Gränze der noch eben erkennbaren Strichbreite bezeichnet, 2 Sec. beträgt, was 0,000145 Mill. auf der Netzhaut repräsentirt.

Da nun nach der S. 252 gemachten Bemerkung die Ausdehnung der von physischen Umständen abhängigen Irradiation nicht mit der Stärke des Lichtes wachsen kann, so wird das Licht eines intensiven und eines lichtschwachen Punctes dadurch über denselben Raum ausgebreitet, aber der des lichtschwachen kann dadurch bis zur Unmerklichkeit gegen den Grund abgeschwächt werden, indess der des lichtstarken noch merklich dadurch bleibt.

Wenn überhaupt ein Lichtpunct nicht intensiv genug ist, um im Centrum des Irradiationskreises noch um die Unterschiedsschwelle vom Grunde unterschieden zu sein, kann er nicht mehr erkannt werden. Wendet man einen schwarzen Punct auf weissem Grunde statt umgekehrt an, so machen sich analoge Betrachtungen geltend, sofern die umgebenden Lichtpuncte sich durch Irradiation verdünnen, und den schwarzen Punct mit Licht überlaufen lassen, wodurch eben so eine Ausbreitung des schwarzen Punctes durch Irradiation unter Abschwächung seiner Schwärze entsteht, als eine Ausbreitung weisser Puncte auf schwarzem Grunde, wie diess Volkmann näher (a. a. O. S. 120) erörtert und durch Versuche belegt hat.

Bergmann*) bemerkt, dass die Puncte oder Linien, die man zu Versuchen über kleinste erkennbare Grössen verwendet, in grösster Entfernung sehr blass erscheinen, so dass das sich anstrengende Auge leicht irgend einen leichten Schatten damit verwechseln könne, und dass jedesmal, wenn man sich einer Gitterzeichnung aus millimeterbreiten schwarzen und weissen Streifen von der Distanz an, wo man sie zuerst erkannte, allmälig nähert, das Weiss an Reinheit, das Schwarz an Tiefe gewinne. Diess sind Umstände, die sich leicht daraus erklären, dass bei grösserer Entfernung als der deutlichen Sehweite die Ausbreitung des Lichtes durch die optischen Abweichungen wächst.

Wegen des grossen, und nach Vorstehendem leicht erklärli-

*) Henle und Pfeufer Zeitschr. III. F. Bd. II. S. 93.

chen, Einflusses, welchen die Intensität des Lichtes auf die Erkennbarkeit sehr kleiner Grössen hat, hat man die Versuche über erkennbare kleinste Distanzen für geeigneter erklärt, die Schärfe des Raumsinnes zu prüfen*). Inzwischen ist der Einfluss der Irradiation hier nur complicirter, nicht fehlend. Wenn zwei helle Puncte oder Linien sich so nahe kommen, dass ihre Irradiationskreise in einander eingreifen, und das Minimum der Helligkeit im Zwischenraume sich von dem Maximum im Centrum der irradiirenden Puncte nicht mehr um die Unterschiedsschwelle unterscheidet, so können sie ebenfalls nicht mehr unterschieden werden. Auch hiebei findet erfahrungsmässig ein gewisser Einfluss der Intensität des Lichtes statt. Denn ich finde in Steinheil's photometrischer Abhandlung (p. 17) die Bemerkung, dass schwach geschwärzte Gläser einen überraschenden Erfolg in Bezug auf das Trennen sehr naher Doppelsterne äussern; gestehe aber, aus den mir bekannten Verhältnissen der Irradiation diesen Einfluss nicht ableiten zu können. Denn es schiene mir, unter Veraussetzung, dass durch wachsende Intensität die Ausdehnung des Irradiationskreises nicht wächst, das Verhältniss der Minimum- und Maximumordinate der Intensitäten dasselbe bei starkem und schwachem Lichte bleiben zu müssen, was die Merklichkeit des Unterschiedes ungeändert lassen würde; mit Rücksicht auf die zutretende Intensität des Grundes aber ein gewisser Vortheil der Unterscheidbarkeit bei stärkerer Intensität stattfinden zu müssen.

Das Vorige zusammengenommen, so geht hervor, dass die bisherigen Versuche über die kleinsten noch erkennbaren Grössen und Distanzen auf der Netzhaut nicht benutzbar sind, sichere Schlüsse über die Feinheit des Raumsinnes oder den Grad der extensiven Empfindlichkeit zu ziehen, so lange nicht die Frage, wie viel Antheil die Irradiation dabei hat, aufs Reine gebracht, und dieser Antheil eliminirt ist, und dass die Berechnung der Grösse der kleinsten Bilder auf der Netzhaut aus Grösse und Entfernung der Objecte und die Beurtheilung des Verhältnisses, in dem solche zu den letzten Elementen der Netzhaut stehen, *illusorisch* und irrig ist, insofern die Irradiation nicht dabei berücksichtigt wird. In dieser Beziehung schliesst Volkmann seine

*) Weber, Berichte der sächs. Soc. 1853. S. 141.

Abhandlung über Irradiation (p. 48) wie folgt: »Alle bisher gemachten Angaben über die Grösse der kleinsten noch wahrnehmbaren Netzbilder sind merklich falsch, nämlich sämmtlich zu gross, indem die Rechnungen, auf welche sie sich stützen, den Einfluss der Irradiation unberücksichtigt lassen.«

Es entsteht die Frage, ob der Einfluss der Dimensionen der Componenten auf die Merklichkeit ihres Unterschiedes ganz auf den Einfluss der Irradiation zurückkommt, was voraussetzen würde, dass er mit wachsender Vergrösserung bald seine Gränze findet. Hierüber fehlt es leider noch an absichtlich auf den Gegenstand gerichteten hinreichend durchschlagenden Versuchen. Nur einige, jedoch nicht besonders bezüglich darauf angestellte, Versuche Förster's*) wüsste ich auf die Frage zu beziehen, welche zu ergeben scheinen, dass der Einfluss der Grösse auf die Merklichkeit wirklich über das hinaus geht, was auf Irradiation zu schreiben. Diese Versuche wurden so angestellt: »Ein innen geschwärzter, parallelepipedischer, allseitig geschlossener Kasten von circa 36 Zoll Länge und ungefähr 8 Zoll Breite und Höhe bildet die dunkle Kammer, in welcher das zu beleuchtende Object aufgestellt wird. An dem einen quadratischen Ende desselben befinden sich zwei runde Oeffnungen von $2\frac{1}{2}$ Zoll Centrumdistanz für die Augen und daneben in gleicher Höhe eine grössere, 25 □Centim. im Geviert haltende für die Lichtquelle. Letztere Oeffnung ist an der Innenwand des Kastens mit feinem weissen Kanzleipapiere überspannt, und in $1\frac{1}{2}$ Zoll Entfernung von ihr befindet sich eine (möglichst gleichmässig brennend erhaltene) brennende Wachskerze**). Das so erleuchtete Papierquadrat dient als Lichtquelle für die im Innern des Kastens an der Wand vis-à-vis anzubringenden Objecte. Die Grösse der Lichtquelle wurde durch Diaphragmen (Kartenschienen mit Oeffnung) von bestimmten Dimensionen, welche dicht vor dieselbe geschoben wurden, nach Belieben verändert.«

Nun bemerkt der Verf. (p. 10): »Die schwächste Beleuchtung, welche erfoderlich ist zur Distinction von 1—2 Centim. breiten und 5 Centim. langen (mit der langen Seite senkrecht gestellten) schwarzen Rechtecken auf weissem Grunde (bei einer

*) Ueber die Hemaralopie. 1857. p. 5. 10.

**) 12 Stück per Pfund, $4\frac{1}{2}''$ lang, $\frac{3}{4}''$ im Durchmesser.

Entfernung von 12 par. Zoll = 32,5 Centim. vom Auge) wird repräsentirt durch eine Grösse der Lichtquelle von 2 — 5 Qu.-Mill. Sinkt die Lichtquelle unter diese Zahl herunter, so müssen die Objecte bedeutend grösser sein. «

Es lässt sich berechnen, dass das Bild eines 2 Centim. breiten Streifen, bei dem angegebenen Augenabstande, 0,9 Mill. auf der Netzhaut beträgt, was den Werth der Irradiaton bei accommodirten Augen nach den obigen Datis (S. 272) weit übersteigt. Wenn nun bei schwächerer Beleuchtung noch grössere Objecte sichtbar werden, so kann der Einfluss der Grösse nicht allein von der Irradiation abhängen. Indessen müssen doch ausgedehntere, speciell auf den Gegenstand gerichtete, Versuche mit Abänderung der Grösse und absoluten Helligkeit noch gewünscht werden.

Mit allem Vorigen ist überhaupt nur behauptet, dass die bisherigen Bestimmungen der kleinsten erkennbaren Grössen und Distanzen ohne Rücksicht auf die Irradiation keine triftigen sind, nicht aber behauptet, dass es keine von Irradiation unabhängige Schwelle der Extension für das Auge gebe. Es mag zwar sein, dass die Extension eines Eindruckes auf der Netzhaut oder Haut beliebig sich verkleinern und doch noch eine Empfindung entstehen könne, wenn nur ein lebendiges Nervenende getroffen wird und der Eindruck den intensiven Schwellenwerth übersteigt; aber damit ist noch nicht gesagt, dass dieser Eindruck wirklich als ein ausgedehnter, d. h. so empfunden werde, dass eine Mehrheit von Puncten darin unterscheidbar sei, wenn die Extension des Eindruckes unter eine gewisse Gränze fällt, so wie auch, was wesentlich damit zusammenhängt, dass eine Distanz beliebig klein auf der Netzhaut ausfallen und doch noch als Distanz empfunden werden könne, indem eine solche Empfindung die Unterscheidung zweier Gränzen und hiemit auch einer Mehrheit von Puncten voraussetzt.

Es ist in der That eine in der Physiologie des Nervensystems jetzt allgemein als gültig angesehene Annahme, dass Eindrücke nur unterscheidbar sind, sofern sie auf verschiedene Empfindungskreise gemacht werden, wenn unter Empfindungskreis das Ende oder im Falle der Verzweigung die Gesammtheit der Enden einer Primitivnervenfaser verstanden wird. Ein Empfindungskreis, sei er einer unverzweigten oder verzweigten Faser angehörig, hat aber nothwendig einen gewissen Durchmesser,

und hienach können Eindrücke, die auf denselben Empfindungskreis neben einander fallen, nicht mehr unterschieden werden. Im Gebiete des Gesichts scheint nun freilich der experimentale Nachweis, dass dem wirklich so sei, unübersteiglichen Schwierigkeiten zu unterliegen, weil der Irradiationskreis eines Lichtpunctes stets grösser als der Durchmesser eines Empfindungskreises sein dürfte; aber wir dürfen hiebei mit auf die Haut, das der Netzhaut analoge, Organ für extensive Empfindung hinüberblicken. Zwar spielt die Irradiation auch bei den Tastversuchen eine Rolle, sofern sich der Druck einer berührenden Spitze nothwendig auf die Nachbarstellen mehr oder weniger überpflanzen muss. Aber weder ist es möglich, das von Weber beobachtete Verfliessen zweier 30 Lin. von einander entfernten Zirkelspitzen auf Rücken, Oberarm und Oberschenkel in einen einzigen Eindruck, noch die zwischen verschiedenen Hauttheilen in Betreff der eben merklichen Distanz beobachteten Verschiedenheiten hievon abhängig zu machen. Die Analogie der extensiven Empfindungsverhältnisse der Netzhaut mit der Haut ist aber durch Weber nach anderer Beziehung zu gut festgestellt, als dass wir zweifeln dürften, sie werde sich auch hier geltend machen.

Das Bisherige lässt erkennen, dass zur Beurtheilung und Deutung der Versuche über unseren Gegenstand einerseits die Kenntniss der absoluten Grösse der Irradiation wichtig ist, die bei bestmöglicher Accommodation des Auges vorkommen kann, andererseits die Kenntniss, welche Netzhautelemente man als Repräsentanten der Empfindungskreise anzusehen Grund hat, und welche Dimensionen sie haben. In erster Hinsicht lasse ich einschaltungsweise die Resultate folgen, die Volkmann an sich und einigen anderen Personen erhalten hat; in letzter Beziehung bemerke ich kurz, dass mit vorwiegender Wahrscheinlichkeit jetzt die sogenannten Zapfen als die empfindungspercipirenden Netzhautelemente angesehen werden, und dass nach Kölliker's Messungen der Durchmesser eines Zapfens am gelben Flecke, wo das deutlichste Sehen stattfindet, 2—3 Tausendtel Linien beträgt. Bergmann*) fand bei einer Messung an der Fovea lutea nach aussen die kleinere dieser Angaben bestätigt.

*) Henle und Pfeufer Zeitschr. III. F. II. B. S. 37.

Volkmann's Versuche über Irradiation*).

Silberfäden von 0,0445 Mill. Durchmesser aus folgender deutlichster Sehweite S (in Millim.) ins Auge gefasst, gaben, je nachdem sie a) als schwarze Fäden gegen einen lichten Hintergrund, wie den Himmel, oder b) bei auffallendem Glanzlichte als weisse Fäden gegen einen schwarzen Hintergrund erschienen, im Mittel der folgenden Zahl Z Versuche, von denen die erste Zahl auf a), die zweite auf b) geht, Irradiationskreise von folgendem Durchmesser R in Millimetern.

Beobachter	Z	S	R a	R b
A. W. Volkmann (Verfasser) . .	39. 24	333	0,0035	0,0046
Dessen Sohn Otto V., 23 Jahre, gute Augen	10. 15	250	0,0037	0,0064
Dessen Sohn, Edmund V., 26 J., gute, sehr geübte Augen . .	15. 12	250	0,0024	0,0058
Dr. R. Heidenhain **)	? 40	100	?	0,0051
E. Appel, Student, sehr scharfe Augen	20. 20	300	0,0006	0,0025
Junges Mädchen, 16 J., sehr kurzsichtig, sonst gute Augen . .	10. 15	112,5***)	0,0017	0,0024

Volkmann bemerkt, dass er ausser den Versuchsreihen, deren Resultate hier mitgetheilt sind, noch viele (gelegentlich von ihm veranlasste) einzelne Beobachtungen von den Professoren Knoblauch, Hankel, Ruete, Czermak u. A. besitze, welche alle entsprechende Resultate (d. h. einen Beweis vorhandener Irradiation) geliefert. Diese Resultate wurden wie folgt gewonnen. Der Beobachter bringt das mikrometrische Instrument, von dem S. 220 die Rede war, mit parallelen Silberfäden von 0,0445 Mill. Durchmesser in die Entfernung vom Auge, in welcher er die Fäden am schärfsten sieht, und sucht durch Drehung der Schraube den parallelen Fäden eine Distanz zu geben, welche dem Durchmesser der Fäden gleich kommt. Es zeigt sich aber, dass er jedesmal die Distanz viel grösser herstellt, als dem wirklichen Durchmesser der Fäden entspricht, weil dieser Durchmesser durch die Irradiation verbreitert erscheint. Diess ergiebt sich auf Rechnungswege so: Man kann mit Rücksicht auf das Datum, dass der Kreuzungspunct der Richtungslinien in der Axe des Auges 9 Mill. hinter dem vordersten Puncte der Hornhaut, und 15 Mill. vor der Netzhaut liegt, nach der Entfernung der Mikrometerfäden vom Auge und ihrer ge-

*) Berichte der sächs. Soc. 1858. S. 129.

**) a) gab bei Heidenhain keine gleichförmigen, daher nicht angeführten, Resultate; doch war die Mehrzahl der Versuche der Annahme stattfindender Irradiation nicht günstig, was Volkmann als einen Ausnahmefall bezeichnet, der ihm nicht wieder vorgekommen.

***) Bei a) war S = 115, bei b) = 110.

genseitigen Distanz nicht nur den Durchmesser $2r$ des Netzhautbildes jedes Mikrometerfadens, sondern auch die Entfernung ε der Axe des einen Drahtes von der des anderen im Netzhautbilde, abgesehen von der Zerstreuung durch die Irradiation, berechnen; wonach sich durch eine einfache Betrachtung für den, beim Versuche verwirklichten, Fall, dass die Distanz δ zwischen den verbreiterten Drahtbildern dem Durchmesser 2ϱ eines verbreiterten Drahtbildes gleich erscheint, der Durchmesser eines Irradiationskreises $= \frac{\varepsilon}{2} - 2r$ findet; indem nämlich $\varepsilon = \delta + 2\varrho$ und $2\varrho = \delta = \frac{\varepsilon}{2}$. Nun fand Volkmann im Mittel von 39 Versuchen eine helle Distanz = 0,207 Mill., dem dunklen Faden von 0,0445 Mill. Breite in einer Entfernung des Auges = 333 Mill. gleich erscheinend, wonach $\frac{\varepsilon}{2} = 2\varrho = 0{,}0055$ Mill.; $2r = 0{,}00199$ Mill., und folglich $\frac{\varepsilon}{2} - 2r = 0{,}0035$ Mill. Zur Controle stellte Volkmann noch 10 Versuche so an, dass er die Distanz zwischen den Fäden scheinbar doppelt so gross herzustellen suchte, als den Durchmesser der Fäden. Nach dem Ergebnisse der vorigen Versuche lässt sich berechnen (p. 144), dass diese Distanz 0,328 Mill. betragen sollte, womit das aus den 10 Versuchen hervorgehende mittlere Resultat 0,337 Mill. merklich übereinstimmte; was beweist, dass diese Versuchsweise Zutrauen verdient.

Noch verdienen folgende Puncte Beachtung: Die Irradiation verhält sich verschieden in verticaler und horizontaler Richtung. Wenn Volkmann die Drähte bei horizontaler Lage aus derselben Entfernung betrachtete, als in vorigen Versuchen bei perpendicularer, so war das Bild im höchsten Grade undeutlich, so dass er eine schwache Convexbrille zuziehen musste, um noch dieselbe Sehweite 333 Mill. beizubehalten, wo sich bei lichtem Hintergrunde im Mittel von 10 Beobachtungen ein Durchmesser des Irradiationskreises = 0,0047 Mill. ergab, statt dass er (ohne Brille) bei perpendiculärer Lage nur 0,0035 Mill. war.

Die Specification der 5 Versuchstage bei der a-Methode mit Rücksicht auf Helligkeit ergab für Volkmann folgende Distanzen D zwischen den Mikrometerfäden, bei welchen scheinbare Gleichheit mit dem Drahtdurchmesser stattfindet (die unten an D angehängte Zahl bedeutet die Zahl der Versuche):

1. Versuchstag (ohne Angabe)	D_9	= 0,1897
2. Tag, trübes Wetter . . .	D_{10}	= 0,2271
3. Tag, heller Himmel . . .	D_{10}	= 0,2153
4. Tag, sehr heller Himmel .	D_{10}	= 0,2074.

Heidenhain's Versuche nach der Methode b) gaben am

1. Tag (ohne Angabe) . . .	D_{20}	= 0,111
2. Tag, sehr helles Licht . .	D_{20}	= 0,153.

Ein bestimmter Einfluss des Beleuchtungsgrades ergiebt sich nicht hieraus.

Specialbestimmungen über kleinste erkennbare Grössen.

Wenn schon nach Vorigem die bisherigen Bestimmungen über die kleinsten erkennbaren Grössen und Distanzen nicht geeignet erscheinen, reine Resultate irgendwelcher Art ziehen zu lassen, sind sie doch insofern wichtig, als sie theils eine Gränze bestimmen, unter welche jedenfalls die Leistungsfähigkeit des Auges nicht reicht, theils ein praktisches Interesse haben; daher eine Zusammenstellung darüber nicht unwillkommen sein dürfte.

Leider freilich zeigt diese Zusammenstellung nur eine geringe Uebereinstimmung der von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Ergebnisse. Und da der prekäre Werth, der sich ihnen hienach nur beilegen lässt, völlig verschwinden würde, wenn nicht die Umstände der Beobachtung genau specificirt würden, so gebe ich so viel thunlich dieselben mit den eigenen Worten der Beobachter wieder.

Insofern es dabei gilt, Gesichtswinkel in Grössen auf der Netzhaut zu übersetzen, oder umgekehrt, ist unter Zugrundelegung von Listing's Bestimmungen, der Abstand des Kreuzungspunctes der Hauptstralen von der Netzhaut = 15,1774 Mill. = 6,735 par. Lin., und von der Hornhaut = 7,4696 Mill. = 3,315 par. Linien angenommen, und hienach für 1 Sec. Sehwinkel 0,00007357 Mill. oder 0,00003265 par. Lin. substituirt.

Fast am häufigsten findet man folgende Angabe in Smith's Optik benutzt, die ich hier nach der mir zu Gebote stehenden französischen Uebersetzung seines Werkes (T. I. p. 40) mittheile:

»Le Dr. Hook nous assure que l'oeil le plus subtil ne peut pas bien distinguer une distance dans le ciel, comme une tache dans le corps de la lune, ou la distance de deux étoiles, qui comprend dans l'oeil un angle moindre qu'une demi-minute (Voyez ses remarques sur la machine céleste d'Hevelius p. 8). Si l'angle n'est pas plus grand, les étoiles paraîtront à l'oeil nud, comme une seule étoile. J'ai assisté à une expérience où l'un de mes amis qui avait les meilleurs yeux de la compagnie, pouvait à peine distinguer un cercle blanc sur un fond noir, ou un cercle noir sur un fond blanc ou opposé à la lumière du jour, lorsqu'il comprenait dans son oeil un angle moindre que les deux tiers d'une minute; ou ce qui revient au même, lorsque sa distance à l'oeil

surpassait 5156 fois son propre diamètre; ce qui s'accorde assez avec l'observation de Dr. Hook.«

Tobias Mayer*) giebt das Resultat mehrerer Versuche wie folgt an:

»Prima experimenta facta sunt in loco umbroso, apertis fenestris a sole tum meridiano aversis; objectis atramento sinico, Tusche vocant, in charta plana et albissima pictis. 1) Punctum nigrum, rotundum, diametri $\frac{1}{4}$ lineae Paris. oculo myope, sed convenienti lente munito spectatum, cum distaret oculus 10 pedes Parisienses, adhuc satis bene distingui poterat. In distantia 12 pedum dubie videbatur, in distantia vero 13 pedum jam prorsus evanuerat. — 2) Simile punctum, sed cujus diameter 0,44 lineae, adhuc videbatur distante oculo $14\frac{3}{4}$ pedes; distante autem eodem 17 pedes, vix vestigium ejus adparebat, sicut remoto oculo ad 18 pedum distantiam omnino evanuerit. — 3) Punctum aliud diametri 0,66 lin. cernebatur adhuc in distantia $24\frac{1}{2}$ pedd., aegerrime autem ac dubie in distantia 26 pedd. et oculo paulo plus remoto nihilum ejus spectari potuit.«

Nach Erzählung noch mehrerer Versuche mit Gitterfiguren, von denen unten die Rede sein wird, fügt er hinzu:

»Puncta et figurae, quae in superioribus adhibitae sunt, quamvis luce solis aestivi et meridiani, atque adeo fortissima collustrata, in iisdem tamen quam proxime distantiis, sub quibus supra, incipiebant confusa apparere; discrepantia certe, si qua erat, repetito saepius experimento modo majores distantias, modo minores arguere videbatur.«

Dieses Resultat, dass der Beleuchtungsgrad keinen Einfluss auf das Erkennen der Puncte habe, steht freilich in entschiedenem Widerspruche mit dem unten folgenden Resultate von Plateau's Versuchen.

Wenn man den Abstand des Auges, welcher nach Mayer's Ausdrucke (p. 101) die Puncte bei den drei Versuchen e conspectu eripere vermochte, mit ihm respectiv 12,17 und 26 Fuss setzt, so war der Durchmesser des Bildes im Auge hiebei respectiv 0,000973; 0,001126 und 0,001186 par. Lin.; der Sehwinkel 30, 35, 36 Secunden, also bei diesen verschiedenen Distanzen merklich gleich gross.

*) Comment. Soc. sc. Gotting. T. IV. 1754. p. 101.

Plateau*) berücksichtigte bei seinen Versuchen zugleich Farbe und Beleuchtungsgrad. Kleine farbige Papierscheiben von 1 Centimeter waren an einer im Freien vertical aufgestellten Tafel befestigt. Von diesen entfernte sich Plateau successiv so weit, bis die farbige Scheibe nur noch als eine kleine, kaum wahrnehmbare, Wolke erschien, und einige Schritte weiter vollständig verschwand, mass hierauf die Entfernung von den Gegenständen und berechnete danach den Gesichtswinkel. Die Resultate in zwei Fällen waren folgende:

	Im Schatten.	Im Sonnenscheine.
Weiss	18″	12″
Gelb	19″	13″
Roth	31″	23″
Blau	42″	26″

der Unterschied, den die Farbe hiebei macht, beruht wahrscheinlich nur auf ihrem verschiedenen Helligkeitsgrade.

Hueck**) stellte Versuche in folgender Art an: ein deutlich gesehener Punct wird von einem normal gebildeten Auge scharf fixirt; allmälig entfernt sich der Beobachter von dem Objecte, bis dieses verschwindet, und die Tafel, auf welcher sich der Punct oder Strich befindet, durchaus rein erscheint.

»Aus mehreren hundert, von verschiedenen Individuen angestellten, Beobachtungen ergab sich nun, dass ein weisser nicht glänzender Punct auf schwarzem Felde bei 10 Sec. Sehwinkel verschwindet,« was 0,00033 par. Lin. oder 0,00074 Mill. auf der Netzhaut entspricht. Ein weisser Strich auf schwarzem Felde wird nach ihm noch unter 2 Sec. Sehwinkel gesehen; hingegen fand sich der Sehwinkel, unter welchem schwarze Puncte auf weissem Felde verschwinden, 20 Secunden. Ersteres entspricht 0,0000652 par. Lin. oder 0,0001470 Mill., letzteres dem 10fachen hievon auf der Netzhaut. Näheres über die Zahl der Versuche und den Grad der Uebereinstimmung, welcher dabei erhalten wurde, ist bezüglich letzterer Angabe nicht mitgetheilt. Auch über die Beleuchtungsverhältnisse bei den Versuchen ist nichts gesagt.

Volkmann***) vermochte einen einfachen Spinnefaden bis

*) Pogg. Ann. XX. p. 327.

**) Müller Arch. 1840. S. 85.

***) Volkmann Beitr. S. 202.

auf eine Entfernung von 21 Zoll, und eine andere von ihm zur Beobachtung veranlasste Person denselben Faden bis auf 22 Zoll Entfernung wahrzunehmen. Ein 0,002 Zoll dickes Haar erkannte Volkmann*) auf 30 Zoll Weite. Ein Schüler Bär's erkannte**) ein Haar von $\frac{1'''}{60}$ Dicke noch in einer Entfernung von 28 Fuss.

Ausführlichere Angaben mit manchen interessanten Nebenbestimmungen giebt Ehrenberg***), welche ich bisher selten berücksichtigt finde. Sie beziehen sich nicht auf Beobachtungen mit abgeänderten Entfernungen des Auges, sondern auf die deutlichste Sehweite (nach Ehrenberg 4—6 Zoll), bei der überhaupt sehr kleine Objecte erkennbar sind. Ich theile sie hier mit seinen Worten mit:

»Bei der vielfachen Gelegenheit — sagt er — welche ich hatte, wissbegierige Leute zu beobachten, denen es angenehm war, die wunderbare Structur der Infusorien durch eigene Betrachtung bei mir kennen zu lernen, fand ich zu meiner Verwunderung die Verschiedenheit der Sehkraft der einzelnen bei Weitem übereinstimmender, als ich es erwartete und als man gemeiniglich ausspricht. Hatte ich einmal den so zarten Gegenstand in den richtigen Sehpunct des Instruments (Microscops) eingestellt, oder hatte ich die blossen Augen auf ein sehr kleines Object aufmerksam gerichtet, so sahen 15—20 Personen, welchen ich zuweilen gleichzeitig diese Dinge demonstrirte, vollkommen gleich und mit gleicher Klarheit dasselbe, was ich selbst sah; selten nahmen sie eine andere, höchst unbedeutend verschiedene Entfernung des Objects vom Auge nach ihrem Bedürfnisse. Um ganz sicher zu sein, nicht durch Höflichkeit oder Scham von solchen getäuscht zu werden, die etwas nicht zu sehen nicht gern eingestehen wollen, habe ich oft die gesehenen Gegenstände von den Beobachtern aufzeichnen, oder mir umständlich beschreiben lassen, wodurch ich mit Ueberzeugung erfuhr, dass sie vollkommen dasselbe und eben so scharf sahen, was ich gesehen hatte, und meistens ohne dass es im ersteren Falle nöthig war, das Microscop zu verändern. Diese an einer grossen Zahl von Personen mit den

*) Wagner's Wört. Art. Sehen. S. 331.
**) Nach einer Angabe von Volkmann in s. Art. Sehen S. 331.
***) Pogg. XXIV. p. 35.

verschiedensten Sehweiten aufmerksam fortgesetzte Beobachtung machte mir wahrscheinlich, dass es eine ziemlich feste allgemeine Gränze für das Sehvermögen des ungetrübten und gesunden menschlichen Auges gebe, welche einen Schluss auf die höchste Kraft der Microscope erlauben müsse. Ich stellte hierauf viele Beobachtungen an, um auszumitteln, in wie weit die Differenzen myopischer und presbyopischer Augen auf den allgemeinen Ausdruck jener Kraft einen Einfluss haben, und habe mich vielfach überzeugt, dass die nicht seltene Meinung, als sähen myopische Personen mehr oder schärfer als andere, ungegründet ist. Das Resultat meiner Erfahrung ist ein Doppeltes:

1) Es scheint eine Normalkraft für das Auge der Menschen in Rücksicht auf das Sehen der kleinsten Theile zu geben, und die Abweichungen von derselben scheinen viel seltener zu sein, als man gewöhnlich glaubt.

Es kann nur von solchen die Rede sein, die in irgend einer Entfernung überhaupt deutlich zu sehen vermögen. Unter mehr als 100 Personen, die ich beobachtet habe, waren die in den gewöhnlichen Sehverhältnissen am schärfsten sehenden nicht fähig, mehr zu unterscheiden, als ich selbst sah, und die sich für schwachsichtig oder fernsichtig haltenden waren gewöhnlich fähig, dasselbe zu sehen, was ich sah, nur bedurften sie einer bestimmteren Anweisung und besonders beim Sehen mit blossem Auge meist einer etwas grösseren Annäherung oder Entfernung des Gegenstandes von ihrem Auge als ich.

2) Die kleinste für das natürliche menschliche Auge gewöhnlich erreichbare □Grösse beträgt sowohl für die weisse Farbe auf schwarzem Grunde, als für die schwarze Farbe auf weissem oder lichthellem Grunde $\frac{1}{36}$ einer pariser Linie im Durchmesser. Möglich ist noch, durch grösste Lichtcondensirung und Spannung der Aufmerksamkeit die Grössen zwischen $\frac{1}{36}$ und $\frac{1}{48}$ einer Linie, aber nur ohne Schärfe und zweifelhaft zu erkennen*)

Diess ist die Gränze der Kraft des natürlichen menschlichen Auges für farbige Körper, die jeder leicht, wie ich sie geprüft

*) »Dass $\frac{1}{48}$ zu behaupten, der Mühe nicht lohnen würde, versteht sich wohl. Die nächsten der Mühe werthen Verhältnisse wären $\frac{1}{60}$ oder $\frac{1}{72}$ Linie, und darüber habe ich keine Erfahrungen machen können, dass sie von irgend jemand gesehen würden.«

habe, nachprüfen kann, indem er auf sehr weisses Papier sehr feine schwarze Stäubchen, z. B. von trockner Tinte, Tusche und dergl., bringt, und die kleinsten davon mit sehr feiner Spitze aufnimmt und auf ein Glas-Micrometer legt, welches wenigstens $\frac{1}{48}$ Linie direct angiebt. Sonne und Lampenlicht erlauben auch leicht, mit oder ohne Spiegel, die schwarzen Körperchen dergl. auf dem Glas-Micrometer im Lichtgrunde zu betrachten. Körper, welche kleiner sind, als die angegebenen, können, ungeachtet aller Anstrengung, nicht einzeln, aber noch in einfacher gerader Reihe mit blossem Auge erkannt werden. Befinden sich ferner dergleichen mehrere in grosser Nähe und in mehrfacher Reihe beisammen, so machen sie einen gemeinschaftlichen Eindruck auf unser Auge und täuschen uns, als sähen wir einen grösseren einfachen Körper oder Fläche*). Die gewöhnliche Entfernung, welche gute Augen, wenn sie diese kleinsten Körper erkennen wollen, beobachten, fand ich durch Messung 4—5 Zoll, manchmal 6 Zoll, welches letztere die gewöhnliche Entfernung für sehr scharfsichtige ist. Myopische Personen nähern dieselben Gegenstände nur selten mehr als 4 Zoll, noch seltener 3 Zoll u. s. w., und werden meist dann den übrigen gleich. Jemand, dessen schärfste Sehweite 4 Zoll ist, kann durch grössere Annäherung des Auges an den Gegenstand nicht seine Sehkraft erhöhen, sondern empfindet Schmerz und sieht undeutlich. Hat man das Object einmal fixirt, so kann man es bedeutend mehr entfernen, ohne dasselbe aus dem Auge zu verlieren. Ich selbst kann $\frac{1}{24}$ einer Linie auf 12 Zoll Entfernung schwarz auf weiss nicht sehen, aber habe ich es auf 4—5 Zoll Entfernung aufgesucht, so kann ich es bis auf 12 Zoll entfernen und sehe es noch deutlich. Diese Erscheinung beruht auf der bekannten Kraft des Auges, sich nach der Ferne etwas zu accommodiren. Oft erkennt man auch kleine Gegenstände in grösserer Ferne, sobald man auf ihren Ort aufmerksam gemacht ist, oder wenn sie sich bewegen. Aehnliche Erscheinungen geben ein Luftballon am hellen Himmel und ein Schiff am Horizonte, leicht sieht man sie, sobald man aufmerksam

*) »Ich bin gewohnt, auf diese Weise sehr feine Wimpern der Infusorien zu erkennen. Sobald sie bewegt werden, bilden sie eine kleine scheinbare Fläche, welche sichtbar ist; sobald sie aber ruhen, ist oft ihre Feinheit so gross, dass die Sehkraft sie mit dem Microscope nicht erreicht.«

gemacht ist, aber die Fähigkeit der schnellen Orientirung beruht auf Gewohnheit und auf Geistesschärfe, ohne einen Schluss auf die Sehkraft im Allgemeinen zu erlauben. Wenn jemand von Gesichtseindrücken lebhafter erregt wird, als ein anderer, so orientirt er sich schneller, aber er sieht desshalb nicht mehr als ein anderer, der sich, weil er diese Eindrücke weniger lebhaft aufnimmt, langsamer orientirt. Ich bediene mich oft des Mittels, sehr kleine Gegenstände erst mit der Lupe zu suchen, wenn ich sie mit blossem Auge erkennen will, um ihnen etwa eine andere Lage mit einer feinen Spitze zu geben. Auch diese Erscheinung ist nur für das Orientiren rücksichtlich des Ortes der Körper, und befördert nur die Schnelligkeit dieses Orientirens. Myopische Augen orientiren sich immer leichter, weil sie weniger zerstreut werden, indem ihr Gesichtsfeld ein kleineres ist. Wahrscheinlich ist endlich noch eine höhere Potenz der absoluten Sehkraft des menschlichen Auges hinzuzufügen, das ist die für das Erkennen leuchtender Körperchen. Kleine im Finstern leuchtende Körper erscheinen bekanntlich immer viel grösser, als sie sind und diese, sie mögen nun selbstleuchtend oder Licht rückstrahlend sein, können leicht bei viel geringerer Grösse als $\frac{1}{48}$ Linie, je nach der Lichtstärke, das menschliche Auge noch afficiren. Ich habe nie Gelegenheit gehabt, selbst leuchtende Grössen zu beobachten, die von so kleinem Durchmesser wirklich waren, so dass ich auf eine Gränze in dieser Hinsicht aufmerksam machen könnte. Metallglanz, welcher ein sehr kräftiger Lichtreflex ist, lässt sich nach meinen an Goldstäubchen gemachten Beobachtungen mit blossen Augen bei gewöhnlicher Tageshelle bis auf $\frac{1}{100}$ einer Linie erkennen, also doppelt so weit als Farben.« —

»Anders verhält es sich mit Linien. Undurchsichtige Fäden von $\frac{1}{400}$ Linie Dicke erkennt man gegen Licht mit blossen Augen. Spinnenfäden messen $\frac{1}{300}$ bis $\frac{1}{2000}$ Linien; Fäden der Seidenraupe $\frac{1}{200}$. Letztere sind im Cocon doppelt.«

Wenn man die Grösse $\frac{1}{36}$ Lin. bei 4—6 Zoll Augenabstand, welche Ehrenberg als Gränze der Sehkraft für nicht lineare Körperchen angiebt, in Linien auf der Netzhaut verwandelt, so findet man 0,0039 bis 0,0025 Lin., was auffallend grösser (10mal so gross) ist, als Hueck's 0,00033 Lin., ungeachtet beide Resultate aus einer grossen Menge Versuche abgeleitet sind, und auch Mayer's Resultat um mehr als das Doppelte übersteigt. Eben so

weichen Hueck und Ehrenberg darin ab, dass nach Hueck schwarze Puncte auf weissem Grunde einen grösseren Sehwinkel fodern, als umgekehrt, indess nach Ehrenberg beides gleichgültig ist.

Ein Unterschied der Umstände mag darin liegen, dass Ehrenberg's Versuche mit Betrachtung winziger Theilchen aus grosser Nähe angestellt sind, die von Mayer und Hueck aber mit Puncten von erheblichen Dimensionen aus grösserer Ferne, da beide den Beobachter sich vom Puncte deutlichsten Sehens allmälig bis zum Verschwinden des Punctes entfernen lassen. Nun macht zwar nach Mayer's Versuchen die Entfernung keinen erheblichen Unterschied, aber da seine Distanzen 12 Fuss und darüber betragen, so könnte eine viel grössere Nähe, wie sie bei Ehrenberg's Versuchen stattfand, doch einen Unterschied machen; was noch näher zu untersuchen steht.

Wofern es gilt, nicht blos das Dasein einer sichtbaren Grösse zu erkennen, sondern auch die Gestalt zu bestimmen, wird ein grösserer Sehwinkel erfodert. Nach Hueck*) wurde ein Quadrat von 1,2‴ Durchmesser auf 11′ Entfernung, also unter einem Sehwinkel von 2′ 35″ noch als Quadrat erkannt. Eben so wurde ein schiefer Strich von 1,5‴ Länge auf 13′, unter 2′ 45″ noch als schief erkannt. Druckschrift (Doppelmittel) mit einer Breite der Buchstaben 1,5‴ und Zwischenräumen innerhalb der Buchstaben 0,5‴ las Hueck unter Anwendung einer für sein Auge passenden Brille in 13′ Entfernung.

Bergmann**) fand, »dass kurze Linien weniger weit gesehen wurden, als gleich breite längere.«

E. H. Weber***) bemerkt: »Nach meinen Versuchen kann eine weisse Linie auf schwarzem Grunde aus einer mehr als dreimal so grossen Entfernung gesehen werden, als ein gleichseitiges Viereck von der Breite der Linie, und die Helligkeit der Erleuchtung der Linie und ein sehr abstechender Hintergrund kann diese Entfernung noch vergrössern.«

*) Müller's Arch. 1840. S. 88.
**) Henle und Pfeufer, Zeitschrift III. F. Bd. II. S. 92.
***) Berichte d. sächs. Soc. 1852. S. 142.

Specialbestimmungen über kleinste erkennbare Distanzen.

Die Versuche hierüber sind unter verschiedenen Formen angestellt, wonach sich auch die Resultate ändern.

α) Zwei distante Puncte oder Quadrate.

Die Angabe Smith's bezüglich zweier Sterne ist schon S. 280 mitgetheilt.

Volkmann*) liess auf eine kleine Thermometerkugel von 0,15 Zoll Durchmesser die Flammenbilder zweier Lichter fallen, welche unter sich 4 Zoll, von der Kugel 8 Zoll entfernt waren.... Er erkannte, mit Hülfe der Brille, vollständige Trennung der *Bildchen* im Glase bis auf 20½ Zoll und in der Mitte sich berührende, aber deutlich doppelte, Bildchen bis auf 26 Zoll.... Einer seiner Freunde wiederholte den Versuch, und erkannte die Bildchen bis auf 37 Zoll Entfernung. Um ohne Brille die Duplicität vollständig zu erkennen, musste sich Volkmann den Gläsern bis auf 12 Zoll nähern.

Nach Hueck**) verschmolzen zwei schwarze Puncte auf weissem Hintergrunde, die 0,45''' von einander abstanden, mit einander bei 10 Fuss Entfernung des Beobachters, was für den Sehwinkel ihrer Distanz 1' 4'' giebt. Dasselbe Resultat gaben Striche, die eben so weit von einander abstanden.

E. H. Weber***) fügt seiner, S. 287 mitgetheilten, Verhältnissbestimmung über die Entfernung, in welcher weisse Linien und Vierecke auf schwarzem Grunde den Augen entschwinden, hinzu: »dagegen werden zwei weisse, gleichseitige Vierecke auf schwarzem Grunde, die durch einen schwarzen Zwischenraum von einander geschieden sind, der eben so breit ist, als die Vierecke, aus einer Entfernung noch als zwei unterschieden, die derjenigen beinahe gleich ist, aus welcher zwei weisse Linien auf schwarzem Grunde noch als zwei unterschieden werden, die eben so breit sind als jene Vierecke, und durch einen eben so breiten schwarzen linienförmigen Raum von einander getrennt werden.«

*) N. Beitr. S. 202.

**) Müller's Arch. 1840. S. 87.

***) Berichte der sächs. Soc. 1852. S. 142.

β) Zwei distante Fäden.

Volkmann*) spannte zwei Spinnegewebefäden in paralleler Richtung und in einer Distanz von 0,0052″ neben einander auf, und fand, dass er dieselben auf 7″ Entfernung als doppelt erkannte, aber nicht weiter. Der scharfsichtigste unter seinen Freunden erkannte die Duplicität auf 13″ Entfernung. Zwei schwarze Parallellinien auf weissem Grunde in gegenseitiger Distanz 0,016″ erkennt Volkmann mit Hülfe der Brille in einer Entfernung von 27″.

Valentin**) vermochte zwei Linien noch zu unterscheiden, wenn deren Bilder auf der Netzhaut nur um 0,0009‴ von einander abstanden.

Hueck fand für Striche dasselbe Resultat als für Puncte (vgl. S. 282).

γ) Streifige und würflige Figuren.

Tobias Mayer***) beschreibt Versuche im verbreiteten Tageslichte wie folgt:

1. Figura striata, cujus nigri ductus, aequales albis interpositis, lati erant 0,36 lin. paris. spectata directe in distantia pedd. 11 jam aliquantum confuse videbatur, ita ut vix liceret alba intervalla a nigris discernere. In distantia 12 pedd. omne discrimen inter strias aberat. Certe nonnisi aegerrime sentiebatur. Paulo plus remoto oculo tota figura eundem colorem quasi cineritium mentiebatur.

2. Figura itidem striata, sed cujus atrae striae duplo crassiores erant, quam albae, harum enim latitudo erat 0,2 lin. illarum 0,4 lin., incipiebat videri confusa distante oculo 9 vel 10 pedes.

3. In eadem distantia alia figura striata, cujus albi ductus duplo latiores quam nigri, inverso nempe praecedentium ordine, desiit distincte videri; latitudo striarum albarum erat 0,4 lin., lin. nigrarum 0,2.

*) Wagner's Wörterb. Art. Sehen. S. 331.

**) Valentin, Lehrb. d. Physiol. II. S. 428, hier nach Weber's Artikel Tastsinn S. 534.

***) *Comment. soc. sc. Gotting. T. IV. p. 102.*

Notandum, binas has figuras (no. 2 et 3) etiam in experimentis sequentibus*) eandem semper oculi distantiam requisivisse. Quare commodum erit, de iis in posterum conjunctim referre.

4. Figura cancellata lineis nigris, quarum latitudo 0,44 lin. eadem, quae interstitiorum alborum, spectata e distantia 15½ pedd. incipiebat mentiri aequalem ubique nigredinem, ut dubium esset, num albi quid in illa contineatur.

5. Figura aleae similis, aleatam dicere brevitatis causa liceat, quadratulis nigris albisque varia, quorum singula latera aequalia 0,52 lin. distante oculo 12 pedes, extremam visionis speciem praebebat, paulo enim plus remoto oculo confusa alba cum nigris apparebant.«

Nach Vergleich von No. 1 mit No. 2 und 3, und von No. 4 mit No. 5 schliesst Mayer, dass Ungleichheit der weissen und schwarzen Intervalle das Erkennen erleichtert.

Die Versuche mit den streifigen und würfligen Figuren No. 1 bis No. 5 wurden dann auch im Dunklen unter directer Erleuchtung mit einem Talglichte bei verschiedener Entfernung *L* desselben von den Figuren wiederholt, wo sich folgende Entfernungen *A* des Auges von den Figuren als Gränzweiten des Erkennens (*termin. visionis*) ergaben (Einheit der pariser Fuss):

L Entfernung des Lichtes.	*A* Entfernung des Auges No. 1.	No. 2 u. 3.	No. 4.	No. 5.
½	7½	6½	12	9½
1	6½	5½	9½	7½
2	5¾	4½	7	6
3	4¾	4¼	6½	5¼
4	4½	3¾	6	4½
5	4¼			
6	4			
7	3¾			
8	3½	2¾	4½	3¼
13	3	2¼	3¾	3

*) Angestellt mit Kerzenlicht.

Mayer repräsentirt das Gesetz, nach welchem sich A mit L ändert, durch folgende Formel

$$A = n\sqrt[3]{L},$$

wo n eine von der Beschaffenheit der Figur abhängige Constante ist, die er bei den verschiedenen Figuren wie folgt annimmt:

No. 1.	2. u. 3	4	5
79	52	73	99

Er giebt eine Zusammenstellung von Rechnung und Beobachtung, wonach die Formel in den Gränzen dieser Versuche nahe genug zutrifft.

Hueck*) betrachtete die in gestrichelter Manier mittelst einer Maschine gestochenen Münzen, Medaillen und Gemmen in dem trésor de numismatique et de glyptique. Paris 1834, und konnte hiebei Intervallen von 0,0727‴ auf 22″ 3‴ Entfernung, also unter einem Gesichtswinkel von 56,8″ noch unterscheiden; ja manche recht sauber mit sehr scharfen Strichen auf recht reiner glatter weisser Fläche abgedruckte noch unter 44,3″ Sehwinkel. Bei etwas grösserer Entfernung erschien die gestrichelte Fläche grau. Gelbe Streifen auf rother Fläche erschienen orange bei einem Netzhautbilde von 0,001″, eben so gelbe Streifen auf blauer Fläche grün.

Marie Davy**) zog auf weissem Papiere schwarze Linien in der Weise, dass die Zwischenräume eben so breit waren wie die Linien selbst. Solche Blätter verfertigte er mehrere mit Streifen von verschiedener Breite und versuchte dann, wie weit er jedes derselben vom Auge entfernen musste, um nicht mehr die schwarzen und weissen Streifen, sondern ein einförmiges Grau zu sehen. Er fand, dass diess bei allen Blättern in solchen Abständen eintrat, dass die von ihm berechnete Breite des Netzhautbildes eines Streifes sich nahezu zu 0,0011 Millim. ergab. Diese betrug nämlich 0,00109, 0,00113, 0,00113, 0,00112 Millimeter bei Abständen von 5,8, 0,75, 0,53 und 0,41 Meter. — Die Art der Berechnung ist nicht angegeben.

E. H. Weber***) wandte schwarze Linien an, welche durch

*) Müller's Arch. 1840. S. 87.
**) Instit. XVII. p. 59.
***) Berichte der sächs. Soc. 1853. S. 144.

Maschinenstich sehr eng und gleichmässig gezogen und auf weissem Papiere gedruckt waren. Sie waren 0,025 par. Lin. breit, und eben so breit waren die Zwischenräume dazwischen. Sein Sohn Th. Weber erkannte die Linien noch in einer Entfernung von 9 par. Zoll 2¼ Lin., wo der Gesichtswinkel, unter welchem ein Zwischenraum gesehen ward, 45,3 Sec. betrug. Dieselben Versuche liess er noch von mehreren Andern anstellen; wo sich die grösste Schärfe bei Zweien fand, deren einer (No. 9) die Linien ebenfalls noch in 9 Zoll, der andere (No. 8) in 11 Zoll Abstand erkannte, was respectiv 45,3 und 36,5 Sec. Sehwinkel des Zwischenraumes oder 0,00148 und 0,00119 par. Lin. entspricht.

Bergmann*) wandte lithographirte Gitterzeichnungen, deren Striche und Zwischenräume jeder 1 Millim. breit sind, in folgender Weise an. Mitten in den Deckel eines runden Pappschächtelchens wurde ein Loch von etwa 20 Mill. Durchmesser geschnitten und die Gittertafel von Innen her gegen den Deckel festgelegt, so dass nur ein kreisrunder Theil derselben von Aussen zum Vorschein kam. »Hiemit erhält man die Möglichkeit, mittelst Drehung des Deckels den Gitterstäben jede beliebige Neigung geben zu können, so dass der, dessen Augen geprüft werden, durch Angabe der Richtung, in welcher die Linien laufen, den Beweis führen kann, dass er sie wirklich sieht.«

»Der Erfolg einer bedeutenden Anzahl von Versuchen war nun, dass die ausgewählt guten Augen mehrerer Individuen nie einer grösseren Annäherung bedurften, als sie dem Versuche No. 8 bei E. H. Weber entspricht; die Streifen mit ihren millimeterbreiten Zwischenräumen wurden in 5,5 Meter Entfernung stets erkannt.«

»Häufig übrigens wurde auch schon in grösseren Entfernungen, ja ab und an schon bei 7 Meter Abstand die Richtung der Striche wiederholt richtig erkannt. Auch machten die Experimentirenden öfter die Bemerkung, dass, wenn sie die Richtung der Striche wüssten, sie dieselben auch in diesen grösseren Entfernungen sähen. Bei einem früheren Versuche begegnete es sogar, dass ein 10jähriger Knabe, auf dessen ausgezeichnetes Auge Verf. gelegentlich aufmerksam geworden war, dreimal hinter einander die

*) Henle und Pfeufer, Zeitschr. III. F. II. B. S. 94 f.

(jedesmal abgeänderte) Richtung der Striche in einer Entfernung von 8 Metern richtig angab. Dann folgte eine falsche Angabe.«

Bergmann hebt (p. 97) als beachtenswerth hervor, »dass in der Entfernung von 5,5 Meter, in welcher recht gute Augen regelmässig mit Sicherheit die Richtung der Linien erkennen, die Bilder derselben etwas breiter als die Hälfte eines Zapfendurchmessers sind, woraus man immer schon eine wesentliche Beziehung zwischen diesen Dimensionen vermuthen könne.«

In den, über 5,5 Meter hinaus liegenden Entfernungen, in welchen oft schon ein richtiges Erkennen der Richtung der Striche eintrat, zeigten die mitunterlaufenden Irrthümer besonders häufig das Eigenthümliche, dass die Richtung der Striche gerade senkrecht zu den wirklichen angegeben wurde. In denselben Entfernungen erschien die Gittertafel auch häufig scheckig. Ein Mann, der das Object gar nicht kannte, hielt es in einer Entfernung von etwa 6 Meter für gewürfelt; ein zweiter, welcher etwa 2 Fuss hinter ihm stand, erklärte dann, das sähe er auch schon von da.

Bergmann setzt diese Umstände scharfsinnig mit einer wahrscheinlichen Voraussetzung über die Form und Anordnung der Zapfen als empfindender Netzhautelemente in Beziehung; doch würde es zu umständlich sein, hier darauf einzugehen.

Bei gewissen Richtungen der Stäbe scheint das Erkennen der Gitter leichter als bei anderen zu sein, jedoch diess sich nach Individualität der Augen zu ändern (vgl. Bergmann p. 104).

Verhalten der Seitentheile der Netzhaut im Erkennen kleinster Grössen und Distanzen.

Bei den bisherigen Angaben war Auffassung der sichtbaren Grössen und Distanzen mit dem deutlichst sehenden, centralen, Theile der Netzhaut vorausgesetzt. Nach der Peripherie hin nimmt sowohl die Erkennbarkeit der Grössen als Distanzen ab, aber keineswegs nach allen Richtungen in gleichem Verhältnisse. Beobachtungen darüber liegen vor von Hueck, Volkmann mit Hüttenheim, einige von Bergmann, die ausführlichsten von Aubert mit Förster, bei denen u. a. speciell nachgewiesen wird, dass die Unmöglichkeit, zwei Puncte in einiger Entfernung von der Augenaxe zu unterscheiden, keineswegs auf optische Abweichungen des Auges geschoben werden kann; und dass verschieden

grosse Zahlen oder Quadrate, unter demselben Gesichtswinkel bei verschieden grosser Entfernung des Auges gesehen, sich in der Nähe mit weiter von der Sehaxe entfernten Theilen der Netzhaut erkennen lassen, als in der Ferne.

Um das Detail dieses Kapitels nicht gar zu weit auszudehnen, glaube ich hinsichtlich des Näheren dieser Versuche auf die Originalabhandlungen verweisen zu müssen.

Hueck, in Müller's Arch. 1840. S. 92.

Volkmann, in Wagner's Wört. Art. Sehen. S. 334.

Aubert und Förster, in Gräfe Arch. f. Ophthalm. III. S. 14 und Moleschott Unters. IV. S. 16.

Bergmann, in Henle und Pfeufer Zeitschr. III. F. Bd. II. S. 97.

Hiemit kann man die Versuche zur Bestimmung der Grösse des Theiles der Netzhaut, mit welchem man scharf genug sieht, um Druckschrift lesen zu können, in Beziehung setzen, worüber E. H. Weber in den Berichten der sächs. Soc. 1853. S. 128 ff., Aubert und Förster in den genannten Abhandlungen nachzusehen sind.

Distanzunterschiede (Augenmass).

Ueber die Feinheit des Augenmasses hat E. H. Weber*) folgende Angaben:

»Dissecui chartam papyraceam scriptoriam magnitudine maxime consueta in octo partes aequales et cuilibet parti lineam rectam et aequalem inscripsi, curans simul, ut omnes lineae aequali crassitie et nigritie, diversa autem longitudine essent. Brevissima linea 100 millimetris alia quaedam linea longior $100\frac{1}{2}$ mm, alia longior 101 mm constabat. Ita diversae lineae usque ad longitudinem 105 millimetrorum ductae sunt.

Iam duae chartae iuxta se positae homini proponebantur, cuius subtilitatem visus examinare cupiebam. Homines arti delineandi operam navantes, ideoque visu exculto gaudentes, lineam perpendicularem 100 mm longam a linea perpendiculari 101 mm longa discreverunt, et experimenta ter, quater et quinquies iterato semper longiorem lineam recte indicarunt. Accidit tamen et his ut defatigati nonnunquam errarent. Plures vero homines lineas 100 et

*) *Progr. coll. p.* 142.

104^{mm} longas non, certo sed non nisi lineas 100 et 105^{mm} longas distinxerunt. His experimentis intellectum est, a nonnullis centesimam, ab aliis vero vigesimam lineae partem, qua altera linea altera parallela maior est, satis certo visu cognosci.«

Einige eigene Versuche über die eben merklichen Unterschiede von Zirkeldistanzen habe ich S. 233 angeführt.

b) Tastsinn.

Ueber die Grösse der eben merklichen Distanz von Zirkelspitzen auf der Haut hat bekanntlich E. H. Weber zuerst Untersuchungen angestellt und dabei gefunden, dass diese Distanz auf verschiedenen Hauttheilen ausnehmend verschieden ist. Am grössten fand er die Empfindlichkeit auf der Zungenspitze, wo noch bei ½ par. Lin. Distanz die Zirkelspitze als doppelt erkannt wurde, demnächst an der Volarseite des letzten Fingergliedes (1 par. Lin.), am rothen Theile der Lippen (2 Lin.), an der Volarseite des 2. Fingergliedes (2 Lin.) u. s. w., am geringsten am oberen Theile des Rückgrates und auf der Mitte des Oberarmes und Unterschenkels (30 par. Lin.). Seine Beobachtungstabelle ist am ausführlichsten in s. *Progr. coll. p.* 50 *sequ.*, kürzer zusammengezogen im Artikel Tastsinn und Gemeingefühl in Wagner's Wört S. 539 gegeben und in s. Abhandl. in den Berichten der Leipz. Soc. 1853 p. 85 ff.*) reproducirt worden; an welchem letzteren Orte er noch verschiedene Nachträge über die allgemeine Auffassung des Raumsinnes und die Methoden, die Feinheit desselben zu bestimmen, giebt. Die Beobachtungen Weber's sind zuerst von Allen Thomson (in *Edinb. Med. and Surg. Journ. no.* 116), später von Valentin (Lehrb. d. Physiol. 1844. Bd. II. S. 565), endlich von Czermak (physiol. Studien oder Sitzungsber. der Wien. Akad. XV. S. 425, XVII. S. 563, Moleschott, Unters. S. 183) bestätigt und von letzterem nach mehreren Beziehungen erweitert worden.

Sehr interessante Erfahrungen, nach denen Chloroformirung und Narkose die eben merklichen Zirkeldistanzen auf der Haut sehr vergrössert, hat Lichtenfels in den Sitzungsberich-

*) Auszug daraus, doch ohne die Tabellen, in Fechner's Centralbl. 1853. No. 31. Die Tabelle ist auch von Czermak in dessen physiolog. Stud. S. 54 gegeben.

ten der Wien. Akad. 1857. VI. p. 338 bekannt gemacht. Lähmungsartige Zustände der Haut haben denselben Erfolg, worüber die Erfahrungen von Landry in *Archiv. gén. de méd. XXIX. Juill. Sept.* (Cannst. Jahresber. f. 1852. p. 189) und besonders Wundt in Henle und Pfeufer Zeitschr. 1858. p. 272, auch Brown Sequard in Cannst. Jahresber. 1853. p. 202 zu vergleichen sind, welcher letztere auch einen Fall der Verkleinerung der eben merklichen Distanz durch einen hyperästhetischen Zustand berichtet. Erfahrungen, nach denen durch Uebung die eben merkliche Distanz verkleinert wird, hat Hoppe in s. medic. Brief. 1854. Heft 2, Czermak in obigen Abhandlungen, und besonders Volkmann in den Sitzungsber. d. sächs. Soc. 1858. p. 38 bekannt gemacht.

Theoretische Discussionen über die Verhältnisse des Hautraumsinnes finden sich in den angeführten Abhandlungen von Weber und Czermak, in Lotze's medicin. Psychol. 1852, in Meissner's Beitr. z. Anatom. u. Physiol. der Haut. Leipzig 1853 und in Wundt's Abhandl.; die überhaupt eine ausführliche Zusammenstellung über diesen Gegenstand enthält.

c) Auffassung von Zeit und Bewegung.

Wenn zwei Eindrücke zu schnell hinter einander gemacht werden, verfliessen sie in einen gleichförmigen für die Empfindung, und man kann fragen, wie gross die Zwischenzeit zwischen zwei Eindrücken sein müsse, um dieselben noch als unterschieden auffassen zu können.

Eine reine experimentale Antwort hierauf lässt sich aus einem analogen Grunde als betreffs der extensiven Raumschwelle nicht geben. Denn, so wie jeder Eindruck einen Irradiationskreis um sich hat, hinterlässt jeder Eindruck einen Nachklang. Ist nun der Nachklang, welchen der erste Eindruck hinterlässt, bei Eintritt des zweiten noch stark genug, dass der Unterschied vom zweiten die intensive Unterschiedsschwelle nicht erreicht, so muss der eine Eindruck mit dem anderen gleichförmig verfliessen.

Man kann fragen, ob nicht die Unmöglichkeit, zwei zu schnell nach einander eintretende Eindrücke als unterschieden aufzufassen, allein an diesem Umstande hänge. Hierüber ist erfahrungsmässig nichts entschieden, und schwer, sicher zu entscheiden. Wahrscheinlich aber findet nach Analogie der Raumverhältnisse

auch betreffs der Zeitverhältnisse eine Unmöglichkeit schlechthin statt, einander zu nahe Eindrücke noch als unterschieden aufzufassen.

Allerdings kann man hiebei das Dasein von Empfindungskreisen in dem S. 276 erörterten Sinne nicht geltend machen; aber es hat vielleicht Einiges für sich, dass das subjective Zeitmass eben so an psychophysische Oscillationen in uns, als das subjective Raummass an Empfindungskreise geknüpft sei, und Alles, was in die Dauer einer solchen Oscillation fällt, so wenig zeitlich unterschieden werden könne, als was in die Ausdehnung eines Empfindungskreises fällt, räumlich. Es wäre inzwischen müssig, dieser Hypothese ohne die Möglichkeit genauerer Begründung hier weiter nachzugehen.

Die Frage, um die es sich hier handelt, kommt u. a. in Rücksicht bei dem Versuche der gedrehten Scheibe mit weissen und schwarzen Sectoren. Während ein weisser Sector vorbeigeht, wächst der Eindruck, während ein schwarzer vorbeigeht, nimmt er ab. Ist die Erscheinung der Gleichförmigkeit blos daran geknüpft, dass der Unterschied zwischen Minimum und Maximum die intensive Unterschiedsschwelle nicht erreicht, welche für ruhig aufgefasste Lichteindrücke besteht, oder wird die Erscheinung der Gleichförmigkeit dadurch befödert, dass Minimum und Maximum des Eindruckes so schnell hinter einander eintreten, dass wir beide in der Zeit nicht auseinanderhalten können; und kann demnach der Unterschied grösser sein, ohne die Erscheinung der Gleichförmigkeit zu gefährden, als bei ruhig aufgefasstem Eindrucke?

Es scheint mir einige Möglichkeit vorzuliegen, auf Grund eines Versuches hierüber die erste Frage zu entscheiden, wenn man noch einige Data vorher bestimmt hat.

Im Zusammenhange mit der Frage der Zeitschwelle steht die Frage nach der Zeit, welche nöthig ist, gegebene Eindrücke mit gegebener Deutlichkeit aufzufassen. Hierüber finde ich einige Bemerkungen und Versuche von Valentin in dessen Lehrb. der Physiol. II. p. 471:

»Welches Minimum von Zeit — sagt er — bei gehöriger Uebung zu einer befriedigenden Auffassung bekannter Objecte gehört, sehen wir am besten aus dem Lesen uns geläufiger Lettern. Las ich nur je eine Zeile grösseren Druckes dieses Werkes (des Valentin'schen Lehrbuches), so kamen in 10 Versuchen auf je ei-

nen Buchstaben im Maximum 4,21, im Minimum 2,34 und im Mittel 3,330 Terzien; bei dem Durchlesen einer ganzen Seite, die keinen Absatz hatte, und blos mit grösserer Schrift gedruckt war, fanden sich für 2629 Buchstaben und Interpunctionszeichen 1 Minute 32 Secunden. Dieses giebt für 1 Bild im Durchschnitte 2,10 Terzien. Machte ich denselben Versuch mit einer fortlaufenden Seite Petitdrucks dieser Arbeit, so brauchte ich für 3944 Buchstaben und andere Zeichen 2 Minuten 12 Secunden, mithin für einen Eindruck 2,01 Terzien. Wir können daher im Allgemeinen annehmen, dass wir bei dem raschen Lesen für die Auffassung jedes einzelnen Charakters nur zwei bis vier Terzien im Mittel nöthig haben.«

Ueber die noch wahrnehmbaren kleinsten Bewegungen finde ich folgende Angaben in Gehler's Wörterbuche, Artikel Gesicht S. 1457, von Muncke:

»Aus der Bestimmung der Dauer des Lichteindruckes auf das Auge in Verbindung mit der oben angegebenen Grösse des Gesichtswinkels lässt sich erklären, warum manche sehr langsame Bewegungen nicht wahrgenommen werden. G. G. Schmidt*) wählt, um dieses deutlich zu machen, das Beispiel, dass die Sterne, selbst im Aequator, wo ihre Bewegung am schnellsten ist, dennoch stillzustehen scheinen. Setzt man nämlich die Dauer des Lichteindruckes im Auge hoch auf 0,5 Sec., so durchläuft der Stern in dieser Zeit einen Bogen von nur 5 Sec. und da dieser kleiner ist, als der kleinste Gesichtswinkel für ein räumliches Object, so scheint er still zu stehen. Wird der Stern dagegen durch ein Fernrohr mit nur 10facher Vergrösserung betrachtet, so beträgt der Gesichtswinkel 50 Sec. und seine Bewegung wird, jedoch mit Mühe und kaum wahrgenommen, erscheint aber um so schneller, je grösser die Vergrösserung ist, die man anwendet. Hierbei kommt indess der lebhafte Lichteindruck des Sternes auf das Auge in Betrachtung, denn bei der Beobachtung der Bewegung des Minutenzeigers einer Taschenuhr erhielt Schmidt ein anderes Resultat. Diese nahm derselbe nämlich bei der Anwendung einer zehnfachen Vergrösserung so eben wahr. Indem aber die Länge des Zeigers 4,5 par. Lin. betrug, und der Sehwinkel einer Abtheilung desselben (für 10 Z. Abstand des deutlichen Sehens beim

*) Hand- und Lehrbuch der Naturlehre. Giess. 1826. 8. S. 471.

Beobachter) 13,5 Min. ausmachte, so war die Bewegung desselben in einer Secunde = 13,5 Sec. scheinbar, und mit 10facher Vergrösserung 135 Sec. oder 2 Min. 15 Sec. Inzwischen kommt bei dieser, allerdings sinnreichen Methode, die kleinsten Bewegungen zu messen, vieles, namentlich die Gesichtsschärfe und die Erleuchtung des beobachteten Gegenstandes, in Betrachtung, weswegen auch die beiden mitgetheilten Angaben so sehr von einander abweichen. Um die letztere zu prüfen, beobachtete ich selbst den Minutenzeiger meiner Taschenuhr, welcher 9,1 Lin. lang und stahlblau sich auf einem blendend weissen Zifferblatte bewegt. So lange er sich über dem letzteren bewegte, konnte ich das Fortrücken desselben mit unbewaffnetem Auge und bei einer Gesichtsweite von 8 Z. wahrnehmen, jedoch schien er still zu stehen, wenn er sich über einem schwarzen Theilstriche befand, so dass also diese Bewegung als die Gränze derjenigen anzunehmen ist, welche mein Auge noch wahrnehmen kann. Man darf also jene angegebene Grösse von 13,5 Sec. nur verdoppeln und im Verhältnisse von 10 : 8 nehmen, um für mein Auge den kleinsten optischen Winkel von nahe 34 Sec. zu erhalten*), welcher indess unter minder günstigen Bedingungen, namentlich wenn das Messen des Abstandes der Zeigerspitze zwischen den beiden Minutenstrichen wegfiele, nicht so klein ausfallen würde. Hieraus erklärt es sich auch, warum die Bewegung der Sterne im Fernrohre bei einem optischen Winkel von 50 Sec. sichtbar wird, nämlich theils wegen des starken Lichtes derselben im verhältnissmässig dunklen Raume, theils weil das Gesichtsfeld des Fernrohres etwas erleuchtet, seine Umgebung wegen des inwendig schwarzen Rohres aber völlig dunkel ist, und auf diese Weise also der veränderliche Abstand des Sternes von dem Rande des Gesichtsfeldes gemessen werden kann.«

Hiezu kann man noch folgende Angaben von Valentin in s. Lehrb. II. p. 465 fügen:

»Ich kann noch nicht die Bewegung des vergoldeten Minutenzeigers (einer Taschenuhr), welcher eine Länge von 14,5 Millimeter hat, mit freiem Auge bei gutem Tageslichte wahrnehmen, sehe sie aber, wenn ich eine $1\frac{1}{2}$ mal vergrössernde Lupe gebrauche. Betrug dagegen die Länge des vergoldeten Zeigers einer anderen

*) Die genauere Berechnung giebt 34″ 50‴.

Uhr 18 Millimeter, so nehme ich das Fortrücken der Spitze bei scharfer Fixation in 4 Zoll Abstand vom Auge in hellem Lichte eben noch wahr, würde jedoch das Ganze bei irgend flüchtiger Betrachtung für ruhend halten. Schiebe ich aber eine Lupe vor, die für ebenfalls 4 Zoll Sehweite $1\frac{1}{2}$ mal vergrössert, so kann ich die Ortsveränderung deutlich auffassen.... Alle solche Bestimmungen der Secundengeschwindigkeit der kleinsten Veränderung des Sehwinkels geben selbst bei den richtigsten Vordaten blos approximative Werthe, weil eine grosse Zahl von Nebenverhältnissen, die nicht immer genau in Berechnung gezogen werden können, wesentlich mitwirken. Nicht nur die Stärke des Lichtes, der Glanz und die Farbe des betrachteten Gegenstandes, der Abstand, die Sehweite und die Gesichtsschärfe des Auges, sondern auch die Natur der benachbarten Objecte hat auf die Wahrnehmung der leisesten Bewegungen einen bedeutenden Einfluss. Geht der Zeiger der Uhr z. B. unmittelbar an feineren Strichen hin, so wird seine geringste Bewegung leichter als sonst wahrgenommen, weil jene feinen, als Verzierungen angebrachten, Linien zu fixen Vergleichungspuncten dienen und die unbedeutendste Verrückung der Zeigerspitze um so eher auffällt.«

XII. Parallelgesetz zum Weber'schen Gesetze.

Es ist eine Fuudamentalfrage, auf die wir bei Gelegenheit der Bewährungen des Weber'schen Gesetzes geführt worden, und die hier in genaueren Betracht zu nehmen sein wird, ob und wiefern die Empfindlichkeit für Unterschiede mit der Empfindlichkeit für absolute Reizgrössen parallel geht, namentlich, ob die Abänderung der Empfindlichkeit für Reize, welche durch die Einwirkung der Reize selbst entsteht, auch die Empfindlichkeit für Unterschiede derselben betheiligt.

Eine weisse Scheibe auf schwarzem Papiere überzieht sich bei anhaltender Betrachtung mit einem bis zu gewissen Gränzen immer dunkler werdenden grauen Schleier, ein Beweis, dass die Empfindlichkeit für das Licht durch seine Einwirkung abgestumpft wird, wozu sich noch genug andere Beweise fügen lassen. Nach Ermüdung durch Tragen oder Heben von Lasten wird anderseits eine Last vielmehr als schwerer empfunden, wonach die Empfind-

lichkeit für Gewichte sich durch die vorherige Wirkung der Gewichte erhöht zeigt. Dort gehört ein grösserer Lichtreiz, hier eine geringere Last dazu, um noch gleich stark empfunden zu werden.

Es fragt sich: wird hiemit zugleich der eben merkliche oder überhaupt gleich merkliche Lichtunterschied, Gewichtsunterschied sich vergrössert oder verkleinert zeigen, oder wird das ermüdete Organ denselben Unterschied physischer Einwirkung noch gleich stark als ohne die Ermüdung spüren?

Für den ersten Anblick nun mag es ganz natürlich scheinen, dass, wenn jeder beider Reize für sich schwächer oder stärker empfunden wird, auch der Unterschied derselben schwächer oder stärker empfunden wird. Aber, da uns das Weber'sche Gesetz gelehrt hat, dass, wenn zwei Reize wirklich schwächer oder stärker sind, der Unterschied doch noch eben so stark als vorher empfunden wird, sofern er mit den Reizen zugleich in demselben Verhältnisse abgeschwächt oder gewachsen ist; so könnte der aus inneren Gründen abgeänderte Eindruck der Reize möglicherweise denselben Erfolg haben, als die wirkliche objective Abänderung der Reize, und der Unterschied danach auch noch eben so stark empfunden werden.

In der That, was heisst psychophysisch: die Empfindlichkeit für einen Reiz ist abgeändert? Falls eine feste Beziehung zwischen psychophysischer Thätigkeit und Empfindung besteht, so kann es nichts anderes heissen, als: es wird eine andere Reizgrösse erfodert, denselben Eindruck, d. i. dieselbe psychophysische Thätigkeit hervorzurufen. Ist nun das Weber'sche Gesetz gründlich gefasst statt auf die Beziehung der Empfindung zum Reize vielmehr auf die Beziehung der Empfindung zur innerlich ausgelösten Reizwirkung zu beziehen, so muss es auf dasselbe herauskommen, ob der äusserlich wirkende Reiz geschwächt, oder seine innere Wirkung geschwächt wird, da auch die Schwächung des äusseren Reizes nur vermöge der Schwächung der inneren Wirkung in Betracht kommt; kurz die Abstumpfung der Wirkung des Reizes innerlich und Schwächung desselben äusserlich müssen den gleichen Erfolg haben, den Unterschied für die Empfindung unverändert bestehen zu lassen, wenn sie die Componenten in gleichem Verhältnisse betreffen.

Wäre freilich das Weber'sche Gesetz nicht vom äusseren Reize auf die innere Wirkung, d. i. die dadurch ausgelöste psy-

chophysische Thätigkeit übertragbar, bliebe der Empfindungsunterschied nicht constant, wenn der relative Unterschied oder das Verhältniss der irgendwie gemessenen inneren Wirkungen constant bleibt, sondern änderte sich nach irgend einer Function ihres absoluten Unterschiedes, so könnte auch diese Folgerung des Gesetzes nicht von Aussen nach Innen übertragen werden; und somit sieht man, dass die Frage, um die es sich hier handelt, in der That eine fundamentale Bedeutung für unsere Lehre gewinnt. Es ist die Frage um eine der Brücken zwischen der äusseren und inneren Psychophysik.

Auch abgesehen davon ist die Frage, wiefern eine Abhängigkeit zwischen der absoluten und Unterschiedsempfindlichkeit besteht, wesentlich oder nicht wesentlich ist, von wichtigem *Belange*, und die Entscheidung darüber sehr geeignet, uns einen Schritt der Klarheit vorwärts in der bisher noch so dunklen Lehre von der Reizbarkeit und Erregbarkeit thun zu lassen.

Ich will das Gesetz, um was es sich hauptsächlich bei dieser Frage handelt, sofern es als eine Uebertragung des Weber'schen von Aussen nach Innen anzusehen ist, das Parallelgesetz des Weber'schen oder kurz Parallelgesetz nennen. Es wird sich so aussprechen lassen:

Wenn sich die Empfindlichkeit für zwei Reize in gleichem Verhältnisse ändert, bleibt sich doch die Empfindung ihres Unterschiedes gleich.

Gleichgeltend damit ist folgender Ausspruch:

Wenn zwei Reize beide schwächer oder stärker empfunden werden als früher, so erscheint doch ihr Unterschied noch eben so gross als vorher für die Empfindung; wenn man beide Reize in demselben Verhältnisse abändern müsste, um die frühere absolute Stärke der Empfindung durch beide zu erhalten.

Mit der Frage, ob die zeitliche Abänderung der absoluten Empfindlichkeit eines und desselben empfindenden Theiles eine Abänderung seiner Unterschiedsempfindlichkeit wesentlich mitführe, von sich abhängig habe, steht in natürlichem Zusammenhange die Frage, ob eine räumliche Verschiedenheit der absoluten Empfindlichkeit, d. i. eine Verschiedenheit der absoluten Empfindlichkeit zwischen verschiedenen Theilen, eine Verschiedenheit ihrer Unterschiedsempfindlichkeit wesentlich mit-

führe, von sich abhängig habe; und es trägt sich hiemit die Frage unseres Gesetzes vom Zeitlichen auf das Räumliche über. Die verschiedenen Theile der Netzhaut besitzen nachweislich eine verschiedene absolute und eine verschiedene Unterschieds-Empfindlichkeit für das Licht. Gehen sie in dieser Hinsicht wesentlich parallel? Dieselben Lasten werden auf verschiedenen Körpertheilen als verschieden schwer empfunden; erkennt man mit denjenigen Körpertheilen, welche dieselben Gewichte als schwerer empfinden, auch gegebene Gewichtsunterschiede leichter?

Es scheint mir nicht, dass man derartige Fragen überhaupt schon klar gestellt; noch weniger, dass man sie klar und entscheidend beantwortet habe, doch sind es fundamentale Fragen.

Unstreitig, wenn bei zeitlicher Verschiedenheit der absoluten Empfindlichkeit doch die Unterschiedsempfindlichkeit dieselbe bleiben kann, wird es auch von der räumlichen Verschiedenheit gelten können, und umgekehrt, so dass Bewährungen des Gesetzes nach zeitlicher Seite auch zu Gunsten seines Bestehens nach räumlicher Seite und umgekehrt sprechen, ohne dass man jedoch sich der Aufgabe entziehen kann, es nach beiden Seiten besonders zu bewähren.

Ueberhaupt kann aus der Gültigkeit des Gesetzes unter gewissen Umständen noch nicht auf die Gültigkeit desselben unter anderen Umständen sicher geschlossen werden, und es kann, ohne dass die absolute und die Unterschieds-Empfindlichkeit wesentlich, d. h. überall, nothwendig, grundgesetzlich ihrer Natur nach, von einander abhängen, doch auch Umstände geben, welche auf beide zugleich steigernd oder vermindernd wirken, so dass es sich also zum Erweise, dass beide nicht wesentlich von einander abhängig sind, nicht sowohl darum handelt, zu zeigen, dass die eine immer constant bleibt, wenn die andere sich ändert, als dass sie ebensowohl ohne und gegen einander als mit einander und in gleichem Sinne sich ändern können; mit anderen Worten, dass das Parallelgesetz unter gewissen Verhältnissen besteht, wenn es auch nicht überall besteht.

Wichtig ist, die Bedingung des Gesetzes nicht zu übersehen, dass die Empfindlichkeit für beide Reize sich wirklich in gleichem Verhältnisse ändert, soll das Gleichbleiben des Empfindungsunterschiedes danach erwartet werden. Gesetzt z. B. ein gleicher Reiz treffe zwei Stellen der Netzhaut von anfangs glei-

cher absoluter Empfindlichkeit, und werde demgemäss anfangs von beiden als gleich empfunden; nun ändere sich die absolute Empfindlichkeit blos der einen in Plus oder Minus, so wird, auch unter Voraussetzung der Gültigkeit des Parallelgesetzes, sofort ein Empfindungsunterschied zwischen beiden entstehen und dieser in derselben Weise mit Zunahme des Unterschiedes der absoluten Empfindlichkeit wachsen müssen, wie wenn bei gleichbleibender Empfindlichkeit beider der Reiz, der die eine Stelle trifft, wächst, indess er für die andere constant bleibt.

Alle Fragen und Verhältnisse, die hier in Bezug auf intensive Empfindungen besprochen sind, finden ihre Anwendung eben so auf extensive. Auch hiebei kann man fragen: werden gegebene Ausdehnungsunterschiede am leichtesten empfunden, wenn und wo gegebene Ausdehnungen am grössten erscheinen; und geht sonach der eben merkliche Ausdehnungsunterschied mit der eben merklichen Ausdehnung parallel?

Von alle dem soll nun im Folgenden gehandelt werden, soweit Erfahrungen darüber vorliegen, die freilich noch keinesweges den erwünschten Zusammenhang und die erwünschte Vollständigkeit darbieten, um ein allgemeines, einfaches und nettes, Resultat aussprechen zu können. Doch kann man im Allgemeinen sagen, dass eine wesentliche Abhängigkeit zwischen absoluter und Unterschieds-Empfindlichkeit durch die folgende Bewährung des Parallelgesetzes im Felde der Gewichtsversuche direct negirt wird.

Auch scheint die Bewährung des Weber'schen Gesetzes selbst überhaupt nicht anders gelingen zu können, als unter Zutritt des Parallelgesetzes, und so zu sagen solidarisch mit dessen Bewährung zu sein. Denn nothwendig muss sich im Laufe der Versuche wegen der dauernden oder wiederholten und abgeänderten Einwirkung der Reize die Reizbarkeit oder absolute Empfindlichkeit ändern, und es scheint nicht, dass eine Bewährung des Weber'schen Gesetzes durch eine Skale verschiedener Reizgrade gelingen könnte, wenn nicht zugleich die Uebertragbarkeit desselben auf die innere Wirkung oder sein Parallelgesetz bestände.

Ich halte dieses indirecte Argument doch für sehr bindend. Inzwischen schliesst es das Erfoderniss directerer Bewährungen nicht aus, von denen ich folgends anführe, was mir darüber zu Gebote steht.

1) Gewichtsversuche.

Eine 32tägige einhändige Versuchsreihe (Juni und Juli 1858) mit 32 . 8 . 64 = 16384 Hebungen wurde mit einem und demselben Hauptgewichte $P = 1000$ Grammen und zwei Zusatzgewichten $D = 40$ und 80 Grammen, mit denen von einem Tage zum anderen gewechselt ward, unter den S. 97 angegebenen Normalumständen ausgeführt, abgesehen von der variirten Dauer, während welcher ein Gewicht gehoben ward; und zwar wurden folgende 4 Hebungszeiten $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4 Secunden angewandt, und je 64 Hebungen mit der Linken, eben so viel mit der Rechten hinter einander bei jeder dieser 4 Hebungszeiten an jedem der 32 Versuchstage vorgenommen, deren jeder solchergestalt 8.64 = 512 Hebungen enthielt. Nun stellte sich jedesmal bei der Hebungszeit von 4 Secunden ein starkes Gefühl von Ermüdung der Hand ein, weil das Hauptgewicht von 1 Kilogramme dabei so lange in der Schwebe gehalten werden musste, wovon ich bei den geringeren Hebungszeiten, auch selbst bei zwei Secunden (worauf ich ausdrücklich mein Augenmerk richtete), nichts wahrnahm. Hätte nun diese Ermüdung einen Einfluss auf die Unterschiedsempfindlichkeit gehabt, so musste sich diess in den richtigen Zahlen und daraus nach S. 112 ff. abgeleiteten hD-Werthen, welche bei dem constant gehaltenen D das Mass dieser Empfindlichkeit bieten, spürbar machen; und überhaupt die Dauer der Hebung einen Einfluss auf die Unterschiedsempfindlichkeit äussern, denn auch bei nicht deutlich gespürter Ermüdung muss doch eine längere Hebungszeit stärker die Kraft in Anspruch nehmen und mithin abspannen, als eine kürzere. Aber ein solcher Einfluss geht aus meinen Versuchen nicht hervor. Denn ich erhielt summirt für die 4 Hauptfälle folgende richtige Zahlen r (für $n = 2048$ bei den Specialzahlen) und folgende, der Unterschiedsempfindlichkeit proportionale, Werthe $32\,hD$ in Summa für beide D's, und $64\,hD$ in Summa für Linke und Rechte, bei den verschiedenen Hebungszeiten, wobei noch zu bemerken ist, dass jede der 4 Hebungszeiten gleich oft den Anfang und den Schluss eines Versuchstages gebildet hat*).

*) Die richtigen Zahlen r und Werthe $32\,hD$ gehen in folgender Tabelle nicht überall mit einander parallel, was den S. 118 angegebenen Grund hat.

$n = 2048.$

Hebungszeit.		½	1	2	4
r	Linke	1541	1507	1496	1546
	Rechte	1561	1502	1483	1551
Summe		3102	3009	2979	3097
$32hD$	Linke . . .	159509	161316	155271	183353
	Rechte . . .	192175	172139	168915	175337
$64hD$		351684	333455	324186	358690

Diese Reihe kann mit zur experimentalen Bewährung unserer Rechnungsregel dienen (vgl. S. 104). Sie gab nämlich in Summa für L. und R., und für alle 4 Hebungszeiten nach unserer Rechnungsregel folgende Werthe von $32hD$:

bei $D = 0{,}04\,P$ den Werth 454399
- - - 0,08 - - - 913613

also bei dem doppelten D das doppelte hD.

Halten wir uns an die untenstehenden Summen $64hD$, welche das zusammengezogene Resultat sämmtlicher Versuche enthalten, so müsste, wenn die Hebungsdauer und davon abhängige Ermüdung einen Unterschied im Werthe der Unterschiedsempfindlichkeit machte, der grösste Unterschied zwischen der Hebungszeit ½ und 4 Sec. erwartet werden, aber die Werthe $64hD$ sind hier merklich gleich, und auch für die Zwischenzeiten nicht sehr verschieden.

Dieses Ergebniss gewinnt dadurch an Gewicht, dass sich die Hebungsdauer doch keineswegs überhaupt einflusslos auf die Schätzung der Gewichte gezeigt hat, indem die constanten Einflüsse p, q dadurch auffallende Veränderungen erlitten haben, denn es fand sich der durchschnittliche Werth derselben, nach der S. 114 angegebenen Weise bestimmt, in Grammen wie folgt:

Hebungszeit.	Linke.		Rechte.	
	p	q	p	q
½ Sec.	+ 6,73	− 3,17	+31,49	+6,28
1 -	+13,07	−19,46	+43,38	+3,30
2 -	+12,38	−16,00	+38,05	+0,36
4 -	− 7,95	− 3,28	+ 3,43	+6,04

Während also bei 2 Secunden Hebungszeit mit der Linken das erstaufgehobene Gefäss um 12,38 Grammen schwerer erschien,

als das zweitaufgehobene, erschien es bei 4 Sec. Hebungszeit um 7,95 Grammen leichter. Bei Hebung mit der Rechten zeigte die Aenderung dieselbe Richtung, ohne aber bis zum Umschlage zu gehen.

Unstreitig fällt auf, dass die Werthe von p so wie q für 1 Sec. und 2 Sec. Hebungszeit beinahe gleich sind, hingegen für ½ Sec. und 4 Sec. stark abweichen. Aber diess erklärt sich dadurch, dass bei ½ Sec. Hebungszeit die Hebung mit einer Art schnellem Rucke geschieht, der nicht recht vergleichbar mit den ruhigen Hebungen in den längeren Hebungszeiten ist, indess bei 4 Sec. die stark empfundene Ermüdung eine Unvergleichbarkeit herbeiführt.

Das vorige Resultat war gelegentlich bei einer zu anderen Zwecken angestellten Versuchsreihe erhalten worden. Um den Einfluss der Ermüdung durch die Hebungsdauer noch mehr zu steigern als bei voriger Reihe, habe ich neuerdings (im Jan. und Febr. 1859) noch eine andere Reihe unter Normalumständen (abgesehen von der Hebungsdauer) absichtlich auf diesen Zweck gerichtet, indem ich zwei stärkere Hauptgewichte anwandte. Leider ist diese Reihe aus unten anzugebendem Grunde ein Fragment geblieben; doch verdient das Resultat dieses Fragmentes als Verstärkung der anderweit erhaltenen Resultate Anführung.

Im Ganzen befasst dieses Fragment nur 16 . 64 = 1024 Hebungen, vertheilt auf 8 Tage, jeder mit 2 Abtheilungen à 64 Hebungen, welche jeden Tag hinter einander blos mit der Linken angestellt wurden, während ich sonst immer mit der Linken und Rechten wechsele. Es wurden zwei P's angewandt = 1500 und 3000 Grammen, zwischen denen nach je zwei Tagen gewechselt ward; D war beidesfalls 0,06 P. An je zwei aufeinanderfolgenden Tagen wurde dasselbe P und D beibehalten; aber von einem Tage zum anderen zwischen folgenden zwei Versuchsverhältnissen gewechselt:

a) Dauer jeder einfachen Hebung 1 Secunde, Zwischenzeit zwischen je zwei Doppelhebungen 5 Secunden (also hier die gewöhnlichen Normalzeiten).

b) Dauer jeder einfachen Hebung 4 Secunden; Zwischenzeit zwischen je zwei Doppelhebungen 3 Secunden.

Also war bei b) die Zeit, während welcher das Gewicht in der Schwebe gehalten werden musste, viermal so lang, und die Zeit zum Ausruhen zwischen zwei Doppelhebungen im Verhältnisse von 3 : 5 kürzer, als bei a).

Dieser Unterschied hatte denn auch den Erfolg, dass bei b) an jedem Versuchstage alsbald ein sehr starkes (natürlich bei $P = 3000$ noch stärkeres als bei $P = 1500$) Gefühl von Ermüdung in der hebenden Hand eintrat, was bei a) nicht der Fall war. Dazu trat aber noch bei b) ein Schmerz in der Milzgegend, einigermassen schon am ersten Versuchstage, was Grund war, mich täglich auf 2 Abtheilungen zu beschränken (da ich deren sonst immer 8 bis 12 anstelle) und der bei jedem neuen b-Versuchstage stärker und am 4ten so stark wurde*), dass ich die 2 Versuchsabtheilungen schwer zu Ende führte, was mich abgehalten hat, die Versuchsreihe weiter fortzuführen. Denn es war meine Absicht, sie auch mit rechtshändigem und zweihändigem Verfahren zu wiederholen, und mindestens $1\frac{1}{2}$ Monat fortzusetzen.

Nun halte ich nach anderweiten Erfahrungen 1024 Hebungen bei Weitem noch nicht hinreichend, ein ganz sicheres Resultat zu begründen, und namentlich kann in Fractionen dieser Zahl für sich keine Sicherheit gesucht werden; wenn man indessen im Folgenden sieht, dass $P = 1500$ ein Uebergewicht von hD für a), hingegen $P = 3000$ für b) giebt, und im Gesammtresultate von hD nur ein unbedeutender Unterschied zwischen a) und b) stattfindet, indess ein sehr starker Ermüdungsunterschied stattfand, der sich auch in einem starken Unterschiede von hp äusserte, so kann man auch hier keinen Einfluss der Ermüdung auf die Unterschiedsempfindlichkeit h erblicken.

Ich gebe, da es hier ohne viel Umständlichkeit geschehen kann, die ganze Specification der Zahlen r, aus denen die Resultate zu ziehen.

	$n = 64$				$n = 256$
	r_1	r_2	r_3	r_4	Summe r
$P = 1500$. a)	52	46	58	45	201
- - - b)	52	39	48	51	190
$P = 3000$. a)	55	43	51	57	206
- - - b)	46	61	33	60	200

Man sieht nun zwar, dass hier b) in den Summenwerthen r so-

*) Dieser Schmerz dauerte noch Wochen lang nach, so dass ich selbst dauernden Nachtheil besorgte. Ein Senfpflaster schien gute Dienste dagegen zu leisten.

wohl bei $P = 1500$ als $P = 3000$ ein kleineres r giebt als a); aber diess hängt bei $P = 3000$ nur an dem durch die Ermüdung ausnehmend gewachsenen Einflusse p; und die Berechnung lässt vielmehr hD grösser für b) als a) bei $P = 3000$ finden.

In der That findet man, wenn man die Berechnung mittelst der Fundamentaltabelle nach den S. 112 ff. gegebenen Regeln ausführt, folgende Werthe:

	$4hD$	$4hp$	$4hq$
$P = 1500$. a)	23460	+ 7726	−2724
- - - b)	18879	+ 5023	−2405
$P = 3000$. a)	25335	+ 1649	+3803
- - - b)	27071	−18327	+4821
Summe a)	48795	+ 9375	+1079
Summe b)	45950	−13304	+2417

In Summa verhalten sich also die Werthe ΣhD bei den Versuchen ohne und mit starker Ermüdung = 48795 : 45900; welches weniger abweicht, als nach unausgeglichenen Zufälligkeiten möglich gewesen wäre. Der Einfluss p hat bei $P = 1500$ nur wenig durch die Ermüdung an Positivität verloren; bei $P = 3000$ aber durch die viel stärkere Ermüdung einen Umschlag stark ins Negative erfahren. Der Einfluss q ist hier überall zu gering gegen D und p, um seiner Bestimmung einige Sicherheit beizulegen.

In den vorigen beiden Versuchsreihen ward die Ermüdung durch verlängerte Hebungsdauer der Gewichte bei den Versuchen selbst bewirkt. Zwei andere lange und mühsame Versuchsreihen habe ich angestellt, wo sie durch vorgängige Ermüdung bewirkt ward. Die erste hat, wahrscheinlich wegen eines nachher zu bezeichnenden Nebenumstandes, nicht ganz entscheidende Resultate gegeben; wogegen die zweite als eine entschiedene Bestätigung unseres Gesetzes anzusehen ist.

Die erste dieser Reihen (Januar bis im März 1856), welche ausserdem noch andere Zwecke hatte, als den Einfluss der Ermüdung zu constatiren, war eine einhändige, mit Linker und Rechter besonders ausgeführt. Das Hauptgewicht P war bleibend 1000 Grammen. Der Zusatzgewichte D wurden täglich 5 angewandt, 15, 20, 30, 40, 60 Grammen. 72 Versuchstage, jeder mit 640 Hebungen, wovon 64 auf jedes D mit Linker und eben so viel mit Rechter kommen. Jedes der 5 D's bildete nach der Reihe die Schlussab-

theilung des Tages; da aber 5 in 72 nicht aufgeht, und also einige *D*'s nicht so oft die Schlussabtheilung bilden als andere, so sind die Versuchszahlen nach Proportion so reducirt, als ob jedes *D* mit Rechter wie Linker 8 mal eine Schlussabtheilung von 64 Hebungen gebildet hätte, und also die ganze Reihe 80 Tage befasst hätte.

Nachdem jedes Tages die 640 Hebungen hinter einander ausgeführt worden, wurde jedesmal an demselben Tage in nachher zu bezeichnender Weise eine starke Ermüdung der Arme vorgenommen, und nun eine Zusatzabtheilung von 64 Hebungen hinzugefügt, welche nichts anderes als eine Wiederholung der letzten Abtheilung à 64 mit dem letztverwendeten *D* war, um zwischen beiden Abtheilungen, der ersten ohne, der zweiten nach Ermüdung einen Vergleich zu ziehen. So sind (unter Voraussetzung obiger Reduction) für jedes der 5 *D*'s 8 Abtheilungen à 64 Hebungen mit Linker und eben so viel mit Rechter im ermüdeten Zustande zum Vergleiche mit entsprechend unmittelbar vor der Ermüdung angestellten Abtheilungen erhalten worden. Ausserdem lassen sich die Resultate der Abtheilungen im ermüdeten Zustande mit den Resultaten der Gesammtheit der Abtheilungen vergleichen, welche an denselbeu Versuchstagen vor der Ermüdung erhalten worden.

Die Art, wie die Ermüdung ausgeführt wurde, ist von mir näher in den Berichten der sächs. Soc. 1857. S. 113 ff. beschrieben worden, indem diese Ermüdungsversuche zugleich zu Uebungsversuchen in Betreff der Muskelkraft dienten, die ich dort mitgetheilt habe*). Hier genügt es, zu sagen, dass zwei Bleigewichte jedes von circa 9½ Pfund Zollgewicht so lange im Tacte aus gesenkter Lage über den Kopf erhoben und wieder gesenkt wurden, bis die fernere Erhebung im Tacte unmöglich fiel; was im Fortschritte

*) Vielleicht hat es einiges Interesse, wenn ich bemerke, dass der starke Fortschritt der Uebung, der sich bei jener, im Jan. bis März 1856 angestellten, Versuchsreihe geltend gemacht hatte, bei Wiedervornahme der Hebungen an zwei aufeinanderfolgenden Tagen im Oct. 1858, nachdem inzwischen gar keine Uebung Platz gegriffen hatte, merklich wieder verschwunden war. Die frühere Reihe begann mit den Hebungszahlen 104 und 128 an den beiden ersten Versuchstagen, und stieg folgweise im Maximum bis 692; am 19. und 20. Oct. 1858 wurden bei gleicher Anstellungsweise der Versuche respectiv 122 und 118 erhalten.

der Versuche durch immer längere Zeit gelang. Jede Hebung dauerte 1 Sec., jede Senkung 1 Sec. Ungefähr 1 Minute nach Beendigung der letzten Schwingung, während welcher die entstandene allgemeine Aufregung sich etwas legte und manchmal der Puls gezählt ward, ging ich sofort zur Wiederholung der letzten Abtheilung über.

Hier folgt die Angabe der Werthe hD unter der Columne z im ermüdeten Zustande, unter u im unermüdeten blos berechnet aus den Abtheilungen, welche der Ermüdungsoperation jedesmal vorausgingen, unter U aus der Totalität jedes Versuchstages vor der Ermüdung; sämmtlich abgeleitet aus Fractionen mit $n = 64$ unter Unterscheidung der 4 Hauptfälle*):

hD

D	Linke.			Rechte.		
	U	u	z	U	u	z
15	2854	2447	3890	4044	2984	4822
20	4809	3349	4937	5698	4534	5801
30	7171	6570	4400	7593	7776	8233
40	8980	10485	11108	9052	13054	11693
60	13092	12352	11464	12112	14056	16470
Summe	36906	35203	35899	38499	42404	47019

Zieht man nun die untenstehenden Summenergebnisse als Definitivergebnisse in Betracht, so sieht man, dass bei der Linken die Werthe hD und mithin h merklich gleich mit und ohne Ermüdung sind, wogegen bei der Rechten sich nicht nur in den Summen, sondern allen Einzelwerthen (mit Ausnahme von U bei $D = 40$, welches offenbar zu gross ist) ein Uebergewicht der Werthe unter z über die unter u und U herausstellt. Und zwar haben die Werthe unter z bei der Rechten viel mehr Gewicht als bei der Linken, weil sie sich den D's nahe proportional zeigen, wie es normalerweise gefodert ist, wogegen die bei der Linken ganz un-

*) Obwohl diese Reihe hauptsächlich zur Untersuchung des Einflusses der Grösse von D angestellt war, hat sie doch ungeachtet ihrer Grösse in dieser Hinsicht viel weniger regelmässige Resultate gegeben, als andere kleinere Reihen, woran vielleicht die interponirten Ermüdungen selbst Schuld waren; doch geben die Werthe unter z bei der Rechten, mit Ausnahme für $D = 15$, sehr gut stimmende, d. h. den D's proportionale Werthe. Zu berücksichtigen ist dabei, dass für kleine D's überhaupt nur bei sehr grossen Versuchszahlen Sicherheit der Resultate zu erwarten ist.

regelmässig sind, was auf starke Störungen deutet. Namentlich sind bei der Linken die Werthe unter *z* bei $D = 30$ und $= 60$ offenbar viel zu klein, sowohl nach Verhältniss zu den übrigen Werthen unter *z* bei der Linken, als zu den ihnen entsprechenden der Rechten, und schliesst man sie aus, so zeigt sich auch bei der Linken *z* überall überwiegend über *u* und *U*. Es schiene daher aus diesen Versuchen mit ziemlicher Bestimmtheit hervorzugehen, dass durch eine möglichst weit getriebene Ermüdungsoperation die Unterschiedsempfindlichkeit für Gewichte etwas gesteigert wird.

Inzwischen erscheint der Unterschied im Verhältnisse zu der vorausgegangenen starken Ermüdung doch weder erheblich, noch in Betracht dessen, was die Linke gab, was die vorigen Reihen gaben und die folgende Reihe giebt, unzweideutig genug, um ihn nicht auf einen nachher anzuführenden Nebenumstand schieben zu können.

Zuvor aber wird es nicht ohne Interesse sein, auch bei dieser Reihe die Werthe *p* und *q* anzugeben. Sie waren im Mittel für die Versuche bei allen *D*'s in Grammen:

	p		*q*	
	Linke.	Rechte.	Linke.	Rechte.
U	−15,15	+ 7,88	−17,50	+0,20
u	−21,76	− 7,28	−13,23	−2,73
z	−35,81	−13,92	−14,69	+0,72

Hienach hat der Einfluss *p* im Uebergange von *U* zu *z* bei der Linken um 20,66, bei der Rechten um 21,80 Grammen, also bei beiden merklich um gleich viel, bei der Rechten aber unter Umkehr, in negativem Sinne zugenommen, was den starken Einfluss der Ermüdungsoperation auf die Verhältnisse der Schätzung beweist, und zugleich ein bemerkenswerthes Beispiel für die Weise, wie sich solche Veränderungen ereignen, ist. Schon im Uebergange von *U* zu *u* bemerkt man eine Aenderung in derselben Richtung, indem *u*, blos auf die Schlussabtheilung bezüglich, schon eine gewisse Ermüdung im Verhältnisse zu *U*, welches sich auf das Mittel aller Versuche bezieht, mitgeführt hat. (Die blossen Anfangswerthe habe ich nicht besonders untersucht.)

Was den fraglichen Nebenumstand anlangt, so könnte er in Folgendem liegen:

Durch das Schwingen der Gewichte werden nicht blos die Muskeln ermüdet, sondern zugleich der ganze Organismus aufgeregt, was sich durch einen ungeheuer vermehrten Puls zu erkennen gab, der unmittelbar nach vollendetem Schwingen immer so schnell und klein war, dass ich ihn meist nicht zu zählen vermochte; aber einigemale bis zu 150 Schlägen und noch darüber in der Minute gefunden habe. Hingegen hatten die Hebungsversuche mit den Gefässen von 1 Kilogr. Gewicht unter Normalumständen während ungefähr 1 Stunde vor der gewaltsamen Ermüdungsoperation oder ohne nachfolgende Ermüdung keinesweges denselben vermehrenden Einfluss auf den Puls. Im Gegentheile war unter 29 Versuchstagen der jetzigen und einer nachbarlichen Reihe, wo ich den Puls gleich vor und gleich nach den Versuchen (in derselben Körperstellung und unter gleicher Haltung des Armes) bestimmte, der Puls 21mal häufiger vor als nach den Versuchen, und betrug im Mittel vorher 87,8, nachher 85,2. Diese Verminderung mag vielleicht an dem langsamen gleichförmigen Tacte des Verfahrens hängen, und ein schnellerer Tact möchte ein anderes Resultat gegeben haben.

Was die Vermuthung unterstützt, dass eine durch vermehrte Pulszahl angezeigte Aufregung einen steigernden Einfluss auf die Unterschieds-Empfindlichkeit äussere, sind folgende Erfahrungen: Mein Puls war während der vorigen Versuchsreihe sehr veränderlich nach Tagen, was bei der sehr gleichförmigen Lebensweise, die ich führe, wohl nur davon herrühren konnte, dass die täglich wiederholte gewaltsame Ermüdungsoperation ihren Einfluss über die ganze Zeitdauer der Versuchsreihe, aber in veränderlicher Weise forterstreckte. Leider habe ich es, da die Rücksicht auf den Puls mir erst später beifiel, in den früheren Theilen der Reihe versäumt, ihn zu bestimmen und aufzuzeichnen; doch ist es in den letzten 14 Tagen derselben geschehen. Unmittelbar vor Beginn der täglichen Morgen-Beobachtungsstunde ward er gezählt, und nach Schluss derselben, vor der Ermüdung, wieder und hieraus das Mittel genommen. Stelle ich nun diese erhaltenen 14 Mittel mit den richtigen Zahlen der 14 Beobachtungstage, die an allen Tagen vergleichbar blieben, zusammen*), so zeigt

*) Die richtigen Zahlen sind folgends für alle 4 Hauptfälle und alle 5 *D*'s desselben Tages addirt.

sich zwar kein genau entsprechender Gang, aber doch ein deutliches Uebergewicht richtiger Zahlen im Ganzen für die Tage mit grösserer Pulszahl. Ich erhielt nämlich, geordnet nach der Grösse der richtigen Zahlen r, folgende correspondirende Werthe (für $n = 640$)

	r	Pulszahl *)	r	Pulszahl
	411	75,87	446	81,75
	416	95,5	453	88
	431	84,5	457	86,5
	434	79,25	463	90,75
	438	74,25	471	96,5
	439	75,87	483	93,65
	440	88,25	487	82,5
Summa	3009	573,49	3260	619,65

Hienach entsprachen sich für die 7 Tage mit dem niedrigsten r im Mittel

$$r = 429{,}9, \text{ Puls } 81{,}92$$

und für die 7 Tage mit dem höchsten r

$$r = 465{,}7, \text{ Puls } 88{,}52$$

die Mitteltemperatur der ersten 7 Tage während der Beobachtungszeit war $15^0{,}21$ C., die der letzten 16^0 C.

Unstreitig ist die Zahl dieser Fälle nicht gross genug, um das Resultat zu sichern; doch verstärkt ein ähnlicher Erfolg bei der folgenden Reihe das Ergebniss der vorigen, wie ich unten anführe.

Da das Resultat der vorigen Reihe in Bezug auf die Frage unseres Gesetzes nicht entscheidend war, so stellte ich noch eine andere vergleichungsweise Versuchsreihe mit und ohne Ermüdung unter anderer Form (Nov. 1858) an. Es war eine 16tägige, oder, mit Einschluss der versuchsfreien Tage, da blos einen Tag um den anderen Versuche angestellt wurden, 32tägige zweihändige Versuchsreihe. $P = 1000$, $D = 60$ Grammen, normale Umstände. Gesammtzahl der Hebungen 16. 10. 64 = 10240. Die Ermüdung wurde hier mit langsameren Hebungen der schweren Gewichte in nachher anzugebender Weise so vorgenommen, dass bei sehr starker Ermüdung die Pulszahl doch ohne Vergleich weniger

*) Die Bruchwerthe der Pulszahl rühren von der Mittelziehung und daher, dass die Pulszahl theilweise aus einer Zählung durch ein paar Minuten bestimmt und auf 1 Min. reducirt wird.

sich erhöhte als bei der vorigen Reihe; auch wurde die Ermüdungsoperation nicht blos auf beiden Armen zusammen, wie in der vorigen Reihe, sondern auch einseitig auf jeden Arm für sich angewandt, und die Resultate verglichen. Die ganze Einrichtung der Versuche war diese.

An jedem Versuchstage Morgens wurde, nach zuvoriger Pulszählung durch 1 Minute, mit 4 zweihändigen Abtheilungen à 64 Hebungen begonnen; dann der Puls wieder durch 1 Minute gezählt; dann ein Arm allein ermüdet; und dann 2 zweihändige Abtheilungen à 64, ganz eben so wie die vor Ermüdung, ausgeführt; dann der andere Arm ganz eben so ermüdet; dann wieder 2 zweihändige Abtheilungen angestellt; dann beide Arme zusammen ermüdet, und abermals zwei solche Abtheilungen angestellt. Nach jeder Abtheilung ward immer wieder der Puls, aber nur jedesmal durch ½ Minute gezählt, und das Zusammenzählen der Fälle erst vor der neuen Ermüdung vorgenommen, so dass die zwei zusammengehörigen Abtheilungen nach jeder Ermüdung nur durch ½ Minute Pulszählung unterbrochen sind.

Im Ganzen also wurden täglich 4 Abtheilungen à 64 ohne Ermüdung, 6 nach Ermüdung angestellt. Die 4 vor Ermüdung machten den Anfang, die 2 nach zweihändiger Ermüdung den Schluss jedes Versuchstages; zwischen beide treten die 4 Abtheilungen nach einseitiger Ermüdung. Hiebei ward mit beiden Armen in der Weise gewechselt, dass, wenn an einem Tage zuerst die Linke ermüdet ward, diess am folgenden Versuchstage mit der Rechten geschahe.

Die Zwischenzeit zwischen der Ermüdung und dem Beginne der Hebung der Gefässe betrug immer nur die halbe Minute der Pulszählung mit ein paar Secunden mehr zum Weglegen des Bleigewichtes oder der Bleigewichte und Uebergang zu den Gefässen. Die Ermüdung selbst ward wie folgt ausgeführt.

Bei der einseitigen Ermüdung ward ein Bleigewicht von 9½ Pfd. Zollgewicht langsam nach dem Zähler während 4 Sec. aus der ganz gesenkten Lage bis zur Horizontale der Schulterhöhe erhoben und während 4 Sec. wieder gesenkt. Der Arm ward dabei vor mich hin, nicht seitlich, ausgestreckt. Diess ward so oft wiederholt, bis die Hebung nicht mehr gieng; dann ward ½ Min. pausirt, und wieder ermüdet, bis es nicht mehr gieng, so 5mal hinter einander, jedesmal mit ½ Min. Zwischenzeit. Diese 5 Er-

müdungen (Fractionen) rechne ich als eine einzige Ermüdungsoperation. Die Langsamkeit der Hebung hatte den Zweck, die Pulszahl minder zu steigern, die Wiederholung, die Ermüdung zu summiren. Die Zahl der möglichen Hebungen nahm bei diesen 5 Ermüdungsfractionen derselben Ermüdungsoperation wegen der sich summirenden Ermüdung ab, stark von der ersten zur zweiten, nur noch wenig bei den folgenden Fractionen. Die Linke konnte, namentlilch vom Anfange der Versuchsreihe herein, beträchtlich weniger Hebungen vollführen als die Rechte, näherte sich aber im Laufe der Versuchsreihe allmälig derselben; auch machte sich sonst Uebung geltend. Die gleichzeitige Ermüdung beider Arme geschahe ganz in derselben Weise als die eines Armes, nur dass zwei Gewichte à 9¼ Pfd. zugleich erhoben wurden. Da die Linke schwächer war, als die Rechte, so wurde den Hebungen mit beiden Armen immer durch die vorwiegende Ermüdung der Linken das Ziel gesetzt, wie das unmittelbare Gefühl ergab.

Es würde vielleicht einiges Interesse haben, die bei diesen, ganz methodisch und an allen Tagen vergleichbar ausgeführten, Ermüdungen beobachteten Verhältnisse zu specificiren, auch habe ich unten Anlass zu einigen Angaben in dieser Hinsicht. Was jedoch wesentlich hieher gehört, ist nur, dass in jeder der 3 täglichen Ermüdungsoperationen die Ermüdung 5mal mit je ½ Min. Zwischenzeit wiederholt, und ½ Min. nach Schluss jeder Operation zu den Hebungen der Gefässe geschritten ward. Ausserdem bemerke ich noch, sofern abwechselnd nach Tagen die Ermüdung zuerst mit der Linken und Rechten ausgeführt ward, dass Ermüdung des einen Armes keinen vermindernden Einfluss auf die Hebungszahl des schweren Gewichtes äusserte, welche (ungefähr 12 Min. nachher) mit dem anderen Arme erhalten wurde, indem die Hebungszahl des schweren Gewichtes durchschnittlich gleich ausfiel, mochte der Arm der zuerst oder zuzweit ermüdete sein, und dass die Hebungszahl beider schweren Gewichte bei schliesslicher gleichzeitiger Ermüdung beider Arme nur wenig kleiner war, als bei Ermüdung des linken Armes allein.

In Betreff der Pulsverhältnisse ist Folgendes zu bemerken: Dass durch starke Körperanstrengung die Pulsfrequenz augenblicklich erhöht wird, ist eine bekannte Sache; aber befremdend war mir, und scheint mir nicht ohne Interesse, dass die durch die gewaltsame Anstrengung

hervorgerufene vermehrte Pulsfrequenz sich in gewissem Grade auch durch die versuchsfreien Tage forterstreckte, daher an den Versuchstagen noch vor den Versuchen wiedergefunden wurde, dass diese bleibende Erhöhung während des Versuchsmonates wuchs und dass sie sich noch lange nach Schluss der Versuchsreihe, sehr allmälig abnehmend, forterhielt. Es war diese, im Laufe der Versuchsreihe mehr und mehr wachsende Pulsfrequenz ein Hauptgrund für mich, von der ferneren Fortsetzung auch dieser Ermüdungsversuche, die ich mit einer gewissen Abänderung beabsichtigt hatte, abzusehen. Um so weniger glaubte ich, eine weitere Pulserhöhung ohne Nachtheil vertragen zu können, als ich anfieng zu fühlen, dass mein Kopf durch die gewaltsamen Ermüdungsoperationen angegriffen ward; was kein zu grosses Wunder war, da das Blut bei den letzten mühsamen Hebungen jeder Operation stark nach dem Kopfe getrieben ward, und dieser nach einem früheren Leiden bei mir zu den schwächeren Theilen gehört, wogegen meine sehr gesunde Brust keinen Nachtheil empfand. Diess Angegriffensein des Kopfes zeigte sich in einem nicht bestimmt zu charakterisirenden Gefühle, und einiger Verstärkung des Ohrenbrausens, an dem ich habituell leide, hatte jedoch keine nachhaltige Folge, nachdem die Versuchsreihe eingestellt worden.

Die allmälige Steigerung der Pulsfrequenz während der Versuchsreihe stand nun in Verbindung mit einer allmäligen Steigerung der richtigen Zahlen *r* in den 4 Abtheilungen, die der Ermüdungsoperation an den Versuchstagen vorausgiengen, allerdings wiederum keineswegs regelmässig; aber doch ziemlich deutlich in einer gegenseitigen Abhängigkeit. Denn, nachdem ich schon seit mehreren Jahren Empfindlichkeitsversuche mit Gewichten anstelle, kann diess nicht von einem Fortschritte der Uebung abhängig gemacht werden.

Hier folgt die Zusammenstellung der Pulszahl mit den richtigen Zahlen für die 16 Versuchstage der eigentlichen Versuchsreihe, getheilt in zwei Fractionen I, II. Hinzugefügt sind noch die Zahlen für 7 vorläufige und 2 nachträgliche Versuchstage, welche hinsichtlich des Pulses und der vor der Ermüdung angestellten 4 Versuchsabtheilungen mit denen der 16tägigen Reihe ganz vergleichbar sind, indess die nachherige Ermüdung unter anderen Formen, und hauptsächlich nur zu einer vorläufigen und nachträglichen Orientirung angestellt wurde, daher die nach der Ermüdung erhaltenen Resultate folgends nicht mit angeführt sind. An den beiden ersten der 7 vorläufigen Versuchstage ist blos der Puls vor der Ermüdung gezählt, aber keine Hebungsversuche mit den Gefässen zur Prüfung der Empfindlichkeit angestellt. Die richtigen Fälle *r* sind wie immer aus den 4 Hauptfällen zusammengezählt.

7 vorläufige Versuchstage.

Datum.	Puls vor Ermüdung.	r ($n = 256$)
19. Oct.	87,5	keine Vers.
20. -	85,5	keine Vers.
21. Oct.	89,25	154
23. -	91,5	155
25. -	97,5	165
27. -	102,5	152
29. -	81	153
Mittel	92,35	155,8

16 Hauptversuchstage.

I			II		
Datum.	Puls vor Ermüd.	r ($n = 256$)	Datum.	Puls vor Ermüd.	r ($n=256$)
1. Nov.	97	158	17. Nov.	86	172
3. -	93,75	163	19. -	100,5	199
5. -	103,5	204	21. -	89,5	178
7. -	75,5	180	23. -	94,5	191
9. -	97	169	25. -	103,5	198
11. -	87,5	165	27. -	102,5	177
13. -	91	177	29. -	94	191
15. -	95	183	1. Dec.	107	183
Mittel	92,53	174,9	Mittel	97,19	186,1

2 nachträgliche Versuchstage.

Datum.	Puls vor Ermüdung.	r ($n = 256$)
3. Dec.	98	175
5. -	100,5	170

Nimmt man das Mittel für die 7 kleinsten, 8 mittlen und 8 höchsten Werthe von r mit dem zugehörigen Pulse, so hat man (unter Beifügung der mittlen Versuchstemperatur)

r	Puls	Temp.
157,1	93,1	16,6° C.
172,9	95,5	16,7° -
191,1	96,7	16,2° -

Nach dem 5. Dec., wo die letzte Ermüdung stattfand, habe ich den Puls nicht wieder gezählt, bis ich am 19. Dec. eine neue Versuchsreihe ohne Ermüdungsoperationen begann, d. i. die ein- und zweihändige mit $P=2000$ und 3000 Grammen, deren Resultate S. 195 ff. angegeben sind. Als ich nun hier (und in der nächstfolgenden Reihe) wieder den Puls vor und nach der

Versuchszeit jedes Tages untersuchte, fand ich immer noch eine ungewöhnlich hohe Pulsfrequenz, ungeachtet vom 5. bis 19. Dec. keine Versuche überhaupt Platz gegriffen hatten. Diese Frequenz nahm nachher langsam, aber, in dem Mittel von je 8 Tagen, continuirlich ab, verhielt sich nämlich, als Mittel vor und nach den Hebungen der Gefässe bestimmt, in den Mitteln von je 8 Tagen, wie folgt:

	Puls	Temp.
19. Dec. bis 26. Dec.	104,16 *)	17°,16 C.
27. - - 3. Jan.	101,11	16°,81 -
4. Jan. - 11. -	98,79	15°,49 -
12. - - 19. -	98,78	16°,49 -
20. - - 27. -	89,46	18°,10 -
28. - - 4. Febr.	87,78	17°,18 -

Auch bei dieser subsequenten Versuchsreihe ergab eine Zusammenstellung der Pulszahlen für die 16 grössten und 16 kleinsten richtigen Zahlen, bei vergleichbaren Versuchsumständen zusammengenommen, einen, jedoch nur geringen Vortheil für die grösseren Pulszahlen; nämlich im Ganzen (bei $n = 8192$)

r	mittl. Pulszahl.
5732	96,88
6147	98,18.

Hienach scheint mir ein gewisser Zusammenhang der Zunahme der Zahlen r mit der Zunahme der Pulsfrequenz mindestens sehr wahrscheinlich.

Alles Folgende bezieht sich wieder nur auf die 16 Hauptversuchstage der Reihe, die uns jetzt zunächst beschäftigt. Die Pulszahl vor und nach den vier ersten, der Ermüdung vorgängigen, Versuchsabtheilungen insbesondere fand sich so gut wie gleich, nämlich in Summa für die 16 Tage vorher 1517,5, nachher 1518; im Mittel vorher 94,84, nachher 94,88, so dass also die Hebungen der Gefässe von 1 Kilogr. Gewicht gar keinen Einfluss auf den Puls äusserten.

Der Puls unmittelbar nach den drei, durch je zwei Versuchsabtheilungen getrennten, Ermüdungsoperationen (von ½ Min. auf 1 Min. reducirt) war im Mittel

	nach 1. Ermüdung.	nach 2. Ermüdung.	nach 3. Ermüdung.
In I.	100,4	106,5	112,1
In II.	108	105,1	115,4

Also hatte (nach Vergleich mit Tabelle S. 318) der Puls nach der 1. Ermüdungsoperation nur um etwa 8 bis 10 Schläge, etwas mehr nach den folgenden gegen den unermüdeten Zustand zugenommen, jedesfalls wenig gegen die ungeheure Erhöhung bei der vorigen Reihe. Auch hier zeigte sich

*) Folgendes die Zahlen der einzelnen 8 Tage. 92,75; 109,5; 103,5; 106; 107; 113,5; 97; 104.

im Ganzen eine Vermehrung von der Fraction I zu Fraction II. Endlich waren die mittleren Pulszahlen, respectiv (1), (2), nach der 1. und 2. Versuchsabtheilung, welche den Ermüdungsoperationen folgten, folgende:

	1. Ermüd.		2. Ermüd.		3. Ermüd.	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
I.	96,5	97,5	98,3	97,5	101	99,9
II.	100	99,9	100,9	101,5	101,8	101

So viel über die Pulsverhältnisse.

Da bei der vorigen Versuchsreihe (S. 309) trotz der ausnehmend starken momentanen Pulserhöhung durch die Ermüdungsoperation doch nur eine nicht sehr starke, nicht einmal ganz unzweideutig davon abhängige, Vermehrung der Zahlen *r* und demgemässe Vergrösserung von *hD* eingetreten war, so liess sich von der verhältnissmässig so viel geringeren momentanen Pulserhöhung bei der jetzigen Reihe um so weniger eine solche erwarten; und also der Einfluss der Ermüdung reiner beurtheilen. Hier folgt nun der Vergleich der Resultate in dieser Hinsicht vor und nach Ermüdung. Alle Resultate sind auf 8 *hD* reducirt, die vor Ermüdung aber aus dem doppelten Werthe abgeleitet, und für die 4 Abtheilungen nach ihrer Zeitfofge an jedem Tage specificirt, bei den Angaben nach Ermüdung für Linke und Rechte ist durch Zuerst und Zuzweit unterschieden, ob die betreffende Hand die zuerst oder zuzweit ermüdete war

8 *hD* vor Ermüdung.

1. Abth.	28096
2. -	35273
3. -	32613
4. -	30930
Mittel	31727,4

8 *hD* nach Ermüdung folgender Hand.

	Linke.	Rechte.
Zuerst. 1. Abth.	34681	26760
- 2. -	30063	31288
Zuzweit. 1. -	30888	40731
- 2. -	34602	30175
Mittel	32558	32239

8 hD nach Ermüdung beider Hände.

I. Fraction	1. Abth.	26425
	2. -	31322
II. Fraction	1. -	30932
	2. -	30827
	Mittel	29877

Man sieht, dass die Resultate vor und nach Ermüdung sich in keiner in Betracht kommenden Weise unterscheiden, dass also das Parallelgesetz sich wohl bestätigt.

Hiegegen hatten die Werthe 8 hp, 8 hq höchst bedeutende Veränderungen durch die Ermüdung erlitten (hp wie gewöhnlich in negativer Richtung), deren Detail ich jedoch, da die Mittheilung und Discussion nicht ohne Umständlichkeit geschehen könnte, hier übergehen muss.

Nur folgenden Punct glaube ich als unerwartet anführen zu müssen. Da man nach Ermüdung allgemein gesprochen eine Last schwerer als sonst spürt, so schien zu erwarten, dass nach einseitiger Ermüdung diess auch einseitig sich geltend machen, und mithin in den Abtheilungen nach einseitiger Ermüdung der Linken hq sich in positivem, nach einseitiger Ermüdung der Rechten in negativem Sinne gegen die Abtheilungen ohne Ermüdung geändert zeigen würde; und zwar musste diese Aenderung am stärksten an den Tagen erwartet werden, wo die Ermüdung der betreffenden Hand eher als die der anderen stattfand, also eine vorgängige Ermüdung der anderen Hand noch keine Gegenwirkung zurückgelassen hatte, dazu am stärksten in der ersten, der Ermüdung am nächsten liegenden, Portion (Hälfte) der auf die Ermüdung (nach ½ Min. Zwischenzeit) folgenden Abtheilung. Die Untersuchung dieser Portion giebt aber das Resultat, dass hq sich beidesfalls, sowohl nach einseitiger Ermüdung der Rechten als der Linken, in positivem Sinne geändert hat, nur nach Ermüdung der Linken unvergleichlich mehr als nach Ermüdung der Rechten. Auch nach der, den Schluss bildenden, zweiseitigen Ermüdung zeigt hq der ersten Portion sich in positiver Richtung gegen den unermüdeten Zustand geändert, weniger aber, als nach einseitiger Ermüdung der Linken, mehr als nach einseitiger Ermüdung der Rechten. Diess nun ist meines Erachtens so zu deuten. Die Ermüdung hatte überhaupt einen allgemeinen Einfluss der Art, dass hq in positiver Richtung wuchs; dieser ward durch die einseitige Ermüdung der Linken gesteigert, durch die der Rechten vermindert. Worauf jener allgemeine Einfluss beruht, ist unbekannt; der Sinn jener Vermehrung und dieser Verminderung aber entspricht wirklich dem, was von vorn herein zu erwarten war.

Alle vorigen Resultate bezogen sich auf zeitliche Abänderungen der Empfindlichkeit durch Ermüdung. Für die Frage, inwiefern Theile mit grösserer absoluter Empfindlichkeit für Gewichte

zugleich grössere Unterschiedsempfindlichkeit besitzen, kann man Versuche von E. H. Weber in Betracht nehmen; indem man die Resultate, die er nach der Methode der eben merklichen Unterschiede*) an gegebenen Theilen erhielt, mit denen vergleicht, die er an denselben Theilen nach der Methode der Aequivalente**) erhielt; sofern erstere Methode sich auf die Unterschiedsempfindlichkeit, letztere auf die absolute Empfindlichkeit bezieht.

Wurde auf folgende Theile jeder beiden Körperseiten eine Säule von 6 Speciesthalern gesetzt, so ward der Gewichtsunterschied empfunden, wenn auf einer Körperseite weggenommen ward folgende Zahl Species, welche hiemit den eben merklichen Unterschied bezeichnen:

Volarfläche der Finger .	1
Fusssohle, capit. metatars.	1
Schulterblatt	2
Ferse	3
Hinterkopf	4

Andererseits waren einander äquivalent, d. h. wurden als gleich schwer empfunden folgende Gewichte in Unzen auf folgenden Theilen:

Volarfläche der Finger	4	und Fusssohle (cap. metat.)	10,4
– – –	3	– Schulterblatt . . .	8
– – –	4	– Ferse	8,8
– – –	4,5	– Hinterkopf	5

Man sieht, dass hier nicht das geringste Entsprechen beider Skalen stattfindet. Der eben merkliche Unterschied auf Finger und Fusssohle ist gleich, indess die als gleich empfundenen Gewichte sich auf beiden Theilen wie 4 und 10,4 verhalten. Umgekehrt sind die als gleich empfundenen Gewichte auf Finger und Hinterkopf fast gleich, indess der eben merkliche Unterschied sich wie 1 : 4 verhält.

Nun können unstreitig derartige Versuche nur als entscheidend gelten, wenn sie unter strenger Vergleichbarkeit der Umstände angestellt sind; was hier nicht vorauszusetzen, da die Absicht nicht auf eine Vergleichung der Resultate beider Methoden gerichtet war, und die Versuche zu verschiedenen Zeiten, vielleicht

*) *Progr. coll.* p. 96.
**) Ibid. p. 97.

auch an verschiedenen Personen angestellt sind; indess lässt sich doch kaum denken, dass bei einem wirklich parallelen Gange der absoluten und Unterschieds-Empfindlichkeit solche Discordanzen sollten überhaupt möglich sein.

2) Erfahrungen im Gebiete der Lichtempfindung.

Im Gebiete der Lichtempfindung fehlt es zwar noch ganz an directen Versuchen, inwiefern das Parallelgesetz gültig sei; aber es liegen mancherlei Thatsachen vor, die mit der Frage desselben in Beziehung stehen, und hier mit Bezug darauf besprochen werden sollen, indem sich theils fragt, ob und wie sie mit dem Gesetze bestehen, theils wiefern sie zur Bestätigung desselben dienen können, theils welche Erläuterung sie dadurch erhalten.

Zuvörderst kann man geneigt sein, eine allgemein bekannte Thatsache gegen das Parallelgesetz geltend zu machen, die schon im Kapitel über das Weber'sche Gesetz berührt ward, deren weitere Erörterung aber hieher verschoben ist. Durch längeren Aufenthalt im Dunkel gewinnt man an Fähigkeit, im Dunkeln zu sehen, durch längeren Aufenthalt im Hellen verliert man diese Fähigkeit. Was heisst aber, im Dunkeln sehen? Ein Licht, was sich photometrisch nur wenig vom Nachtdunkel unterscheidet, doch noch davon unterscheiden. Denn in der That handelt es sich hiebei nicht blos um einen absoluten Eindruck, sondern einen Unterschied; da auch das Nachtdunkel noch seinen photometrischen Werth hat. Es schiene also doch, dass Ermüdung des Auges durch den Lichtreiz auch die Empfindlichkeit für Unterschiede abstumpft.

Ungeachtet die Thatsache selbst als notorisch keiner ausführlichen Belege bedarf, stelle ich doch hier einschaltungsweise Einiges darüber zusammen, was dieselbe unter besonders auffälligen oder interessanten Formen hervortreten lässt.

»Buffon erzählt, dass ein Officier in einem Gefängnisse, zu dem nur selten von oben Licht zutreten konnte, so lange als Lebensmittel hinabgereicht wurden, schon nach einigen Monaten die Mäuse sehen konnte. Nach einigen Monaten in Freiheit gesetzt, musste er sich sehr langsam an das Licht gewöhnen. Ein Mensch, der 33 Jahre gefangen gesessen hatte, konnte in der Nacht die kleinsten Objecte sehen, bei Tage nichts. (Ruete, Ophthalmol., nach Larrey *Mém. de Chir. méd. Vol. I. p.* 6).«

V. Reichenbach giebt in seinen Schriften über das sog. Od an, dass gewisse Personen, sog. Sensitiven, im vollkommenen Dunkel an den Polen

starker Magnete flammenähnliche Lichterscheinungen, am Nordpole eine blaue und blaugraue, am Südpole eine rothe, rothgelbe und rothgraue wahrnehmen, dass sie auch die Spitze von Krystallen, lebende menschliche, thierische und pflanzliche Körper, ganz besonders die Fingerspitzen, Metalle, Schwefel, Flüssigkeiten, die im chemischen oder Krystallisationsacte begriffen sind, u. s. w. leuchten sehen. Endlich kommt der Verf. (sensit. Mensch II. S. 192) zu dem Resultate, dass alle Körper der Erde überhaupt im Dunkeln Licht, für die Sensitiven spürbar, ausgeben, die einen nur mehr, die anderen weniger.

Es ist hier nicht der Ort, auf die Frage, inwiefern Reichenbach's Od als besonderes Agens Realität hat, einzugehen; seinen Erfahrungen über das im Dunkeln von manchen Personen wahrnehmbare Licht scheint mir an sich nichts entgegenzustehen; hier aber erwähne ich derselben namentlich nur insofern, als Reichenbach als ausdrückliche Bedingung der Wahrnehmung des Lichtes nicht nur absolute Verdunklung des Beobachtungszimmers, sondern auch bei minder Sensitiven längeren Aufenthalt darin angiebt, bevor etwas gesehen werden kann. Nach seiner Angabe fangen im vollkommenen Dunkel Hochsensitive nicht selten sofort oder nach 5 bis 10 Minuten, Mittelsensitive erst nach ½ bis 2 oder 3 Stunden an Odlicht zu sehen.

Ich selbst und überhaupt ältere Personen erinnern sich noch recht wohl, dass man früher sich zur Abendbeleuchtung am Familien- und Schreibtische mit einem Talglichte zu begnügen pflegte. Jetzt, nachdem die hellere Lampenbeleuchtung gewöhnlich geworden ist, hält man diess für einen Augenverderb; man vermag nicht mehr ohne Anstrengung dabei zu sehen.

Von einer Fabrik, welche so eingerichtet war, dass ein Theil der Arbeiten von den Arbeitern zu Hause verrichtet ward, ist mir Folgendes erzählt worden. Der früheren schlechteren Beleuchtung in der Fabrik ward eine hellere substituirt. Es währte nicht lange, so verlangten die Arbeiter nach der früheren schlechteren Beleuchtung zurück, weil sie mit der gewöhnlichen schwachen Beleuchtung, die sie sich zu Hause verschaffen konnten, nicht mehr auszukommen vermochten.

Aubert in s. Beitr. z. Kenntniss des indirecten Sehens*) bemerkt Folgendes: »Ist man Tage lang in einem stark verdunkelten Zimmer, so schätzt man es ebenso hell, als ein vielleicht zehnmal helleres Zimmer früher geschätzt wurde. Ich habe selbst ein frappantes Beispiel davon erlebt. Als ich in meinem 14. Jahre der Masern wegen über 8 Tage lang in einem so verfinsterten Zimmer sein musste, dass die Eintretenden darin wie im Finstern umhertappten, kam es mir nach einigen Tagen sehr hell vor und da mich die Langeweile sehr plagte, so griff ich nach einer ziemlich kleinen Landkarte mit feiner Schrift; ich konnte hier die Farben ganz gut sehen und die feine Schrift überall so gut lesen, wie sonst bei gewöhnlicher Tagesbeleuchtung. Ich holte mir auch Bücher in mein Bett, wurde aber nie damit ertappt, denn die Eintretenden sahen das Buch überhaupt nicht, auch wenn sie einige

*) Moleschott, Unters. IV. S. 224.

Minuten im Zimmer gewesen waren. Ich bemerke dabei, dass meine Augen durchaus nicht krankhaft afficirt waren «

Förster*) bemerkt bezüglich der Anwendung des S. 275 beschriebenen photometrischen Apparates, wobei man die schwächste Beleuchtung aufsucht, bei der ein kleines schwarzes Rechteck auf weissem Grunde noch erkannt wird (p. 13): »Im Anfange der Untersuchung bedarf Jeder, wenn er nicht vorher längere Zeit jeden helleren Lichteindruck vermieden hat, einer grösseren Lichtquantität zum Erkennen desselben Objectes, als wie nach einer Viertelstunde. Blickt der Beobachter dann nur während einer Secunde auf eine heller erleuchtete Fläche oder gar in die Lichtflamme, so ist seine Sehschärfe für die nächsten Minuten bereits um eine Anzahl Grade gesunken, bis eine abermalige Ruhe durch Ausschluss helleren Lichtes die Energie der Retina wieder hebt. Höchst auffallend ist es, wie dabei das Centrum der Retina besonders leicht afficirt wird.«

Alle diese Erfahrungen scheinen direct gegen die Gültigkeit des Parallelgesetzes im Gebiete der Lichtempfindung zu sprechen; indem sich durch Abstumpfung für den Lichtreiz zugleich die Empfindlichkeit für Lichtunterschiede geschwächt zeigt; denn wie bemerkt ist die Erkenntniss von schwachen Lichtscheinen oder lichtschwachen Gegenständen im Dunkeln eben nichts anderes als eine Unterscheidung derselben vom dunkeln Grunde; und diese findet mit abgestumpftem Auge nicht mehr statt.

Aber man sieht leicht, dass diese Abweichung vom Parallelgesetze unter ganz analogen Verhältnissen stattfindet, als die Abweichung vom Weber'schen Gesetze an dessen unterer Gränze. So wie eine oder beide Componenten sich dem Schwarz nähern, hört das Weber'sche wie das Parallelgesetz auf, gültig zu sein. Wir nehmen aber die Gültigkeit des Parallelgesetzes nicht innerhalb weiterer Gränzen in Anspruch, als die des Weber'schen.

Es wird sich nur fragen: 1) ob sich für die untere Gränze des Parallelgesetzes auch ein entsprechender Grund, als für die des Weber'schen finden lässt; 2) ob die Abweichung für höhere Lichtgrade eben so wie beim Weber'schen Gesetze verschwindet.

Beides lässt sich meines Erachtens bejahen. Was das Erste anlangt, so fasse ich den Gegenstand aus folgendem Gesichtspuncte.

Der äussere Lichtreiz stumpft für die Wirkung des äusseren Lichtreizes ab; aber das Augenschwarz nimmt hiebei verhältnissmässig wenig an Dunkelheit zu; also wird der relative Unterschied der Wirkung eines äusserlichen Lichtes dagegen geringer. In der

*) Ueber Hemeralopie p. 13. 32.

That kann sich das Augenschwarz nur bis zu gewissen Gränzen vertiefen, wie es im Nachbilde heller Objecte allerdings der Fall ist, aber nicht erlöschen; und selbst beim vollen schwarzen Staare, wo das stärkste äussere Licht keinen Eindruck mehr macht, wird noch Schwarz gesehen, ja scheinen unter Umständen noch Farben gesehen werden zu können. Auch leuchtet an sich ein, dass die Netzhaut, die Nerven und sonstigen Theile, welche die Ueberleitung des Reizes zum Gehirne bewirken, durch eine Menge Ursachen gelähmt oder undurchgängig werden können, so dass der äussere Reiz keine oder nur eine schwache innere Erregung hervorruft, ohne dass die Centraltheile, an deren Erregung die Empfindung des Augenschwarz hängt, desshalb wesentlich leiden.

Schwächt sich nun durch die Abstumpfung das innere Augenlicht nicht erheblich oder jedesfalls in viel minderem Grade als der äussere Eindruck, so muss diess einer relativen Erhellung des Augenschwarz bei gleichbleibendem Lichteindrucke äquivalent wirken, und beim vollen schwarzen Staare, welcher als der höchste Grad der Abstumpfung zu betrachten ist, kann selbst der stärkste Eindruck nicht mehr vom Augenschwarz unterschieden werden, weil keiner mehr gemacht wird, indess das innere Augenschwarz noch fortbesteht; eben so wie durch ganz dunkle Gläser der Unterschied der Lichter mit den Lichtern zugleich für die Wahrnehmung verschwindet.

Soll diese Erklärung triftig sein, so kann man die Bestätigung in folgender Folgerung verlangen: dieselben Personen, welche wegen abgestumpfter Reizbarkeit im Finstern oder Dämmerlichte schlecht sehen, d. h. schlecht unterscheiden, müssen eben so gut als solche mit nicht abgestumpfter Reizbarkeit darin unterscheiden, wenn der Lichteindruck der Componenten nur überhaupt stark genug ist, dass die Helligkeit des Augenschwarz dagegen als verschwindend angesehen werden kann. Dass aber dem wirklich so sei, dafür lassen sich positive Thatsachen anführen, welche um so beweisender erscheinen, als sie ohne Beziehung zur vorstehenden Theorie und ohne Kenntniss derselben veröffentlicht worden sind.

Förster in s. Abhandlung über Hemeralopie sagt (p. 33): »Man sehe des Abends bei heller Lampenbeleuchtung mehrere Minuten lang mit einem Auge auf ein weisses Blatt Papier, wäh-

rend das andere geschlossen und verdeckt ist. Im erleuchteten Zimmer wird man sodann auch bei Oeffnung des anderen keinen auffallenden Unterschied finden. Sobald man sich aber in einen stark dunkeln Raum begiebt, tritt ein solcher Unterschied sehr merklich hervor. Vor dem angestrengten Auge scheint sich eine Art Nebel zu befinden, welcher die Gegenstände ganz oder theilweis verdeckt, die das andere Auge noch wahrnimmt, und es ist eine ganz eigenthümliche Unsicherheit betreffs der Orientirung, welche im Dunkeln bei so verschieden functionirenden Gesichtsfeldern über uns kommt, die sofort verschwindet, wenn man in einen hellen Raum zurückkehrt. Bei der zweiten Reihe der Untersuchungen mit Aubert über den Raumsinn der Netzhaut, welche bei Lampenlicht stattfand, habe ich diese künstliche monoculare Hemeralopie oft zu bemerken Gelegenheit gehabt. Dieser Blendungszustand hielt bisweilen 10 Minuten und länger an. Die Gaslaternen erschienen dem afficirten Auge in einiger Entfernung gleich trüben röthlich brennenden Oellampen und meine Umgebung so dunkel, dass ich mich nur mit Mühe orientirte. Bei abwechselndem Schliessen der einzelnen Augen trat der Unterschied der Energieen in beiden Netzhäuten äusserst frappant hervor, ohne dass jedoch das nicht angestrengte Auge etwa scharfsichtiger in der Dunkelheit geworden wäre. Bei Aubert war noch 1 Minute nach Beendigung der Anstrengung des einen Auges die künstliche Hemeralopie so stark, dass er bei 24 □Mill. Lichtquelle kaum die 1,32 Mm. breiten Striche unterschied, während das nicht afficirte, wie gewöhnlich bei dieser Beleuchtung, noch 0,21 Mm. Breite wahrnahm. Bei mir erreichte die Abstumpfung einen noch höheren Grad und dauerte länger an.«

Diese Beobachtungen bezogen sich auf gesunde Augen. Noch instructiver aber vielleicht sind die Beobachtungen bei der Krankheit, womit Förster den Zustand des ermüdeten Auges vergleicht, bei der Hemeralopie selbst.

Der doppelte Fall nämlich, dass das Auge nach längerem Verweilen im Hellen vorübergehend schlecht im Finstern sieht und nach längerem Verweilen im Dunkeln vorübergehend schlecht im Hellen sieht, findet sich als dauernder Zustand in zwei Krankheitszuständen ausgeprägt, der Hemeralopie und der Nyctalopie, über deren erste die auf genauen Beobachtungen fussende schätzbare Abhandlung von Förster vorliegt. Nun identificirt

Förster (p. 32) ausdrücklich nach der Uebereinstimmung der wesentlichen Merkmale den Zustand der gesunden Retina nach heller Beleuchtung mit dem habituellen Zustande der hemeralopischen Retina. In mehreren, obwohl nicht allen, Fällen ist selbst vorheriger längerer Aufenthalt in sehr hellem Lichte Ursache der Hemeralopie (p. 30), und längerer Aufenthalt im Finstern durch 24 bis 56 Stunden das wirksamste Heilmittel gewesen (p. 40)*). Das charakteristische Symptom der Hemeralopie ist aber gerade das, dass die Kranken im Dämmerlichte ohne Vergleich schlechter sehen, als Personen mit gesunder Sehkraft, indess sie bei hellerem Lichte eben so gut sehen. In der That, der Hemeralopische unterscheidet nach Eintritt der Dämmerung oder Eintritt in einen dämmerigen Ort, wo das gesunde Auge noch recht wohl zu sehen im Stande ist, nichts mehr oder bedarf einer grösseren Helligkeit der Objecte oder bei gleicher Helligkeit eines grösseren Umfanges derselben, um sie noch zu unterscheiden, worüber Förster Versuchszahlen giebt. Hingegen sieht nach seinen ebenfalls auf Messungen gestützten Angaben (p. 20. 23): »der Hemeralopische bei zunehmender Beleuchtung, Tageslicht, eben so scharf kleine Gegenstände, wie der Gesunde, nur tritt dieses Verschwinden jedes Unterschiedes für sehr kleine Objecte erst bei sehr heller Beleuchtung ein.«

»Blos in einigen Fällen, wo die Krankheit eine lange Dauer gehabt hatte, oder wo sie von grosser Intensität war, trat auch am Tage eine Gesichtsschwäche hervor, die sich entweder dadurch äusserte, dass der Kranke zum Erkennen kleiner Objecte — Lesen — sehr helles Licht bedurfte, oder auch dadurch, dass er nur gröbere Objecte überhaupt erkannte.«

Die hemeralopische Eigenschaft ist nicht, wie man wohl meint, eine Sache der Tageszeit, sondern nach Förster's Beobachtungen (p. 16) sieht der Hemeralopische Tages bei schwachen Beleuchtungsgraden eben so schlecht wie in der Nacht. Der Hemeralopische vermag sich (p. 18) wie der Gesunde nach Eintritt aus dem Hellen in das Dunkle bis zu gewissen Gränzen allmälig der Dunkelheit zu adaptiren, so dass er Gegenstände erkennt, die er anfangs nicht erkannte; nur mit dem Unterschiede, dass er a) gleich anfangs schlechter sieht, als der Gesunde, b) viel mehr

*) Diess wird auch von Ruete nach eigenen Erfahrungen bestätigt.

(die 4- bis 10fache) Zeit zur Adaption bedarf, c) auch nach möglichster Adaption schlechter sieht, als der Gesunde nach Adaption; was Alles Förster mit dem S. 275 beschriebenen Apparate constatirt hat.

Hinsichtlich des weiteren, sehr lesenswerthen, Details der Beobachtungen über diese Krankheit muss ich auf die Schrift selbst verweisen.

Es wäre sehr erwünscht, wenn über Nyctalopie eben so gründliche Beobachtungen vorlägen, worüber mir jedoch nichts bekannt ist.

In Bezug auf das Räumliche scheint es, dass die centralen Theile der Netzhaut, insofern sie nicht, wie es beim gewöhnlichen Gebrauche der Augen allerdings leicht der Fall ist, durch Ermüdung mehr abgestumpft sind, als die ~~centralen~~, sowohl heller als deutlicher sehen, als die seitlichen. Doch fehlt noch viel an einer hinreichenden Untersuchung der hier obwaltenden Verhältnisse. Eine Literatur des Gegenstandes mit einigen dahin einschlagenden Beobachtungen findet man in meiner Abhandlung: »Ueber einige Verhältnisse des binocularen Sehens«, in den Abhandl. der sächs. Soc. math.-phys. Cl. Bd. IV. S. 373.

3) Versuche im Gebiete extensiver Empfindung.

Ich habe an mehreren Theilen, so einmal an Kinn und Oberlippe, ein anderesmal an den 5 Fingern, vergleichungsweise Versuche nach der Methode der mittleren Fehler und der Methode der Aequivalente angestellt, um zu ermitteln, ob nach Massgabe, als eine Zirkeldistanz grösser auf einer gegebenen Hautstelle erscheint, auch der Unterschied zwischen zwei Zirkeldistanzen grösser erscheint; oder ob keine wesentliche Abhängigkeit in dieser Beziehung stattfindet. Meine Versuche sprechen gegen eine wesentliche Abhängigkeit. Da jedoch meine Beobachtungen in dieser Hinsicht theils noch nicht vollständig, theils noch nicht vollständig discutirt sind, so übergehe ich für jetzt die nähere Mittheilung.

XIII. Gesetze der Mischungsphänomene.

Die bisherigen Erörterungen über das Weber'sche Gesetz, dessen Parallelgesetz und die Thatsache der Schwelle bezogen sich im Grunde nur auf den einfachsten Fall eines sehr allgemeinen

Falles. Es handelte sich dabei stets darum, wiefern die Empfindung wächst oder abnimmt, beginnt oder schwindet, wenn eine Reizgrösse einen Zuwachs oder eine Verminderung erfährt, unter der Voraussetzung, dass das, was zuwächst oder weggenommen wird, von gleicher Qualität als die Reizgrösse sei, die man vermehrt oder vermindert; also auch der Reiz durch den Zuwachs oder die Verminderung keine Aenderung in seiner Beschaffenheit erfahre. Aber unter allen denkbaren Fällen, wo ein Reiz einen Zuwachs oder eine Verminderung, überhaupt eine Aenderung, erfährt, ist der Fall, dass das Zuwachsende oder Weggenommene von gleicher Beschaffenheit sei, als dasjenige, dem es zuwächst oder entzogen wird, eben nur der einfachste. Es kann sich aber z. B. der Reiz eines weissen Lichtes, anstatt dadurch, dass man die Intensität aller Farbestralen in gleichem Verhältnisse steigert oder schwächt, auch dadurch ändern, dass man farbiges Licht zum weissen fügt oder der weissen Farbemischung diesen oder jenen Farbestral oder ein Gemisch von Farbestralen, das nicht weiss ist, entzieht. Und Entsprechendes lässt sich, wie leicht zu erachten, auf andere als weisse Farbemischungen, auf Gemische von Tönen oder Klängen, von Gerüchen, von Substanzen, welche Geschmacksempfindung erregen, anwenden. Der Kürze halber wollen wir die von derartigen Veränderungen abhängigen Phänomene überhaupt als Mischungsphänomene den früheren als homogenen gegenüber bezeichnen, und uns in Besprechung derselben hauptsächlich an das Beispiel der Farben halten.

Man übersieht leicht, dass, indem es sich bei den Mischungsphänomenen nicht mehr um rein quantitative, sondern auch qualitative Aenderungen des Reizes handelt, auch nicht blos quantitative, sondern auch qualitative Aenderungen der Empfindung zu erwarten sind, wie denn wirklich erfahrungsmässig solche hiebei Platz greifen, und es wird sich handeln, diese bezüglich der Messbarkeit unter Gesichtspuncte zu bringen, welche mit denjenigen zusammenhängen, die für die quantitativen Aenderungen Anwendung gefunden haben.

Allgemein nun finden wir Folgendes:

Wenn zwei einfache oder selbst schon zusammengesetzte Reize A, B, deren jeder für sich eine einfache Empfindung besonderer Art, respectiv a, b zu erwecken im Stande ist, beispielsweise zwei Farben, in solcher Vermischung oder überhaupt Verbindung der

Wahrnehmung dargeboten werden, dass wieder ein einfacher Eindruck derselben entsteht, so stimmt dieser resultirende Eindruck, diese resultirende Empfindung, im Allgemeinen weder mit dem Eindrucke *a* überein, den *A*, noch mit *b*, den *B* für sich hervorgebracht haben würde; es kann ~~kann~~ aber nach Massgabe, als *A* oder *B* in Wirkung überwiegt, oder beider Wirkung sich das Gleichgewicht hält, der resultirende Eindruck sich mehr dem Eindrucke *a* oder *b* nähern, oder auch keiner beiden Eindrücke vor dem anderen darin überwiegend erscheinen, wie es z. B. bei sich zu Weiss ergänzenden Complementärfarben oder zu Orange zusammenfliessendem Gelb und Roth der Fall ist. Heben wir nun damit an, *A* allein wirken zu lassen, so wird die Zumischung von *B* eine gewisse Grösse erst erreichen oder übersteigen müssen, damit die Abweichung vom reinen *a* bemerklich werde, und so umgekehrt bezüglich *b*, wenn wir *A* zu *B* setzen; und heben wir damit an, *A* und *B* in solchem Verhältnisse zusammenwirken zu lassen, dass weder *a* noch *b* überwiegend erscheint, so wird *A* oder *B* erst in einem gewissen Verhältnisse gesteigert werden müssen, damit der resultirende Eindruck sich dem Charakter von *a* mehr als dem von *b* zu nähern scheine.

Ganz allgemein, von welchem einfachen Reize oder welcher Zusammensetzung der Reize und mithin welchem resultirenden Eindrucke wir auch ausgehen mögen, wenn wir sei es mehr von einem anderen einfachen oder zusammengesetzten Reize zufügen oder etwas von einem der Reize wegnehmen, so wird das Hinzugefügte oder Entzogene eine gewisse Grösse überschreiten müssen, damit der einfache oder resultirende Eindruck gegen früher qualitativ geändert erscheine.

Diess sind Verhältnisse, die uns bei den Mischungsphänomenen zum Begriffe der Schwelle zurückführen, die wir hier kurz als Mischungsschwelle der früher bei den homogenen Phänomenen betrachteten Schwelle als homogener Schwelle, gegenüberstellen können.

Näher besehen nun sind die homogene Reizschwelle und Unterschiedsschwelle in der früheren Auffassung nur die einfachsten besonderen Fälle des allgemeineren Falles der Mischungsschwelle. In der That, wenn ein Reiz *B* sich zum Reize oder einer Reizmischung *A* fügt, und man fragt, bei welchem Werthe von *B* fängt der Zusatz an, als solcher er-

kannt zu werden oder einen Unterschied gegen die blosse Wirkung von *A* spürbar werden zu lassen, so kann unter allen möglichen Grössenwerthen, welche *A* hiebei haben kann, auch der Fall gedacht werden, dass *A* null ist; dann haben wir den Fall der gewöhnlichen homogenen Reizschwelle; nicht minder kann unter allen möglichen Qualitäten, welche *A* haben kann, auch die mit *B* gleichartige gedacht werden; dann haben wir den Fall der gewöhnlichen homogenen Unterschiedsschwelle.

Setzen wir nun den Fall, die Zufügung eines Reizes *B* zum Reize *A* bringe in dem, dem blossen *A* entsprechenden Eindrucke *a* eine eben spürbare oder überhaupt in gewissem Grade spürbare Aenderung hervor; so fragt sich, ob, wenn *A* in gegebenem Verhältnisse gesteigert oder vermindert wird, auch *B* in demselben Verhältnisse gesteigert oder vermindert werden muss, um noch eine gleich spürbare Aenderung von *a* hervorzubringen. Sollte es bei beliebig verschiedener Qualität von *A* und *B* der Fall sein, so würden wir hierin zur vorbemerkten Verallgemeinerung der Thatsache der Schwelle auch eine Verallgemeinerung des Weber'schen Gesetzes haben, als welches nur den Fall des allgemeinen Gesetzes darstellt, wo die Verschiedenheit zwischen *A* und *B* verschwindend ist.

Hierüber fehlt es bis jetzt noch an Untersuchungen; doch habe ich selbst einige Versuche angestellt*), aus welchen ich schliesse, dass mindestens für geringe Zumischungen von Farbe = *B* zu Weiss = *A* das Gesetz in ähnlichen Gränzen aber auch mit analogen Beschränkungen gültig sei, als das Weber'sche.

Man kann leicht nur eben spürbare Farbenscheine auf Weiss sei es mittelst farbiger Pigmente, sei es dadurch erzeugen, dass man ein Farbenglas schief gegen ein Fenster auf einen Bogen weissen Papiers aufstellt. Bei Wiederholung nun des Versuches und Gegenversuches mit den Wolkennüancen, welche ich S. 140 ff. beschrieben habe, an diesen Farbenschattirungen, unter Anwendung möglichst farbloser dunkler Gläser, fand ich, dass man mit der Dunkelheit der Gläser sehr weit, z. B. bis auf $\frac{1}{14}$ der Tageshelligkeit, herabgehen kann, ohne dass die mit freien Augen nur eben merklichen Farbenscheine verschwinden. Es ist aber im-

*) Abhandl. der sächs. Gesellsch. der Wissensch., mathemat phys. Cl. Bd. V. S. 376.

mer möglich, die Verdunkelung der Augen durch die Gläser so weit zu treiben, dass ein mit blossen Augen sichtbarer Farbenschatten verschwindet, und von der anderen Seite habe ich selbst früher gefunden **), und dasselbe hat sich bei neueren Versuchen von Helmholtz wieder gefunden, dass der Eindruck jeder Farbe, sei es einer homogenen oder gemischten, sich bei starker Intensität dem Weiss nähert.

Die Abweichung von dem Gesetze nach unten könnte jedoch ebenso nur scheinbar sein, und auf einem analogen Grunde beruhen, als die entsprechende Abweichung vom Weber'schen Gesetze bei den homogenen Phänomenen. Wenn ich einen Farbenschatten auf Weiss mit blossen Augen betrachte, und ein so dunkles Glas vor die Augen nehme, dass das Weiss des Grundes dem Schwarz des geschlossenen Auges nahe kommt, so habe ich zwar die Farbe und das äussere Licht, welche von Aussen in das Auge dringen, in gleichem Verhältnisse geschwächt; aber das Schwarz des Auges, welches als farblos einen geringen Grad weissen Lichtes repräsensirt, ist nicht mit geschwächt worden; also hat die überschüssige Farbe jetzt ein kleineres Verhältniss zum Weiss als vorher, und muss demnach minder merklich werden.

Der Grund der oberen Gränze des Gesetzes ist unbekannt.

In der Wirklichkeit werden wir es streng genommen nicht leicht je mit ganz homogenen Phänomenen, also auch nicht mit ganz reiner Reizschwelle oder Unterschiedsschwelle, dem ganz einfachen Weber'schen Gesetze, sondern im Allgemeinen mit dem allgemeineren Falle der Mischungsschwelle, des Mischungsgesetzes zu thun haben; doch lassen sich homogene Phänomene approximativ herstellen; die Betrachtung der einfachsten, wenn auch nur approximativ herstellbaren, Fälle ist vorerst die wichtigste, und wird daher auch später vorzugsweise unser Augenmerk bleiben, zumal über die gesetzlichen Verhältnisse der Mischungsphänomene noch wenig Untersuchungen vorliegen.

Selbst wenn man die einfachste Spectrumfarbe ins sonst verdunkelte Auge fallen lässt und fragt, welche Intensität sie haben müsse, um erkannt zu werden, hat man es mit keiner reinen Reizschwelle, sondern einer Mischungsschwelle zu thun, da man

*) Pogg. Ann. L. p. 465.

**) Pogg. Ann. LXXXVI.

hiebei eigentlich fragt, welche Intensität die Spectrumfarbe haben müsse, um als Zumischung zu der durch das Augenschwarz repräsentirten Mischung aller Farbestralen ihren Charakter bemerklich werden zu lassen. Die Frage ist also ganz von derselben Natur, als wenn man fragt, in welcher Intensität muss sich eine Farbe dem Weiss beimischen, damit das Weiss einen bemerklichen Farbeschein annehme, nur dass man es erstenfalls mit einem sehr geringen, letztenfalls, wo man von Weiss schlechthin spricht, mit einer grossen Intensität des Weiss oder der farbenindifferenten Mischung zu thun hat, wozu die Farbe gemischt wird. Auch findet man in der That, dass erstenfalls das Schwarz ebenso schwarz, nur durch eine Spur Farbe nüancirt, als letztenfalls das Weiss weiss, nur mit einer Spur Farbe nüancirt, erscheint, wenn die zugemischte Farbe eben merklich wird.

Daher würde auch unstreitig das Ultraviolet leichter, d. h. bei einer geringeren Intensität, spürbar werden, als es der Fall ist, wenn es nicht als Zumischung zum schwachen Weiss im Auge aufzutreten hätte.

Die Frage, ob und wie sich ein Mischungsphänomen ändert, wenn alle Reizcomponenten, welche zur Misch-Empfindung beitragen, in gleichem Verhältnisse steigen oder abnehmen, ist natürlich selbst nur eine particuläre Frage in Unterordnung unter die allgemeine Frage, wie überhaupt die Misch-Empfindung ausfällt und sich ändert, wenn die Reizcomponenten in beliebigem Verhältnisse stehen und sich ändern.

Um diese Frage auf klare Gesichtspuncte zu bringen, scheinen drei Hauptfälle als Anhaltspuncte festzuhalten; 1) wenn *B* gross genug wird, um bei Zusatz zu *A* die Qualität des Mischeindruckes gegen *a* eben merklich zu ändern; 2) wenn *B* gross genug wird, dass der Einfluss von *A* eben verschwindet, und der Eindruck sich vom reinen *b* nicht mehr merklich unterscheidet, und 3) wenn *A* und *B* sich so die Wage halten, dass man den Eindruck weder näher an *a* noch an *b* findet. Zwischen diese drei Schwellenfälle fallen nothwendig alle Abänderungen, welche durch Vermischung von *A* und *B* hervorgehen können, und es gälte nun, Gesetze aufzufinden, welche diese Schwellenwerthe und die dazwischen fallenden Abänderungen der Empfindung als Function des Mischungsverhältnisses der Reize darstellten; aber es liegt bis jetzt nichts darüber vor, und wenn schon eine Bestimmung

homogener Schwellenwerthe durch den Versuch immer nur eine ungefähre bleiben kann, gilt diess, wie es scheint, um so mehr von den Mischungsschwellen.

Zwischen den Mischungsphänomenen ist eine wichtige Unterscheidung zu machen, je nachdem die Reize, welche den Mischeindruck geben, selbst schon gemischt das Empfindungsorgan treffen, wie es der Fall ist, wenn zusammengesetzte Farben das Auge, Gemische von Geräuschen oder Tönen das Ohr so treffen, wie es beim gewöhnlichen Sehen oder Hören geschieht, oder je nachdem die Reize gesondert das Empfidungsorgan treffen, und nur ihre Wirkungen durch Vermittlung der Empfindungsorgane selbst sich zum Mischeindrucke zusammensetzen, wie es der Fall ist, wenn verschiedene Farben auf correspondirende Stellen beider Augen oder verschiedene Töne gesondert in beide Ohren fallen. Beides wollen wir kurz als conjunctive und disjunctive Mischeindrücke unterscheiden.

In der That lehrt die Erfahrung, dass man mit zwei Augen, zwei Ohren durch gesondert einwirkende Reize entsprechende Mischeindrücke erhalten kann, als wenn die Reize schon gemischt in demselben Auge oder Ohre anlangten, ohne dass man die anatomische und physiologische Vermittlung kennt, auf denen diess beruht. Aber die Beschaffenheit der disjunctiven Eindrücke hängt von complicirteren Verhältnissen ab, und kann durch Nebenbedingungen auf mannichfaltigere Weise mitbestimmt werden, als die der conjunctiven. Die Conjunction zweier nach Intensität oder Farbe verschiedenartiger Lichteindrücke A, B auf derselben Netzhautstelle kann nämlich immer nur in derselben Weise erfolgen; aber die Disjunction dieser Reize auf correspondirenden Stellen kann in unendlich verschiedener Weise geschehen, indem z. B. auf der einen Null, auf der anderen $A + B$, oder auf der einen A, auf der anderen B, oder auf der einen $\frac{A}{2}$, auf der anderen $B + \frac{A}{2}$ einwirkt, u. s. f., auch können im Falle der Disjunction verschiedene Verhältnisse der Reize auf beiden Netzhäuten zu Nachbareindrücken eintreten, die im Falle der Conjunction auf derselben Netzhaut nicht eintreten können; und die Erfahrung hat gelehrt, dass an diesen Verschiedenheiten zwischen conjunctiven und disjunctiven Mischeindrücken Verschiedenheiten des resultirenden Mischeindruckes hängen können, wonach die Verthei-

lung der Componenten auf correspondirende Netzhautfasern keineswegs allgemein durch ein Zusammentreffen derselben Componenten auf einer identischen Faser ersetzt werden kann. Das Ohr zeigt bis zu gewissen Gränzen analoge Verhältnisse. Ausführlicher habe ich diesen Gegenstand in meiner Abhandlung »Ueber einige Verhältnisse des binocularen Sehens« in den Abhandlungen der sächs. Soc. der Wissenschaften, math. phys. Cl. Bd. V. S. 339 ff. behandelt.

Chronologisches Verzeichniss

der

Werke und Abhandlungen G. Th. Fechner's.

1821. (Dr. Mises.) Beweis, dass der Mond aus Jodine bestehe. Germanien. [Penig.] (Cfr. 1832.)

1822. (Dr. Mises.) Panegyrikus der jetzigen Medicin und Naturgeschichte. Leipz., C. H. F. Hartmann. 8. 68 S.

1823. Katechismus oder Examinatorium über die Physiologie des Menschen. Leipz., Baumgärtner'sche Buchhandlung. 8. VIII u. 198 S.

Katechismus der Logik oder Denklehre, bestimmt zum Selbst- und Schulunterricht. Leipz., ibidem.

Praemissae ad theoriam organismi generalem. 4. 24 pp. Lipsiae, typ. Staritii.

1824. Uebersetzung von Léon Rostan's Untersuchungen über die Erweichungen des Gehirns, zugleich eine Unterscheidung der verschiedenen Krankheiten dieses Organs nach charakteristischen Zeichen beabsichtigend. 2. Aufl. Leipz., Leop. Voss. gr. 8.

(Dr. Mises.) Stapelia mixta. Leipz., ibidem. 8. VIII u. 205 S.

Erster und zweiter Band der Uebersetzung von Biot's Lehrbuch der Physik. Leipz., L. Voss.

1825. (Dr. Mises.) Vergleichende Anatomie der Engel. Eine Skizze. Leipz., Baumgärtner.

Erster Band der Uebersetzung (nebst Vervollständigung) von Thénard's Lehrbuch der theoretischen u. praktischen Chemie. Leipz., L. Voss. 8. XXVI u. 584 S., mit Kpfrtfln.

Dritter u. vierter (letzter) Band der 1. Auflage der Uebersetzung von Biot's Lehrbuch der Physik. Leipz., L. Voss. (Cfr. 1828 u. 1829.)

1826. Zweiter Band von Thénard's Lehrbuch der Chemie. X u. 494 S., mit 6 Kpfrtfln.

Dritter Band von Thénard's Lehrbuch der Chemie. XVI u. 656 S., mit 3 Kpfrtfln.

Repertorium der organischen Chemie. Ersten Bandes erste Abtheilung. XVI u. 430 S. — (Bildet gleichzeitig die 1. Abth. des vierten Bandes von Thénard's Lehrb. d. Chemie.)

1827. Repertorium der organischen Chemie. Ersten Bandes dritte Abtheilung. XIV u. 1666 S., mit 2 Kpfrtfln. — (Bildet gleichzeitig die 3. Abth. des vierten Bandes von Thénard's Lehrb. d. Chemie.)

Ueber die Sättigungscapacität der Weinschwefelsäure. Schweigger's Journ. f. Chemie u. Physik. XLIX. p. 66—69.

Ueber den Sauerstoffgehalt einer von Hennel aus dem Weinöl dargestellten Substanz. Ebendaselbst p. 73.

Ueber die Theorie der Schwefelätherbildung. Ebendaselbst p. 75—100.

1828. Ueber Umkehrungen der Polarität in der einfachen Kette. Schweigger's Journ. f. Chemie u. Physik. LIII. 5. p. 61—77 u. 6. p. 129—151.

Kritische Bearbeitung von De la Rive, Ueber die Umstände, von welchen die Richtung u. Intensität des elektrischen Stromes in der galvanischen Kette abhängt. Ibid. 8. p. 416—428.

Beitrag zu den galvanischen Fundamentalversuchen. Ibid. p. 429—441.

Erster Band der zweiten Auflage der Bearbeitung von Biot's Lehrbuch der Experimental-Physik. Leipz., L. Voss. 8. XIV u. 412 S., mit 6 Kpfrtfln.

Repertorium der organischen Chemie. Zweiten Bandes 1. Abth. X u. 504 S. — (Bildet gleichzeitig d. 1. Abth. des fünften Bandes von Thénard's Lehrb. d. Chemie.)

Sechster Band von Thénard's Lehrb. der Chemie. X u. 428 S., mit 5 Kpfrtfln.

Das Brom, ein neuentdeckter einfacher Stoff, nach seinen sämmtlichen chemischen Verhältnissen betrachtet. Sep.-Abdruck a. d. 6. Bande von Thénard's Lehrbuch der Chemie. Leipz., L. Voss.

Beseitigung einer Schwierigkeit in d. elektro-chemischen Theorie. Schweigger's Journ. f. Chemie u. Physik. LII. p. 27—33.

Ueber Weinschwefelsäure und Aetherbildungs-Theorien. Ebendaselbst p. 92—94.

Ueber die Zusammensetzung des Zuckers. Ebendaselbst p. 449.

Ueber einige neue organische Basen. Ebendaselbst p. 457—458.

1828. Nachträge und Zusätze zu fremden (von F. übersetzten), namentlich zu de la Rive's Abhandlungen über Richtung und Intensität der elektrischen Ströme. Ebendaselbst LIII. p. 416—423.

1829. Resultate der bis jetzt unternommenen Pflanzenanalysen. Leipz., L. Voss. 8. VIII u. 351 S.

Zweiter Band d. 2. Aufl. von Biot's Lehrb. d. Experimental-Physik. VI u. 350 S., mit 2 Kpfrtfln.

Lehrbuch des Galvanismus und der Elektrochemie. Nach den Originalquellen bearbeitet. Leipz., L. Voss. 8. XIV u. 564 S., mit 2 Kpfrtfln. — (Bildet zugleich den dritten Band von Biot's Lehrb.)

Vierter Band d. 2. Aufl. von Biot's Lehrb. VIII u. 488 S., mit 8 Kpfrtfln.

Fünfter Band d. 2. Aufl. von Biot's Lehrb. VIII u. 559 S., mit 5 Kpfrtfln.

Nachtrag zu den galvanischen Fundamentalversuchen. Schweigger's Journ. f. Physik u. Chemie. LV. 2. p. 223—232.

Referat über A. de la Rive, Einige Beobachtungen über die Flüssigkeit, welche man durch Condensation des schwefeligsauren Gases erhält. Ibidem, 2. p. 232—237.

Ueber die Nobilischen Figuren. Ibidem, 4. p. 442—444.

Beiträge zur Lehre des Galvanismus. Ibidem, LVII. 1. p. 1—16. u. 3. p. 291—302.

Uebersetzung und Kritik von Becquerel, Ueber die thermoelektrische Kraft der Metalle. Ibidem, p. 302—321.

1830. Repertorium der neuen Entdeckungen in der unorganischen Chemie. Erster Band. Leipz., L. Voss. 8. VIII u. 768 S. — (Bildet zugleich d. 1. Abth. d. 7. B. von Thénard.)

Repertorium der neuen Entdeckungen in der organischen Chemie. Erster Band. Leipz., L. Voss. 8. VI u. 562 S. — (Bildet zugleich die 2. Abth. d. 7. B. von Thénard.)

Pharmaceutisches Centralblatt, Erster Jahrgang. Leipz., L. Voss.

Elementar-Lehrbuch des Elektromagnetismus, nebst Beschreibung der hauptsächl. elektromagnetischen Apparate. Leipz., L. Voss.

1831. Massbestimmungen über die galvanische Kette. Leipz., Brockhaus.

Pharmaceutisches Centralblatt. Zweiter Jahrgang.

1832. Repertorium der Experimental-Physik. 3 Bände. Leipz., L. Voss.

(Dr. Mises.) Schutzmittel für die Cholera. Leipz., L. Voss. 12. (Cfr. 1837 u. 1839.)

Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrg. III.

Zweite Auflage vom »Beweis, dass der Mond aus Jod bestehe«. Leipz., L. Voss. 16. 26 S. (Cfr. 1821.)

1833. Pharmaceutisches Centralblatt, Jahrgang IV.

1834. Das Hauslexikon. Erster Band. 8. VIII u. 861 S. Leipz., Breitkopf & Härtel.

Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrg. V.

1835. (Dr. Mises.) Friedrich Rückert. Siehe: Blätter für literarische Unterhaltung 1835, I. Nr. 60—63.

(Dr. Mises.) Heinrich Heine als Lyriker. Ibidem, II. Nr. 182—185.

Das Hauslexikon. Zweiter Band. 863 S.

Dritter Band. 861 S.

De variis intensitatem vis galvanicae metiendi methodis. 4. IV et 32 pp. Lipsiae, typ. Breitkopfio-Haertelianis.

De nova methodo magnetismum explorandi, qui per actionem galvanicam in ferro ductili excitatur. 4. II et 25 pp. Lipsiae, typ. Breitkopfio-Haertelianis.

Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrgang VI.

1836. Das Hauslexikon. Vierter Band. 859 S.

Fünfter Band. 870 S.

Das Büchlein vom Leben nach dem Tode. Dresden, Grimmer. (Cfr. 1866 u. 1887.)

Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrgang VII.

1837. Das Hauslexikon. Sechster Band. 862 S.

Siebenter Band. 861 S.

Zweite Auflage der »Schutzmittel für die Cholera«. (Cfr. 1832.)

Ueber einen Apparat zur Anstellung der Volta'schen Grundversuche. Poggend. Annalen der Physik u. Chemie. 41. Bd. p. 225—243.

Ueber die Kniepresse. Ibidem, p. 501—511.

Rechtfertigung der Contakt-Theorie des Galvanismus. Ibidem, 42. Bd. p. 481—516.

Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrgang VIII.

1838. Das Hauslexikon. Achter (und letzter) Band. 993 S.

Einige Versuche zur Theorie des Galvanismus. Poggend. Ann. d. Phys. u. Chem. 43. Bd. p. 433—440.

Versuch einer Theorie des Galvanismus. Ibidem, 44. Bd. p. 37—43.

Ueber die elektrische Intensität der isolirten Säule. Ibidem, 44. Bd. p. 44—59.

Ueber die subjectiven Complementärfarben. Ibidem, 44. Bd. p. 221—245 u. p. 513—535.

Ueber eine Scheibe zur Erzeugung subjectiver Farben. Ibidem, 45. Bd. p. 227—232.

Ueber die Vortheile langer Multiplicatoren, nebst einigen Bemerkungen über den Streit der chemischen und der Contact-Theorie des Galvanismus. Ibidem, p. 232—246.

1838. Pharmaceutisches Centralblatt. Jahrgang IX.

1839. (Dr. Mises.) Ueber einige Bilder der zweiten Leipziger Kunstausstellung. Leipz., L. Voss. gr. 8. 137 S.

Dritte Auflage der »Schutzmittel für die Cholera«. (Cfr. 1832 u. 1837.)

Beitrag zu den elektro-chemischen Merkwürdigkeiten der salpetersauren Silberlösung. Poggend. Ann. d. Phys., 47. Bd. p. 1—32.

Ueber die Becquerel'sche Kette und die Elektricitäts-Erregung durch gegenseitige Berührung von Flüssigkeiten. Ibidem, 48. Bd. p. 1—26 u. p. 225—269.

De magnetismo variabili, qui chalybi actione galvanismi inducitur. (Universitätsprogramm.) Lipsiae, typ. Staritzii. 19 pp. 4. (Cfr. 1842.)

Pharmaceutisches Centralblatt. Nr. 1—5 des Jahrganges X.

1840. Ueber die subjectiven Nachbilder und Nebenbilder. Poggend. Ann. d. Phys. u. Chem. 50. Bd. p. 193—221 u. p. 427—470.

Ueber Elektricität durch Vertheilung. Ibidem, 51. Bd. p. 321—350.

1841. (Dr. Mises.) Gedichte. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. IV u. 187 S.

1842. Vom vorübergehenden Magnetismus, welcher durch galvanische Wirkung im Stahl erregt wird. Poggend. Annalen, 55. Bd. p. 189—208. (Cfr. 1839.)

1845. Ueber die Verknüpfung der Faraday'schen Induktions-Erscheinungen mit den Ampère'schen elektro-dynamischen Erscheinungen. Poggend. Annalen, 64. Bd. p. 337—345.

1846. Ueber das höchste Gut. Leipz., Breitkopf & Härtel. gr. 8. 67 S.

(Dr. Mises.) Vier Paradoxa. Leipz., Leop. Voss. 8. 92 S.

1847. (Dr. Mises.) Die Bohnenpflanze. Siehe: Dresdner Album (herausgegeben von Elfriede v. Mühlenfels. Dresden, Meinhold u. Söhne), S. 86 u. 87.

(Dr. Mises.) Die aufblühende Blume. Ebendaselbst, S. 88—90.

1848. Nanna oder über das Seelenleben der Pflanzen. Leipz., L. Voss. XII u. 399 S.

Ueber das Lustprincip des Handelns. Fichte's Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik. N. F. XIX. p. 1—30 u. p. 163—194.

Ueber directe und indirecte Wahlen der Volks-Abgeordneten. »Leipziger Abendblatt« (Beiblatt zum Leipziger Tageblatt) Nr. 1, vom 15. April 1848.

Ueber Volkssouverainetät. Ebendaselbst Nr. 27, vom 11. Mai 1848.

Noch ein paar Worte in Sachen der Volkssouverainetät. Ebendaselbst Nr. 32, vom 16. Mai 1848.

1849. Ueber die mathematische Behandlung organischer Gestalten und Processe. Berichte der Kgl. sächs. Ges. d. W., math.-phys. Cl. 1849. S. 50—64.

Ueber das Causalgesetz. Ebend. S. 98—120.

1850. (Dr. Mises.) Räthselbüchlein. Leipz., G. Wigand.

1851. Zend-Avesta, oder über die Dinge des Himmels und des Jenseits. Vom Standpunkt der Naturbetrachtung. Drei Theile. Leipz., Leop. Voss.

1852. Ueber die Erkenntniss Gottes in der Natur aus der Natur. Fichte's Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik. N. F. XXI. p. 193—209.

1853. Centralblatt für Naturwissenschaften u. Anthropologie. Erster Jahrg. Leipz., Avenarius u. Mendelssohn.

Darin: Ueber das Verhältniss der männlichen zur weiblichen Schrittgrösse; über das Tischrücken; über einige Erscheinungen des Sinnengedächtnisses; u. s. w.

Zur Kritik der Grundlagen von Herbart's Metaphysik. Fichte's Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik. N. F. XXIII. 1. p. 70—102.

1854. Centralblatt für Naturwissenschaften u. Anthropologie. Zweiter Jahrgang.

Ueber die Atomistik. Fichte's Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik. N. F. XXV. p. 25—57.

Beginn der Mitarbeiterschaft an der Uebersetzung von Franz Arago's sämmtlichen Werken. Herausgegeben von Prof. W. G. Hankel. 16 Bände. Leipzig, Otto Wigand, 1854—1860.

1855. Ueber die physikalische und philosophische Atomenlehre. (Cfr. 1864.)

1856. Professor Schleiden und der Mond. Leipz., Adolf Gumprecht. 8. XV u. 427 S.

1857. In Sachen der Atomistik. Fichte's Zeitschr. f. Philos. N. F. XXX. p. 61—89 u. 165—190.

Ueber den Gang der Muskelübung. Berichte über d. Verhandl. der Kgl. Sächs. Gesellschaft d. Wissensch. Math.-phys. Klasse IX. p. 113—120.

1858. Zweite Auflage vom Räthselbüchlein«. (Cfr. 1850.)

Beobachtungen, welche zu beweisen scheinen, dass durch die Uebung der Glieder der einen Seite die der andern mitgeübt werden. Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1858. S. 70—76. (Zusatz zu einer vorangehenden Abhandl. Volkmann's.)

Das psychische Mass. Fichte's Zeitschr. f. Philos. N. F. XXXII. p. 1—24.

Ueber den Punkt. Ebendaselbst XXXIII. p. 161—183.

1859. Ueber ein psychophysisches Grundgesetz und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrössen. Abhandl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1859. Bd. IV. S. 457—532.

Nachtrag zu dieser Abhandlung. Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1859. Bd. XI. S. 58—86.

1860. Elemente der Psychophysik. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. 1. Band. XIV u. 336 S. 2. Band. XII u. 571 S.

Ueber die ungleiche Deutlichkeit des Gehörs auf linkem und rechtem Ohre. Poggend. Annalen, 111. Bd. p. 500—509. — (Aus den Berichten d. Kgl. sächs. Gesellschaft der Wissensch.)

Ueber die Contrastempfindung. Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. 1860. S. 71—145.

Ueber einige Verhältnisse des binocularen Sehens. Abhandl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1860. Bd. V. S. 337—564.

Einige Bemerkungen gegen die Abhandlung Osann's über Ergänzungsfarben. Ber. der Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. math.-phys. Cl. XII. p. 146—165.

1861. Ueber die Seelenfrage. Ein Gang durch die sichtbare Welt, um die unsichtbare zu finden. Leipz., C. F. Amelang. 8. VII u. 229 S.

Ueber die Correctionen bezüglich d. Genauigkeitsbestimmung der Beobachtungen. Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1861. S. 57.

Ueber den seitlichen Fenster- und Kerzenversuch. Ebendaselbst S. 27.

Ueber das Sehen mit zwei Augen. Westermann's Monatshefte IX. Nr. 54. p. 620—626. März 1861.

Ueber das Hören mit zwei Ohren. Ebendaselbst X. Nr. 59. p. 512—516. August 1861.

1863. Die drei Motive und Gründe des Glaubens. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. VI u. 256 S.

1864. Ueber die physikalische u. philosophische Atomenlehre. 2. vermehrte Auflage. Leipz., Hermann Mendelssohn. 8. XXII u. 260 S.

Ueber die Frage des psychophysischen Grundgesetzes mit Rücksicht auf Aubert's Versuche. Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. XVI. p. 1—20.

1865. Dritte vermehrte Auflage des »Räthselbüchlein«. (Cfr. 1850 u. 1858.)

Ueber die Frage des goldenen Schnittes. Naumann-Weigel's Archiv f. d. zeichnenden Künste XI. p. 100—112.

1866. Das Büchlein vom Leben nach dem Tode. Zweite Auflage. Leipz., Leop. Voss, 12. VIII u. 85 S. (Cfr. 1836.)

1866. Vorbesprechung über die Deutungsfrage der Holbein'schen Madonna mit Rücksicht auf die Handzeichnung Nr. 65 des Baseler Museum. Naumann-Weigel's Archiv f. d. zeichn. Künste. XII. p. 1—30.

Die älteste historische Quelle über die Holbein'sche Madonna. Ibidem, p. 58—72. — (Beide Abhandlungen erschienen auch vereinigt als Separat-Abdruck, mit dem Titel: Zur Deutungsfrage und Geschichte der Holbein'schen Madonna. Leipz., Rud. Weigel, 8. 45 S.)

Die historischen Quellen und Verhandlungen über die Holbein-sche Madonna. Naumann-Weigel's Archiv, XII. p. 193—266. — (Auch separat. Rud. Weigel. 8. 74 S.)

Nekrolog auf Christian Hermann Weisse. Leipziger Tageblatt vom 7. October 1866.

Das Associationsprincip in der Aesthetik. C. von Lützow's Zeitschrift f. bildende Kunst I. p. 179—191.

1868. Nachtrag zu den drei Abhandlungen über die Holbein'sche (Meier'sche) Madonna. Naumann-Weigel's Archiv f. d. zeichn. Künste. XIV. p. 140—187; XV. p. 97—98.

Ueber die fragliche Auslegung der Handzeichnung Nr. 65 des Baseler Museums. v. Zahn's Jahrbücher für Kunstwissenschaft I. p. 138—162.

1869. Berichtigung zur Abhandlung über die Holbein'sche Madonna. Naumann-Weigel's Archiv. XV. p. 97 u. 98.

1870. Der Streit um die beiden Madonnen von Holbein. Grenzboten XXIX. 15. p. 41—58.

Ueber das Holbein'sche Votivbild mit d. Bürgermeister Schwartz. Naumann-Weigel's Archiv f. d. zeichn. Künste XVI. p. 1—39.

Einige Bemerkungen über den Fahnenschmuck Leipzigs in den verwichenen Tagen (1. und 3. September 1870). Leipziger Tageblatt vom 8. September 1870. p. 8018.

1871. Ueber die Aechtheitsfrage der Holbein'schen Madonna. Discussion und Acten. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. XII u. 167 S.

Zur experimentellen Aesthetik. Erster Theil. Abhandl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. Bd. IX. S. 553—635.

1872. Bericht über das auf der Dresdner Holbein-Ausstellung ausgelegte Album. Leipz., Breitkopf & Härtel.

16 Scherzräthsel. Die Gartenlaube. Jahrg. 1872. Nr. 47. p. 780.

1873. Einige Ideen zur Schöpfungs- und Entwickelungsgeschichte der Organismen. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. VI u. 108 S.

1874. Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers eines Beobachtungsmittels durch die Summe der einfachen Abweichungen. Poggend. Ann. d. Phys. u. Chem. Jubelband. p. 66—81.

1874. Kritische Besprechung von J. Delboeuf's Étude psycho-physique (Bruxelles, 1873, F. Hayez). Jenaer Literaturzeitung I. 28. p. 421—423.

Ueber den Ausgangswerth der kleinsten Abweichungssumme. Abhandl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. Bd. XI. Leipz., Hirzel. 1874.

1875. Untersuchung über den räumlichen und zeitlichen Zusammenhang in der Verschiedenheit der Menschengrösse. Reclam's »Gesundheit«, I. No. 1—4.

Kleine Schriften von Dr. Mises. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. VIII u. 560 S.

Nekrolog auf Dr. Hermann Härtel. Leipziger Tageblatt vom 10. August 1875.

1876. Erinnerungen an die letzten Tage der Odlehre und ihres Urhebers. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. 55 S.

Vorschule der Aesthetik. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. 1. Theil. VIII u. 264 S. 2. Theil. IV u. 319 S.

(Dr. Mises.) Räthselbüchlein. Vierte vermehrte Auflage. Leipz., Schlicke. 16. (Cfr. 1850. 1858. 1865.)

1877. In Sachen der Psychophysik. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. VIII u. 220 S.

1878. Wie es der experimentalen Aesthetik seither ergangen ist. »Im neuen Reich«, Jahrg. 1878, II. p. 41—51 u. 81—96.

Nekrolog auf Ernst Heinrich Weber. Leipziger Tageblatt vom 30. Januar 1878.

1879. Die Tagesansicht gegenüber der Nachtansicht. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. VI u. 274 S.

1880. Einige Bemerkungen zu der Ausstellung der Transparentbilder mit Musikbegleitung im Leipziger Vereinshause für innere Mission. Wissenschaftl. Beilage d. Leipz. Ztg. vom 11. Januar 1880, Nr. 4. p. 17—19.

1882. Revision der Hauptpunkte der Psychophysik. Leipz., Breitkopf & Härtel. 8. XII u. 426 S.

Ueber die Aufgaben der Psychophysik. Allgemeine Zeitung (München), 1882, Beilage Nr. 339. 340.

Das Wünschelmännchen. Ein Märchen. Grosser Volkskalender des Lahrer hinkenden Boten, Jahrgang 1882. Auch separat: Lahr, Moritz Schauenburg, 1884. 8. 26 S.

1884. Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und des Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinns. Abhandl. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Cl. Bd. XIII. S. 1—108. Auch separat: Leipzig, Hirzel.

Ueber die Methode der richtigen und falschen Fälle in Anwendung auf die Massbestimmungen der Feinheit oder extensiven Empfindlichkeit des Raumsinns. Ebend. S. 109—312.

1884. Ueber die Methode der richtigen und falschen Fälle in Anwendung auf die Massbestimmung der Feinheit des Raumsinns oder der sog. extensiven Empfindlichkeit der Haut. Zeitschr. f. Biologie. XXI. p. 527—569. (Vom Autor selbst gefertigter Auszug aus der vorhergehend angeführten Abhandlung.)

1885. In Sachen des Zeitsinns und der Methode der richtigen und falschen Fälle, gegen Estel und Lorenz. Wundt's Philosophische Studien, Bd. III. Heft 1. S. 1—37.

1887. Ueber die psychischen Massprincipien und das Weber'sche Gesetz. Wundt's Philosophische Studien, Bd. IV. S. 161—230.

Das Büchlein vom Leben nach dem Tode. Dritte Auflage. Hamburg u. Leipz., Leop. Voss. (Cfr. 1836 u. 1886.)

Zur Kritik des Leipziger Mendebrunnens. Leipz., Breitkopf & Härtel. 26 S.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

22/7 74 × 0.25

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Fechner, Gustav Theodor, 1801-1887

Elemente der Psychophysik

Bd.: 1

Leipzig (1860)

Anthr. 36 pm-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10255088-3